



Effet de lentilles gravitationnelles et polarisation du fond diffus cosmologique dans le cadre de l'expérience PLANCK et de projets post-planckiens.

Laurence Perotto

► To cite this version:

Laurence Perotto. Effet de lentilles gravitationnelles et polarisation du fond diffus cosmologique dans le cadre de l'expérience PLANCK et de projets post-planckiens.. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2006. Français. NNT: . tel-00011916

HAL Id: tel-00011916

<https://theses.hal.science/tel-00011916>

Submitted on 10 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PARIS 7 - DENIS DIDEROT

UFR de Physique

DOCTORAT de Cosmologie

Laurence PEROTTO

**Effet de lentilles gravitationnelles et polarisation du fond
diffus cosmologique dans le cadre de l'expérience
PLANCK et de projets post-planckiens.**

Thèse dirigée par James BARTLETT,
effectuée d'octobre 2002 à septembre 2005
au Laboratoire d'Astroparticule
et Cosmologie du Collège de France,
soutenue le 16 janvier 2006

JURY

M. James G. BARTLETT, directeur de thèse	M. Pierre SALATI, président du Jury
M. François R. BOUCHET, examinateur	M. Joseph SILK, rapporteur
M. François COUCHOT, rapporteur	M. Daniel VIGNAUD, examinateur

Remerciements

Je remercie Pierre Binétruy et Daniel Vignaud pour m'avoir accueillie au sein du laboratoire de Physique Corpusculaire et Cosmologie, qui a évolué durant ma thèse en laboratoire d'Astroparticule et Cosmologie. Je tiens à remercier également Patrick Aurenche pour m'avoir permis de rédiger ma thèse cet automne, dans des conditions idéales au LAPTH.

Merci à tous les membres de mon Jury et en particulier à Joe Silk et François Couchot d'avoir accepté le rôle de rapporteurs de ma thèse. Merci pour les commentaires et améliorations que vous avez apportés à ce manuscrit.

Je remercie Jim d'avoir assumé pendant ces trois années la direction d'une thèse qui n'aurait dû lui incomber que trois mois ! Peu à peu, nous sommes parvenus à travailler ensemble. J'espère pouvoir poursuivre cette collaboration sur le dernier projet de ma thèse dont tu es l'initiateur.

Merci au groupe « Cosmo » de l'APC de m'avoir accueillie en son sein d'abord en stage puis en thèse. Jean, Yannick, Alain, Jacques, Michel et Ken, merci de vous être rendus disponibles pour répondre à mes questions et pour les discussions de physique instructives qui m'ont permis de progresser. Un grand merci aux « jeunes » du groupe : ma thèse aurait été beaucoup plus triste sans votre présence et le soutien de votre écoute et de votre bonne humeur. Merci en particulier, à Swène, Antoine et Lucien qui ont partagé mon bureau au cours de ces trois années. Lucien, tu m'as été d'un soutien précieux pour démarrer mon premier travail de thèse ; sans ton aide constante sur les aspects techniques – en particulier les multiples installations des « standards » de L2 – celui-ci aurait eu peu de chance d'aboutir. Merci aux informaticiens du labo, Dominique, Françoise, Daniel, Pierre, pour votre disponibilité et votre aide.

Je remercie les équipes Archéops/Planck, pour les moments agréables partagés lors des rencontres de collaborations. En particulier, j'ai apprécié les discussions physiques des plus enrichissantes que nous avons pu avoir avec Simon et Karim. J'espère pouvoir bénéficier de votre expertise pour approfondir le projet qui clôt ma thèse.

Je remercie Julien Lesgourgues de m'avoir entraîné dans le projet « neutrinos » avec Sergio Pastor. Tu m'as offert l'occasion d'ajouter le volet phénoménologique que j'espérais pour ma thèse. J'ai particulièrement apprécié et continue d'apprécier notre travail en commun.

Merci aux *thésards* de CPM et à ceux rencontrés pendant ma thèse qui ont su accompagner et agrémenter ces trois années. Merci à Richard à qui je dois toutes les manipulations du LaTeX que je connais... Merci d'être venu partager ma vie, puisse cette situation durer le plus longtemps possible.

Table des matières

Introduction	1
I Le rayonnement de fond diffus cosmologique	6
I.1 Phénoménologie du fond diffus cosmologique	9
I.1.1 La première image de l’Univers	9
I.1.2 L’origine des anisotropies de température	10
I.1.3 La polarisation du CMB	12
I.1.4 Les spectres de puissance du CMB	15
I.1.5 Quelle science avec le CMB ?	19
I.2 Panorama des expériences CMB.	21
I.2.1 Les grands précurseurs	21
I.2.2 Les expériences actuelles	23
I.2.3 L’avenir proche	27
I.2.4 A longue échéance	32
II L’expérience PLANCK : création d’un outil de simulation rapide	44
II.1 L’expérience PLANCK	44
II.1.1 Qu’est-ce que la mission PLANCK ?	44
II.1.2 Les objectifs scientifiques.	47
II.1.3 Une conception optimisée.	55
II.1.4 Les limitations : effets systématiques.	67
II.1.5 Fiche technique.	72
II.2 Simulation rapide de l’expérience PLANCK	73

II.2.1	Le « cahier des charges »	74
II.2.2	Une description détaillée	75
II.2.3	Résultats et applications	87
III	Les contraintes sur la masse des neutrinos.	98
III.1	Les signatures cosmologiques des neutrinos	101
III.1.1	Le neutrino standard en cosmologie	101
III.1.2	Variations de la densité d'énergie relativiste	102
III.1.3	Les neutrinos massifs	103
III.1.4	Quels sont les traceurs des neutrinos?	108
III.2	L'analyse de Fisher	111
III.2.1	Modélisation des données du CMB	111
III.2.2	Définition de la matrice de Fisher	113
III.2.3	La matrice de Fisher pour le CMB	114
III.2.4	Introduction de l'effet de lentille du CMB.	116
III.2.5	Introduction des avant-plans	121
III.3	Les résultats	126
III.3.1	CMB et grands sondages de galaxies	126
III.3.2	CMB et extraction de l'effet de lentille gravitationnelle	128
IV	Estimation de l'effet de lentilles en présence d'avant-plans	138
IV.1	Une brève description de l'effet de lentille	139
IV.1.1	Une description générale de l'effet de lentille	139
IV.1.2	Le potentiel de lentille du CMB	142
IV.1.3	Description dans l'approximation des petits angles	143
IV.1.4	Effet de lentille sur les observables du CMB	145
IV.2	Etude d'un estimateur quadratique	148
IV.2.1	Le principe de l'estimateur quadratique.	149
IV.2.2	Réalisation de cartes du CMB lentillées.	153
IV.2.3	Evaluation de l'estimateur quadratique	157

IV.3	Evaluation de l'estimateur quadratique en présence d'avant-plan	161
IV.3.1	Quels sont les avant-plans ?	161
IV.3.2	Simulation d'un avant-plan : les sources radio polarisées	172
IV.3.3	Effet d'un avant-plan sur l'estimation de l'effet de lentille	179
	Conclusion	189
A	Calculs annexes	194
A.1	Le spectre de puissance du potentiel de lentille du CMB	194
A.2	Les spectres de puissance dans l'approximation plane.	196
A.3	La variance de l'estimateur de l'effet de lentille : calcul détaillé	199
B	Probing neutrino masses with future galaxy redshift surveys	204
C	Probing neutrino masses with CMB lensing extraction	220

Table des figures

I.1	L’empreinte de l’Univers (d’après G. Penone)	8
I.2	Le spectre du CMB	10
I.3	Les anisotropies secondaires	12
I.4	Principe de polarisation du rayonnement par diffusion Thompson	13
I.5	Les spectres de puissance du CMB	18
I.6	Mesures du spectre de puissance de température : état de l’art fin 2002 . .	23
I.7	Spectres de puissances mesurés par WMAP	24
I.8	Les mesures actuelles du spectre C_l^{EE}	27
I.9	Les spectres de puissance par BICEP et QUaD	30
I.10	La mesure des spectres de puissance par BRAIN et CLOVER	32
I.11	Erreurs sur les mesure des spectres de puissance par PLANCK	33
I.12	Erreurs sur les mesures des spectres de puissance avec SAMPAN	34
I.13	Erreurs sur les mesures des spectres de puissance par l’expérience hypo- thétique <i>Inflation Probe</i>	34
II.1	Vue d’artiste du satellite PLANCK	45
II.2	Planck et Herschel logés dans la fusée Ariane	46
II.3	Le spectre C_l^{EE} : comparaison données actuelles et prévisions pour Planck . .	49
II.4	Le spectre C_l^{BB} : prévisions des erreurs pour Planck	50
II.5	Anisotropies secondaires accessibles à Planck	52
II.6	Contraintes sur l’énergie noire imposées par Planck	52
II.7	Spectres électro-magnétiques de l’émission galactique dans le domaine sub-millimétrique	53

II.8	Illustration de l'effet de K-correction négative pour l'observation des sources extragalactiques.	54
II.9	Stratégie de balayage du ciel pour PLANCK	56
II.10	Carte de la couverture du ciel par PLANCK	56
II.11	Schéma du plan focal de PLANCK	58
II.12	Système optique au plan focal de PLANCK-HFI.	58
II.13	Le télescope de PLANCK	59
II.14	L'optimisation de la conception des cornets	60
II.15	Les bolomètres de PLANCK-HFI	62
II.16	Les contributions au bruit photonique	63
II.17	Principe d'une mesure polarisée par LFI	64
II.18	Principe d'une mesure polarisée par HFI	64
II.19	La chaîne cryogénique de PLANCK	65
II.20	Schéma de réfrigérateur à dilution de HFI	66
II.21	Exemple de spectre de bruit d'un bolomètre	68
II.22	Les lobes lointains de PLANCK-LFI	69
II.23	Le bruit dans les données temporelles de PLANCK-HFI	70
II.24	Le déstriage des cartes	71
II.25	Effet de lobe réaliste sur les spectres polarisés	72
II.26	Les spectres de puissances du CMB par CMBFast	77
II.27	Conventions de la mesure de Q et U	78
II.28	Cartes des paramètres de Stokes simulées par ESPOIR	79
II.29	Les repères de référence utilisés pour définir la position du satellite	81
II.30	Variations du pointage du satellite au cours de la mission	82
II.31	repérage des points observés sur le ciel	83
II.32	Balayage du ciel par les détecteurs polarisés de HFI	85
II.33	Echantillon d'une simulation du signal temporel de PLANCK-HFI	86
II.34	Schéma de la chaîne de simulation rapide de PLANCK-HFI	90
II.35	La base de données créée par ESPOIR.	91

III.1	Spectre de la désintégration β du tritium	100
III.2	Les mécanismes de désintégration double- β	100
III.3	Effet des neutrinos massifs sur le contraste de densité	106
III.4	Hierarchies des neutrinos	107
III.5	Signature de la hiérarchie de masse au sein du spectre de la matière . . .	108
III.6	Les spectres de puissance des avant-plans	125
III.7	La masse totale des neutrinos en fonction de leur hiérarchie	128
III.8	Les spectres de bruit de l'estimation de l'angle de déflexion	131
IV.1	Le régime des lentilles géométriquement minces	140
IV.2	Spectres de puissance lentillés	143
IV.3	L'approximation plane	144
IV.4	Simulation de petites cartes de CMB	146
IV.5	Estimation des spectres sur des cartes planes	146
IV.6	Comparaison des estimateurs quadratique et itératif de l'effet de lentille.	148
IV.7	La reconstruction de l'angle de déflexion dans une expérience post-PLANCK	152
IV.8	Evaluation de l'estimateur de lentille : cas idéal	158
IV.9	Le biais de l'estimateur EB	159
IV.10	Le bruit de l'estimateur quadratique recalculé	160
IV.11	Carte du ciel à 408 MHz : le rayonnement synchrotron	162
IV.12	Température et polarisation du plan galactique à 2.4 GHz	163
IV.13	Carte de l'émission $H\alpha$	164
IV.14	Cartes d'émission de la poussière galactique	165
IV.15	Simulation de l'émission de la poussière galactique	165
IV.16	L'émission polarisée de la poussière galactique : Les Cartes Archéops . . .	166
IV.17	Les coupures galactiques de WMAP	167
IV.18	Simulation des effets SZ	169
IV.19	Repérage des sources ponctuelles	170
IV.20	Sondage profond du ciel à 850 μm : les galaxies infrarouge	170
IV.21	Simulations de la température des sources ponctuelles radio	174

IV.22	Le degré de polarisation des sources radio	175
IV.23	La polarisation des sources radio en fonction de la fréquence	176
IV.24	Simulations de la polarisation des sources radio	177
IV.25	Spectres de puissance résiduel des sources	178
IV.26	Evaluation de l'estimateur de lentille en présence de sources	180
IV.27	Comparaison du biais de l'estimateur de lentille avec et sans sources . . .	182
IV.28	Les effets délétères de la présence de sources sur l'estimation des lentilles	183
B.1	Schéma des hiérarchies de masse des neutrinos	206
B.2	La masse individuelle des neutrinos en fonction de la masse totale	207
B.3	Evolution de la densité d'énergie des neutrinos en fonction du facteur d'échelle	208
B.4	Le spectre de puissance de la matière pour diverses répartitions de masse des neutrinos	208
B.5	Sensibilité de l'expérience PLANCK à la masse des neutinos	213
B.6	Contraintes sur la masse des neutrinos en fonction des caractéristiques des expériences considérées	217
B.7	Sensibilité à la masse des neutrinos d'une expérience « idéale »	218
C.1	Les spectres de bruit de l'estimateur de lentille pour six expériences à venir	229
C.2	Prévision des erreurs sur la mesure des spectres de puissance du CMB par six expériences futures	230
C.3	Variations du spectre de puissance des lentilles en fonction des paramètres cosmologiques	232

Introduction

En février 2003, soit moins de six mois après le début de mon travail de thèse, l'expérience WMAP publiait les résultats issus de sa première année d'observation du fond diffus cosmologique. Ainsi, c'est une mesure, d'une précision sans précédent, des anisotropies de température jusqu'à des échelles de l'ordre de 10 minutes d'arc, ainsi que la première mesure des corrélations entre température et polarisation du fond micro-onde, que l'équipe WMAP a fourni à la communauté scientifique. Ces résultats ont conforté de manière éclatante le modèle « standard » de la Cosmologie qui a peu à peu émergé depuis le début du siècle. Ce modèle est dit aussi de « concordance », puisqu'en sus des observations du fond diffus cosmologique, il réussit à décrire des résultats aussi divers que ceux issus des observations du décalage vers le rouge des supernovae, de spectres d'absorption de quasars d'arrière-plan, des corrélations entre galaxies à haut décalage vers le rouge, etc. Dans ce modèle, l'Univers est géométriquement plat, homogène et isotrope aux grandes échelles angulaires. Né dans une phase chaude et dense, dans laquelle ont pu être produits les éléments les plus légers (Hydrogène, Deutérium, Hélium, etc.), il est destiné à se diluer éternellement sous l'effet de sa propre expansion. Baigné dans un fond de photons et de neutrinos, il tient l'essentiel de sa densité d'énergie des contributions de l'Energie Noire, sous forme d'une constante cosmologique, de la Matière Noire Froide et de la matière baryonique. Dans cet Univers globalement homogène, les Grandes Structures que l'on observe sont issues de très faibles perturbations primordiales, générées après une phase de croissance inflationnaire de l'Univers à partir des fluctuations quantiques du champ primordial. Ces faibles perturbations, gaussiennes, adiabatiques et essentiellement invariante d'échelle se sont peu à peu creusées par instabilité gravitationnelle pour nous apparaître aujourd'hui sous la forme des Grandes Structures. Ce modèle avait déjà assis sa légitimité avec les résultats du satellite COBE à partir de 1990. En effet, l'instrument FIRAS de COBE a permis de vérifier la prédiction du modèle du Big Bang chaud stipulant que le fond diffus cosmologique doit présenter un spectre de corps noir. D'autre part, l'instrument DMR a fourni la première mesure des anisotropies au sein de la température du fond micro-onde, qui s'interprètent, dans le paradigme de l'inflation, comme l'empreinte des perturbations primordiales. Avec les cartes de la température fournies par WMAP, les propriétés des anisotropies de température, prédites dans le cadre de l'inflation, ont été vérifiées avec un haut degré de précision. Ainsi, les observations sont décrites de manière satisfaisante, par des perturbations primordiales gaussiennes, adiabatiques et quasi-invariantes d'échelle. Aussi, les mesures de la corrélation entre température et polarisation vérifient encore deux prédictions qui se déduisent du modèle de Concordance : l'anticorrélation entre observables de température et de polarisation et l'existence de perturbations au sein du fluide primordial, dont l'échelle angulaire dépasse le rayon de Hubble – disqualifiant la possibilité d'une origine causale des perturbations.

Par ailleurs, les débuts de ma thèse ont également été marqué par la première détection du mode pair de polarisation du fond diffus par l'expérience DASI, basée au Pôle Sud. Cette première détection a préfiguré les mesures publiées par divers expériences sises au sol ou embarquées à bord de ballon – CBI, CAPMAP, BOOMERanG – au cours des années qui ont suivi. Ces résultats s'avèrent extrêmement prometteurs pour les expériences terrestres dédiées à la mesure de la polarisation du rayonnement micro-onde, actuellement en activité, en construction ou en projet, telles QUaD, BICEP, CLOVER ou BRAIN. En effet, l'enjeu d'une telle mesure, en particulier du mode impair de la polarisation, justifie ce déploiement expérimental. La détection de ce dernier, puisqu'il ne peut être généré que par les modes tensoriels des perturbations, constituerait une vérification de la dernière prédiction générique de l'inflation, non-encore avérée, de l'existence d'un fond d'ondes gravitationnelles primordiales – modes tenseurs de perturbation de la métrique – créé pendant l'inflation. Ainsi la polarisation du fond diffus représente-t-elle un accès aux conditions qui prévalaient dans l'Univers primordial, en particulier à l'échelle d'énergie à la fin de l'inflation.

Dès lors, c'est dans ce contexte scientifique en effervescence que s'est inscrite ma thèse, consacrée à la préparation de la prochaine génération d'expériences dédiées à la mesure des anisotropies du fond cosmologique, dont la figure emblématique est le satellite PLANCK, ainsi qu'à l'étude des résultats scientifiques susceptibles de découler de ces futures observations. Dans un premier chapitre introductif, je présente brièvement le modèle « Standard » de la Cosmologie, dans lequel s'inscrit ma thèse et je donne une description qualitative du fond diffus cosmologique et plus particulièrement de sa polarisation linéaire. Je clos ce chapitre par une revue des expériences dédiées au fond diffus cosmologique, sélectionnées parce qu'elles ont marqué une avancée importante dans le domaine, ou parce qu'elles fournissent les meilleures données actuelles ou encore parce ce qu'elles participent des projets susceptibles d'améliorer notablement notre connaissance du fond cosmologique.

La mission PLANCK, dont le lancement est prévu pour août 2007, est l'expérience dédiée au fond diffus la plus ambitieuse jamais construite. PLANCK tirant au mieux partie de la précision qu'offre une technologie bolométrique, est conçu pour fournir la mesure définitive des anisotropies de température – c'est-à-dire contenant toute l'information cosmologique que ces dernières recèlent – ainsi qu'une mesure haute précision de la polarisation du fond diffus. En sus de l'effort instrumental qui a été nécessaire à sa conception, il s'avère aujourd'hui urgent, alors que l'on recevra les premières données en provenance du satellite d'ici trois ans, de parachever le développement d'une chaîne de traitement de données adaptée, la plus efficace possible. Pour cela, les outils de simulation du signal temporel issu de PLANCK sont nécessaires à la fois pour développer les méthodes d'analyse de données que pour les tester. C'est là le thème du deuxième chapitre de ma thèse. La première partie de ce chapitre est consacrée à la description de l'expérience PLANCK, pour laquelle la logique adoptée consiste tout d'abord, à dégager les objectifs scientifiques qu'elle se propose d'atteindre, pour ensuite étudier les solutions technologiques sélectionnées en vue de remplir ces objectifs et enfin, aborder les limitations de la conception de l'instrument que représentent les effets systématiques. Dans une deuxième partie, je m'attache à la description de la chaîne de simulations rapides des signaux temporels de PLANCK que j'ai développé dans l'optique de faciliter la mise au point des méthodes de traitement des données du satellite.

En sus de constituer une observable unique de l'Univers primordial, le fond diffus cosmologique, puisqu'il nous parvient après avoir traversé tout l'Univers recèle également d'information sur le potentiel gravitationnel des Grandes Structures. Ainsi, via un effet de lentilles

gravitationnelles, celles-ci impriment de faibles perturbations au sein du rayonnement micro-onde, perturbations qui en retour nous permettent de reconstruire le potentiel gravitationnel sous-jacent. Dès lors, puisqu'il permet de sonder le potentiel des Structures situées à haut décalage vers le rouge, alors qu'elles étaient dans un régime linéaire de croissance, le fond diffus cosmologique s'avère un outil efficace pour déceler la signature des neutrinos massifs sur les Structures. Cette signature se révèle sous la forme d'une suppression des petites échelles des structures, celles dont le potentiel gravitationnel n'est pas suffisant pour retenir les neutrinos, ceux-ci étant animés de grandes vitesses. Ainsi, dans le troisième chapitre de ma thèse, j'étudie les contraintes que les futures expériences dédiées à l'observation du fond diffus, celles décrites au premier chapitre, pourront imposer sur la masse totale des neutrinos. En particulier, j'aurai soin de tester la robustesse de mes prédictions à la fois aux choix adoptés pour la description du modèle cosmologique dans lequel j'inscris mon étude et à la fois, à d'éventuels résidus d'origine astrophysique – lumière diffuse de la galaxie, sources extragalactiques, etc. – laissés au sein des données considérées, à l'issue d'un processus de soustraction des émissions d'avant-plan.

Ainsi l'effet de lentilles gravitationnelles au sein du fond diffus constitue un sujet brûlant du domaine et ce, pour au moins deux raisons : tout d'abord, il contient de précieuses informations sur les Grandes Structures – c'est le point de vue adopté au troisième chapitre – ensuite, en perturbant les motifs que dessine le champ de polarisation du fond diffus sur le ciel, il est responsable de la contamination du mode B (impair) primaire de polarisation – celui généré par les ondes gravitationnelles primordiales – par un mode B secondaire, issu de la fuite du mode E (pair) vers le mode B. Ainsi, notre capacité à l'estimer dans les observations du rayonnement micro-onde est cruciale à la fois pour en extraire les informations que pour le soustraire des données. Cette estimation est rendue plus difficile encore par la présence d'émissions d'avant-plan, susceptibles de mimer les perturbations caractéristiques que l'effet de lentille introduit dans le fond diffus. C'est là l'objet d'étude du quatrième chapitre de ma thèse. La méthode adoptée consiste à comparer les performances d'un estimateur de l'effet de lentille dans un cas idéal, c'est-à-dire à partir de simulations du fond diffus dépourvues d'émission d'avant-plan avec celles obtenues en présence d'avant-plan. Ainsi, après avoir introduit les concepts utiles pour appréhender l'effet de lentille gravitationnelle, je décrirai la méthode que j'ai développée pour simuler des cartes planes des observables du fond diffus perturbées par le potentiel gravitationnel des Grandes Structures. Ensuite, j'explique comment un estimateur quadratique – celui décrit par W. Hu et T. Okamoto – a été mis en œuvre. Forte de la maîtrise de ces deux outils, j'aborderai la caractérisation de l'estimateur dans le cas idéal, mettant en évidence un biais constitutif. Ensuite, je présenterai une revue résumant notre connaissance des émissions d'avant-plan, d'après les observations actuelles. C'est là que réside la principale limitation de cette étude : la polarisation des émissions d'avant-plans ainsi que de leurs propriétés statistiques ne sont encore que peu connues, du fait du manque de données à des fréquences d'observations pertinentes pour le fond diffus et à haute latitude galactique. Je ferai donc le choix d'introduire un avant-plan possible dans la chaîne de simulation précédemment développée, les sources radio extragalactiques. Pour les simuler, je me baserai sur l'étude de la polarisation des sources de M. Tucci et al. Enfin, je présenterai les résultats obtenus par l'estimateur de lentilles, lorsqu'il est confronté aux sources radio. Ainsi, j'aurai développé les outils nécessaires à cette étude ambitieuse et validé l'approche adoptée en choisissant un avant-plan particulier.

Le rayonnement de fond diffus cosmologique

I. Le rayonnement de fond diffus cosmologique

La découverte du rayonnement de fond diffus cosmologique – CMB pour *Cosmic Microwave Background*, par la suite – a initié le développement de la Cosmologie actuelle. L’histoire de cette découverte est bien connue – elle est racontée par D. Wilkinson [78], par exemple. En 1964, deux radio-astronomes, Penzias et Wilson, ont fortuitement décelé un « excès de température » évalué à 3.5 K, perturbant les mesures de sources radio qu’ils effectuaient au *Crawford Hill Laboratory*, New Jersey [62]. Leur découverte a été interprétée par R. Dicke, P. Peebles P. Roll et D. Wilkinson, dans un article publié en 1965 [22] comme le vestige d’une phase d’équilibre thermique de l’Univers, dans le cadre de leur modèle de Big Bang chaud. Ainsi, le fond diffus cosmologique constitue l’une des trois observations fondatrices du modèle cosmologique actuel – les deux autres étant le décalage vers le rouge des galaxies et les abondances primordiales des éléments légers. En 1929, E. Hubble a vérifié l’existence d’une relation entre la distance des galaxies et leur décalage spectral [36] – relation qui avait été prédite par Lemaître dans un modèle d’Univers en expansion. Quant à la Nucléosynthèse Primordiale, on doit à G. Gamow les premières prédictions des abondances des éléments légers, créés lors des quelques premières minutes de l’Univers [23]. Ainsi, s’est dessiné le modèle d’un Univers primordial extrêmement chaud, capable de fournir les conditions nécessaires à la production des premiers éléments, et extrêmement dense par rapport à aujourd’hui, puisque l’expansion l’a dilué à l’extrême.

Ensuite, pour une description plus formelle de l’Univers, on le place dans le cadre théorique que fournit la Relativité Générale. Le Principe Cosmologique, stipulant que l’Univers est homogène et isotrope – vérifié de manière éclatante par l’isotropie et l’homogénéité du CMB [74] – impose, en donnant les symétries du problème, le choix de la métrique de Friedmann, Robertson et Walker. De là découle la mise en équation¹ de l’Univers (A. Einstein, Friedmann et Lemaître). L’Univers est alors décrit par quelques paramètres libres s’appliquant à son contenu en énergie – sa densité d’Energie Noire, de Matière Noire, de matière baryonique pour les contributions dominantes – son évolution et ses conditions initiales. Ces caractéristiques sont liées, puisque le contenu de l’Univers lui confère sa géométrie, celle-ci influant sur son devenir – expansion éternelle ou recontraction. En particulier, il existe une valeur critique de la densité totale d’énergie – $\rho_c = 3H^2/8\pi G$, où H est le taux d’expansion

¹Pour une explication abordable et détaillée de la manière dont on décrit l’Univers dans le cadre de la Relativité Générale, on pourra se reporter au livre de J. Peacock, par exemple.

sion et G la constante de Gravitation – pour laquelle la géométrie de l’Univers est plane (localement euclidienne), son expansion pouvant continuer indéfiniment.

Reste le problème d’expliquer l’origine des Grandes Structures que l’on observe, dans un modèle d’Univers si homogène. Pour cela, l’une des explications possibles consiste à supposer que l’Univers primordial ait connue une phase d’expansion exponentielle, générant des perturbations gaussiennes et adiabatiques de la métrique, à partir des fluctuations quantiques du champ primordial. Ensuite, ces faibles perturbations croissent par effondrement gravitationnel, formant peu à peu les Structures de l’Univers actuel (voir fig. I pour une illustration possible). Ce modèle inflationnaire, en plus d’expliquer la formation des Structures, soigne au moins deux autres zones d’ombre du modèle cosmologique : le problème de l’horizon et celui de la platitude [26]. Tout d’abord, l’homogénéité de la température du CMB à travers tout le ciel est inexplicable en regard des échelles angulaires qui ont pu se trouver en contact causal – donc s’uniformiser avant le découplage. D’après le calcul de l’échelle angulaire de l’horizon de Hubble au découplage – lorsqu’ont été libérés les photons du CMB – ces régions ne devraient pas dépasser 1° sur le ciel. Aussi, l’inflation, dilatant considérablement l’espace, permet que tout l’Univers observable ait été en contact causal par le passé. Par ailleurs, une période d’inflation rapproche la densité de l’Univers de sa densité critique, et donc de la platitude – encore confirmée récemment par les résultats de WMAP [75] – apportant une justification théorique à ce qui apparaîtrait sinon comme une simple coïncidence. Cependant, ce n’est pas là le seul modèle envisagé. En effet, les champs scalaires peuplant l’Univers dans ses premiers instants – champs de Higgs, inflaton, etc. – donnent naissance à des défauts topologiques, pour peu que le minimum de leur potentiel soit dégénéré et ce, par un mécanisme de brisure spontanée de symétrie pouvant survenir à mesure que l’Univers se refroidit. Une fois créés, de tels défauts topologiques – monopôles, cordes cosmiques, murs, etc. – sont capables de générer des perturbations, lorsqu’ils traversent le champ de densité. Par exemple, ils peuvent faire apparaître une surdensité sur leur passage, en attirant la matière et en rapprochant des points séparés de l’espace-temps. A l’inverse de l’inflation, les perturbations engendrées de cette façon sont fortement non-gaussiennes.

C’est la découverte des fluctuations de température au sein du CMB qui a permis de discriminer entre les scénarios possibles de formation des Structures et ainsi, a ouvert une fenêtre observationnelle pour l’étude des conditions initiales qui ont prévalu à la naissance de l’Univers. La première mesure de ces fluctuations à un niveau aussi faible que $\Delta T/T_{cmb} \sim 10^{-5}$, aux échelles acausales, a été réalisée par le satellite COBE en 1992 [74] (voir §I.2). Ensuite, l’effort technologique qui a suivi a permis d’étendre peu à peu les mesures à toutes les échelles angulaires (voir §I.2). Ces observations ont confirmé, de manière indiscutable, le modèle de la croissance des Structures par instabilité gravitationnelle dans un Univers en expansion [60], initiée par des perturbations gaussiennes extrêmement ténues apparues après l’inflation.

Ainsi les fluctuations de température observées au sein du CMB constituent l’un des fondements du modèle cosmologique actuel, qui s’est progressivement dégagé à la croisée de multiples observations indépendantes – les mesures de décalage vers le rouge des supernovae distantes, les corrélations existant entre galaxies lointaines, les forêts Lyman- α au sein des spectres de quasar d’arrière-plan, les mesures des abondances primordiales, etc. – qui toutes semblent concorder. C’est dans le cadre de ce modèle de « concordance » dont la légitimité s’est encore affirmée avec les récents résultats de l’expérience WMAP [75] (voir §I.2), que nous plaçons notre étude. Dans ce modèle, l’Univers est à géométrie plane – puisque sa

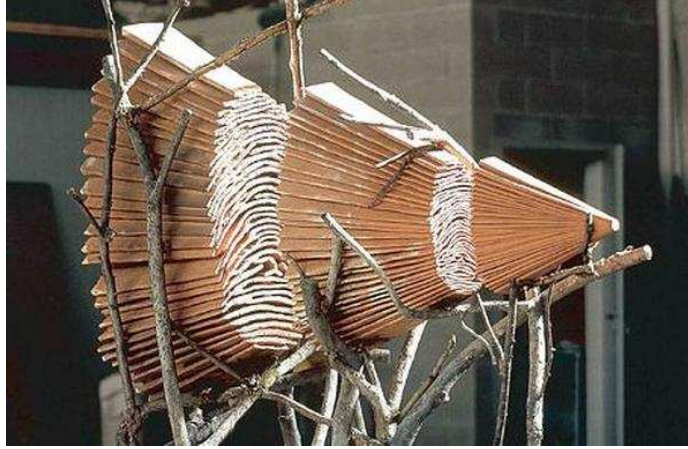


FIG. I.1: L'artiste G. Penone fait peu à peu croître l'empreinte de son pouce dans l'argile ; d'abord quasiment invisible à droite de l'image, puis de plus en plus accentuée, demandant de plus en plus de matière. Cette œuvre, photographiée au Musée d'Art Moderne de Beaubourg, nous fournit un support pour imaginer la naissance des Grandes Structures par effondrement gravitationnel. (Photographie de Giuseppe Penone et Dina Carrara)

densité totale correspond à $\Omega_{tot} = 1.02 \pm 0.02$, homogène et isotrope aux grandes échelles angulaires. Baigné dans un fond de rayonnement à 2.726 K et dans un fond de neutrinos, l'Univers est dominé à 70 % par l'Energie Noire, peut-être équivalente à une Constante Cosmologique. La matière qu'il contient se présente essentiellement sous la forme de Matière Noire Froide à 23 %, tandis que la matière baryonique ne constitue que 4 % du total. Quant à l'évolution de l'Univers, les perturbations primordiales gaussiennes, adiabatiques et quasi-invariantes d'échelle croissent par effondrement gravitationnel, luttant contre une expansion à un taux aujourd'hui proche de $H \sim 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, pour former les Grandes Structures. Ce modèle est un succès indéniable pour la Cosmologie et ce, bien qu'il laisse certaines questions en suspens. Par exemple, il ne fournit pas d'explication naturelle au fait que les différentes contributions à la densité totale de l'Univers aient toutes le même ordre de grandeur aujourd'hui. Ou encore, il ne répond pas aux questions de l'origine et de la nature de l'Energie Noire et de la Matière Noire.

On a ainsi brièvement résumé l'émergence du modèle « Standard » de la Cosmologie, capable de décrire l'Histoire d'un Univers de 13.7 milliards d'années et de rendre compte d'observations couvrant des échelles angulaires de quelques megaparsecs à l'ensemble du ciel et ce, avec seulement quelques paramètres. Le CMB fournit les observables permettant de contraindre la quasi-totalité des paramètres du modèle – certaines contraintes imposées souffrant de dégénérescences (telles celle sur le couple densité d'Energie Noire, densité de matière), mais qui peuvent être levées par la confrontation avec les résultats d'expériences indépendantes. C'est là une première motivation – mais non la seule (voir §I.1.5) – pour les efforts de recherche déployés tant pour parvenir à une mesure de plus en plus fine des observables du CMB que pour en extraire toute l'information cosmologique.

I.1 Phénoménologie du fond diffus cosmologique

I.1.1 La première image de l'Univers

Dans le modèle « Standard » de la Cosmologie, tel qu'on l'a brièvement présenté, l'Univers a une Histoire. Si son commencement est inconnu, voire inaccessible, son évolution consiste en une longue expansion entraînant un refroidissement progressif de son contenu. Ainsi, très loin dans le passé, l'Univers était beaucoup plus chaud et dense qu'aujourd'hui. A des décalages vers le rouge de l'ordre de 1100, le contenu de l'Univers consiste en protons, électrons et photons interagissant fortement, ainsi qu'en neutrinos et Matière Noire Froide². Protons et électrons se combinent sans cesse pour former l'hydrogène, lui-même très rapidement ionisé par les photons et redonnant protons et électrons...Mais, vient l'époque du découplage des photons, où l'Univers s'est à ce point refroidi que les photons n'ont plus assez d'énergie pour maintenir cet équilibre. Plus rien n'empêche désormais protons et électrons de se combiner pour former l'Hydrogène, que les photons ne peuvent plus ioniser. Dès lors, le libre parcours moyen des photons tendant vers l'infini, l'Univers devient transparent aux photons. Ce sont donc ces photons qui constituent le CMB : ils ont interagi pour la dernière fois il y a 13,7 Milliards d'années, ont traversé l'Univers pour nous arriver aujourd'hui, quasiment non-perturbés, simplement refroidis à l'extrême sous l'effet de l'expansion de l'Univers. Par ailleurs, comme ces photons nous parviennent de toutes les directions du ciel, ayant parcouru la même distance et ayant été diffusés pour la dernière fois au même moment, ils proviennent de la surface interne d'une sphère dont nous sommes le centre ; cette surface est appelée surface de dernière diffusion. Donc, lorsque l'on réalise une carte du CMB sur le ciel, c'est une véritable photographie de cette surface située à $z \sim 1100$, alors que l'Univers n'avait que 300 000 ans.

Par ailleurs, puisque ces photons ont participé à l'équilibre thermique au sein du plasma primordial, avant la recombinaison des atomes, ils possèdent un spectre de corps noir. Cette prédiction, motivée par les travaux de Gamow sur la nucléosynthèse primordiale, a été confirmée en 1990, par les résultats de l'instrument FIRAS embarqué sur COBE [50]. Ainsi, le spectre observé du fond diffus cosmologique correspond à une loi de Planck théorique, avec des déviations qui n'excèdent pas 0.01% de la brillance au maximum. On rappelle que la loi de Planck est donnée par :

$$S(\nu, T) = \frac{2hc^2\nu^3}{e^x - 1} \quad \text{où} \quad x = \frac{h\nu}{kT}$$

et où h est la constante de Planck, c la vitesse de la lumière, ν la fréquence, k la constante de Boltzmann et T la température. Le spectre mesuré par COBE/FIRAS, qui culmine à 143 GHz, apparaît sur la figure I.2.

Le CMB est un rayonnement extrêmement homogène sur tout le ciel, obéissant à un spectre de corps noir de température de 2.726 K [3]. C'est seulement lorsque l'on soustrait cette température en chaque point du ciel qu'apparaissent les premières inhomogénéités du CMB.

²Est dite froide, la Matière Noire non-relativiste au moment du découplage des photons

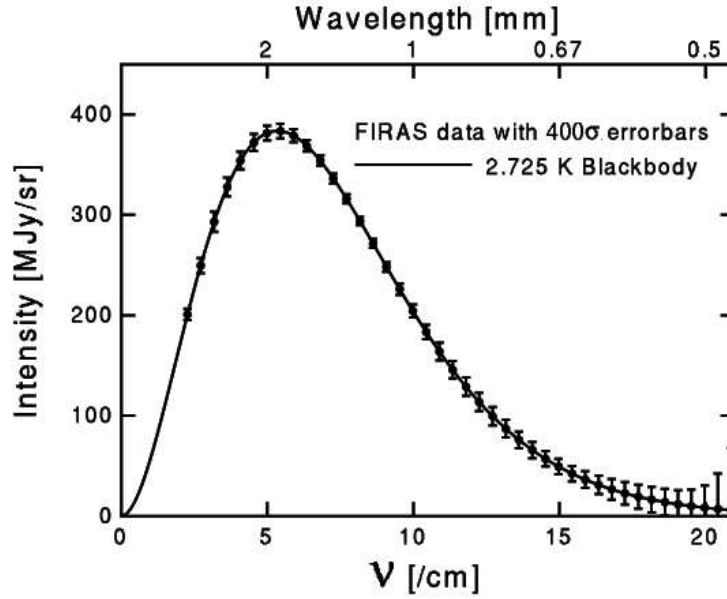


FIG. I.2: Le spectre du fond diffus cosmologique tracé en intensité par nombre d'onde. La courbe est celle du spectre théorique d'un corps noir à la température de 2.725 K. Les points sont issus des mesures par l'instrument FIRAS à bord du satellite COBE (voir §I.2). On note que les barres d'erreurs représentent l'incertitude de la mesure à 400σ – les barres d'erreurs à 68 ou 95 % de niveau de confiance habituellement tracées ne se distinguant pas de l'épaisseur du tracé de la courbe théorique [50].

I.1.2 L'origine des anisotropies de température

La première fluctuation de température apparaissant à un niveau de l'ordre de $\Delta T/T \sim 10^{-3}$ est de type dipolaire. Il s'agit d'un effet Doppler dû au mouvement de la Terre dans le référentiel où le CMB est isotrope. La mesure de ce dipôle, effectuée pour la première fois par COBE/DMR (voir le §I.2), a été récemment améliorée par le satellite WMAP [3] : son amplitude atteint $3.346 \pm 0.017 mK$, pour une orientation dans le repère galactique donnée par $(l, b) = (263.85^\circ \pm 0.1^\circ, 48.25^\circ \pm 0.04^\circ)$. Après soustraction de la température moyenne et du dipôle des cartes du ciel, apparaissent des fluctuations de température de faible amplitude, de l'ordre de 10^{-5} K. Ces fluctuations, qu'on est capable de déceler aujourd'hui au sein des observations, trouvent leur origine au tout début de l'Univers, puisqu'elles sont les traces des perturbations de la métrique dans l'Univers avant le découplage.

Les anisotropies primaires

Plus précisément, elles résultent de la combinaison de trois mécanismes physiques, un effet de température intrinsèque, l'effet Doppler et l'effet Sachs-Wolfe. Tout d'abord, les fluctuations de température au sein de la matière à laquelle les photons étaient couplés avant leur dernière diffusion, contribuent aux fluctuations de température observables dans le CMB. Mais cet effet de température intrinsèque, s'il est le plus évident, n'est pas l'effet dominant. La température des photons résulte principalement de l'énergie qu'ils ont gagné

ou perdu au sortir des minima ou des maxima de densité respectivement au moment de leur dernière diffusion. C'est l'effet Sachs-Wolfe [68]. Enfin, au découplage, les photons sont également affectés par un effet Doppler. Puisque les fluctuations du champ de densité mettent le fluide cosmologique en mouvement, la matière présente à la surface de dernière diffusion nous apparaît animée d'une vitesse radiale. Ainsi, suivant que les photons sont diffusés pour la dernière fois par une particule s'éloignant ou s'approchant de nous, ils nous apparaîtront décalés vers les grandes ou les petites longueurs d'onde.

Les anisotropies générées au sein du CMB par de tels mécanismes, opérant au moment du découplage, sont dites primordiales. Ce sont elles qui encodent l'information concernant les conditions qui régnaient dans l'Univers à cette époque précoce de son Histoire. Cependant, d'autres mécanismes, intervenant ultérieurement, peuvent légèrement perturber ces fluctuations primordiales [34]. On distingue deux sources de perturbations secondaires, les effets gravitationnels et ceux de rediffusion, survenant après la réionisation de l'Univers.

Les effets gravitationnels

Après le découplage, les photons peuvent encore interagir de manière gravitationnelle avec la matière. Parmi les effets gravitationnels, susceptibles d'engendrer des anisotropies secondaires, nous choisissons d'en mentionner deux : l'effet de lentille gravitationnelle et les différents effets de variation du potentiel gravitationnel (voir figure I.3).

Ce dernier type d'effets repose sur le même mécanisme que l'effet Sachs-Wolfe : tout au long de leur ligne de visée, les photons perdent de l'énergie à la traversée du potentiel gravitationnel des Structures en train de se former. En effet, l'énergie gagnée à l'entrée d'un puits de potentiel est inférieure à celle perdue à la sortie, puisque le puits s'est creusé durant le voyage du photon. Cet effet se produit lorsque le potentiel gravitationnel varie, c'est-à-dire pendant la domination de la radiation et de l'énergie noire. C'est là le mécanisme responsable de l'effet Rees-Sciama [66], de l'effet Sachs-Wolfe intégré [33] et des effets non-linéaires du second ordre [69].

Quant à l'effet de lentille gravitationnelle, qui sera détaillé au chapitre IV, il s'agit de la perturbation des géodésiques, qui s'incurvent au voisinage des Grandes Structures. Ainsi, les photons observés dans une direction données peuvent être issus d'une direction voisine, décalée d'un petit angle sur le ciel.

Les effets de réionisation

Ensuite, une seconde classe d'effets est liée à la réionisation de l'Univers. Lors de l'effondrement des structures, la température au sein de la matière peut redevenir suffisamment élevée pour conduire à sa réionisation. A un *redshift* de l'ordre de 11 [39] – les résultats de WMAP autorisant un Univers réionisé à $z \lesssim 30$ suivant le modèle de réionisation considéré – on s'attend même à ce que l'Univers soit totalement réionisé. Les photons du CMB peuvent alors de nouveau interagir avec une population d'électrons libres. Parmi ces effets, nous en citons deux, que nous décrirons plus en détails au chapitre IV, §IV.3.1 :

- Effet Sunyaev-Zeldovitch (SZ) thermique [76], dû à l'agitation thermique des électrons dans le gaz ionisé des amas de galaxies.

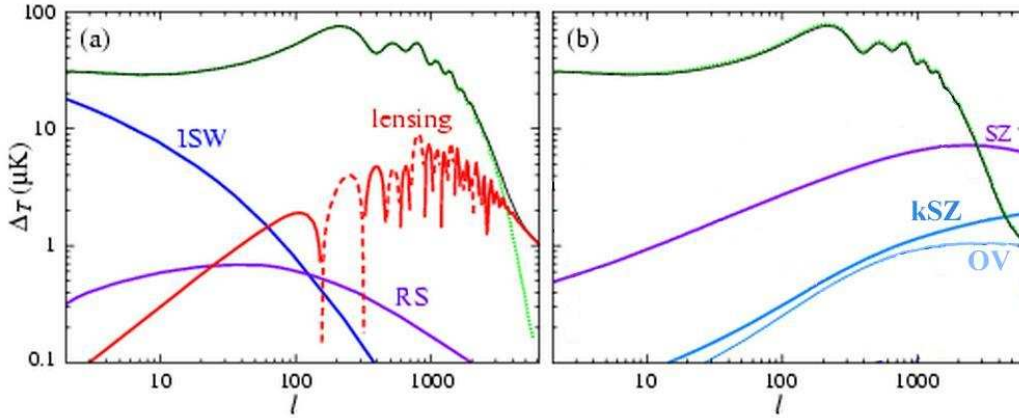


FIG. I.3: Contributions au spectre de puissance de la température des anisotropies secondaires. (a) : les effets gravitationnels. Ce sont, affectant les grandes échelles angulaires, l'effet Sachs-Wolfe Intégré (ISW) et l'effet Rees-Sciama (RS) et aux plus petites échelles angulaires, l'effet de lentille gravitationnelle (*lensing*). (b) : les effets de réionisation. Trois d'entre eux seulement apparaissent : l'effet SZ thermique et, avec des contributions du même ordre, les effets SZ cinétique (kSZ) et Ostriker-Vishniac (OV). Cette figure est adaptée de W. Hu et S. Dodelson [32].

- Effet SZ cinétique, causé par le mouvement d'ensemble des électrons, entraînés par l'amas auquel ils appartiennent.

Les signatures de l'effet SZ cinétique sont extrêmement faibles, puisque la contribution des anisotropies qu'il génère n'est que de quelques pourcents de celles produites par effet SZ thermique. Avec un niveau d'anisotropies du même ordre de grandeur que l'effet SZ cinétique, on peut encore citer l'effet Ostriker-Vishniac [58] dû aux corrélations entre perturbations de densité et de vitesse le long de la ligne de visée (voir figure I.3).

Comme le montre la figure I.3, les anisotropies secondaires ne contribuent que faiblement aux anisotropies totales, ne masquant pas l'information sur la physique de l'avant-découplage. Mais toute l'information cosmologique que recèle le CMB n'est pas uniquement issue des fluctuations de température, puisque sa polarisation linéaire en est une autre observable, d'une mesure moins aisée encore, mais qui s'avère tout aussi prometteuse pour la Cosmologie.

I.1.3 La polarisation du CMB

Origine

Le mécanisme de diffusion Thomson des photons est tel que si le fluide cosmologique proche de la surface de dernière diffusion n'est pas parfaitement homogène, mais présente des anisotropies de type quadrupolaire, alors le rayonnement CMB est polarisé linéairement. En effet, la section efficace de la diffusion Thomson dépend des directions de polarisation des radiations incidente et diffusée ($\vec{\epsilon}_i$ et $\vec{\epsilon}_d$), suivant :

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} \propto |\vec{\epsilon}_i \cdot \vec{\epsilon}_d|^2$$

Autrement dit, l'intensité du rayonnement diffusé est maximale lorsque la direction de polarisation diffusée est parallèle à la direction de polarisation incidente – situation qui se produit lorsque l'angle de diffusion est $\pi/2$. Ceci signifie que la diffusion Thomson est susceptible de sélectionner certaines directions de polarisation. Cependant, si le rayonnement incident est parfaitement isotrope, par superposition, la radiation diffusée sera non polarisée. Il faut encore qu'il existe une différence du flux de photons à la surface de dernière diffusion, entre deux directions perpendiculaires, pour que le rayonnement diffusé soit polarisé linéairement. Une telle différence peut se produire si le champ de densité primordiale recèle de perturbations de type quadrupolaire (voir schéma I.4). Or chaque type de perturbation primordiale

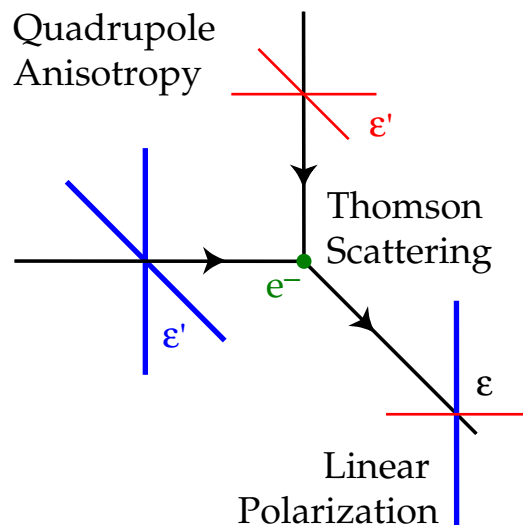


FIG. I.4: Schéma du principe de l'apparition d'une polarisation linéaire par diffusion Thomson. Si les particules diffusantes sont soumises à une anisotropie quadrupolaire (sur la figure, le flux de photons dans la direction horizontale est plus important que le flux vertical), alors le rayonnement diffusé sera polarisé linéairement. Cette figure est issue de W. Hu et M. White [35].

de la métrique, scalaire, vectoriel – bien que ces modes soient négligeables puisqu'ils ne peuvent croître – ou tensoriel présentent des modes quadrupolaires. Cette décomposition entre modes quadrupolaires scalaires ou tensoriels s'avère utile puisque tous deux entraînent une polarisation linéaire du CMB, mais avec une signature qui lui est propre. Ce sont les mécanismes par lesquels soit les modes scalaires, soit les tenseurs font que le rayonnement diffusé est polarisé, que nous allons expliquer d'une manière toute qualitative.

Tout d'abord, les modes scalaires des perturbations sont des modes de compression ou de raréfaction, correspondant aux fluctuations de densité de fluide primordial. Plaçons maintenant une particule-test au sein d'une surdensité qu'on imagine sphérique et proche de la surface de dernière diffusion. Elle tombe alors dans le puits de potentiel et ce d'autant plus rapidement qu'elle se rapproche du maximum de densité. Or les particules qui l'entourent, au sein de ce fluide de plus en plus dense à mesure de sa chute, sont elles aussi animées de vitesses de plus en plus grandes. Donc pour l'électron-test, toutes les particules dans la direction radiale de la surdensité semblent s'éloigner de lui. En effet, il s'éloigne des particules de la périphérie du puits, majoritairement plus lentes que lui, et se dirige vers les particules du cœur du puits, qui tombent également vers le centre, plus rapidement que lui. Quant au

flux de particules dans la direction orthoradiale, il devient de plus en plus fort à mesure que la densité du fluide croît. Donc, en chaque point de la surdensité, les électrons sont éclairés par un rayonnement qui possède une anisotropie quadrupolaire orienté orthoradialement. Par le même type de raisonnement, les particules au sein d'une sous-densité verront un flux quadrupolaire orienté radialement. Aussi, après diffusion Thompson, les directions de polarisation du CMB se répartiront de manière radiale autour des maxima de densité et orthoradiale autour des minima (se reporter à la fig. I.4).

Quant aux modes tensoriels des perturbations, ils correspondent à la propagation d'ondes gravitationnelles au sein du fluide primordial, déformant l'espace-temps sur son passage. De telles ondes gravitationnelles primordiales, bien que l'on en ait jamais détecté les signatures, sont prédites par l'inflation. Là encore, on se convainc, d'une manière simple, que ce type de perturbation peut être à l'origine d'anisotropies quadrupolaires et donc génératrices de polarisation du CMB. Cette fois, on dispose une série de particules-test en cercle. Au passage d'une onde gravitationnelle plane, ce cercle sera alternativement aplati verticalement puis horizontalement. Cette déformation de l'espace constitue un mode quadrupolaire. Aussi, la variation des longueurs d'onde qui lui est associée conduit-elle à un rayonnement qui lui-même présente une anisotropie quadrupolaire locale. Cette fois, les directions de polarisation du CMB peuvent s'orienter aussi bien dans les directions radiales ou orthoradiales des extrema de densité que dans des directions faisant un angle de 45° par rapport à ces derniers [35].

Ainsi peut-on déjà distinguer deux types de polarisation du CMB suivant les motifs que les directions de polarisation en chaque point dessinent sur le ciel. On a vu, d'une part, une polarisation dont les directions se distribuent radialement ou orthoradialement autour des extrema de densité et qui peut être générée aussi bien par les modes scalaires que tensoriels des perturbations primordiales; d'autre part, un autre type de polarisation ne pouvant être produit que par les modes tensoriels et se distinguant par la répartition des directions de polarisation qui sont tournées de 45° par rapport aux directions précédentes. Au point suivant, on donne une description plus formelle de la polarisation.

Description

En se basant sur les observations précédentes, on décrit la polarisation du CMB en la décomposant en deux champs scalaires gaussiens, l'un irrotationnel, appelé – en référence à l'électromagnétisme – champ de polarisation E, l'autre, de divergence nulle, appelé polarisation B. Ces deux champs sont caractérisés par des propriétés de parité opposées. Ainsi, le mode E de polarisation est celui s'orientant radialement ou orthoradialement autour des extrema de la densité, tandis que le mode B s'identifie à celui s'orientant à 45 ou 135 degrés autour des mêmes extrema. Le mode E, dont la distribution spatiale reste inchangée par une opération de réflexion dans un miroir, constitue un champ pair, tandis que le mode B est impair.

D'un point de vue observationnel, on ne mesure pas directement la répartition des directions de polarisation sur le ciel, mais le vecteur polarisation local en chaque point du ciel, dans un repère lié à la ligne de visée considérée. Plus précisément, on décrit ce vecteur de polarisation en considérant une superposition des champs électromagnétiques \vec{E} du CMB, tous orthogonaux à la direction de propagation (ou pour nous, la ligne de visée), avec le

même vecteur d'onde \vec{k} . Alors, pour peu que l'on se fixe un repère tel que $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{k})$ forment une base directe, toute l'information de la mesure du rayonnement est contenue dans la matrice de densité d'énergie, appelée aussi *matrice de cohérence*, définie par :

$$C = \begin{pmatrix} \langle |E_1|^2 \rangle & \langle E_1 E_2^* \rangle \\ \langle E_2 E_1^* \rangle & \langle |E_2|^2 \rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I + Q & U - iV \\ U + iV & I - Q \end{pmatrix},$$

où I, Q, U, V sont les paramètres de Stockes, I étant l'intensité du rayonnement, Q et U décrivant la composante linéaire de la polarisation et V sa composante circulaire. Ces paramètres ne sont pas indépendants mais liés par l'inégalité $I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2$, devenant une égalité lorsque le rayonnement est totalement polarisé. Pour le CMB, les paramètres Q et U suffisent pour décrire sa polarisation, puisque celle-ci est linéaire.

On insiste sur le fait que ces derniers sont des quantités locales, dépendant du choix du repère. Si l'on définit un second repère $(\vec{e}_1', \vec{e}_2', \vec{k})$, tel que les vecteurs (\vec{e}_1', \vec{e}_2') se déduisent des précédents (\vec{e}_1, \vec{e}_2) par une rotation d'angle θ autour de \vec{k} , alors Q et U se transforment en Q' et U' selon la loi :

$$\begin{aligned} Q' &= Q \cos 2\theta + U \sin 2\theta \\ U' &= -Q \sin 2\theta + U \cos 2\theta \end{aligned} \quad \text{qui se réécrit :} \quad Q \pm iU \rightarrow Q' \pm iU' = e^{\mp 2i\theta} (Q \pm iU).$$

Ainsi, ce sont des quantités de spin 2, c'est-à-dire qui tournent d'un angle 2θ sous une rotation d'angle θ . Pour de plus amples détails sur la description statistique de la polarisation du CMB, on pourra se référer à [37] ou [80], par exemple.

1.1.4 Les spectres de puissance du CMB

Les fluctuations de température du CMB ainsi que sa polarisation linéaire constituent deux observables qui nous permettent d'accéder à l'Univers primordial ; dans le modèle « Standard » de la Cosmologie, elles s'interprètent comme les empreintes laissées au sein du fond diffus par les perturbations de la métrique dans l'Univers avant le découplage. On s'attend dans le cadre de ce modèle – et on vérifie observationnellement au moins pour la température – que ces observables se décrivent comme trois champs scalaires gaussiens. Aussi, puisqu'elles sont issues de processus aléatoires, on réalise une étude statistique des cartes de la température et de la polarisation construites à partir des observations du ciel. Pour extraire toute l'information cosmologique de ces champs gaussiens, il suffit d'en connaître la fonction de corrélation à deux points. Pour chacun des champs $X = \{T, E, B\}$, on peut définir une fonction d'auto-corrélation :

$$C^X(\theta) \equiv \langle X(\hat{n}_1) X(\hat{n}_2) \rangle$$

où θ est l'angle sur le ciel séparant les deux points repérés dans les directions \hat{n}_1 et \hat{n}_2 – on a $\cos \theta = \hat{n}_1 \cdot \hat{n}_2$. Ainsi, l'isotropie des champs X fait que leur fonction de corrélation ne dépend que de l'échelle angulaire considérée. Ces couples de points sont moyennés sur un ensemble de réalisations du ciel. Disposant d'un seul Univers, on utilise l'ergodicité pour évaluer cette fonction de corrélation. Autrement dit, on évalue la moyenne d'ensemble comme une moyenne sur tous les couples de points, séparés d'un même angle, qu'il est possible de

former sur le ciel. De la même manière, on peut calculer une fonction de corrélation croisée entre deux observables différentes $(X, X') \in \{T, E, B\}$:

$$C^{XX'}(\theta) \equiv \langle X(\hat{n}_1) X'(\hat{n}_2) \rangle$$

Mais du fait que le mode B de polarisation est de parité impaire, à l'inverse des deux autres, ses corrélations avec T et E s'annulent. Seule la fonction de corrélation croisée entre la température et le mode E de polarisation est non nulle.

Par ailleurs, puisque les observables considérées sont des champs scalaires sur la sphère céleste, on en donne habituellement les développements multipôlaire. Ainsi, le champ de température se développe en harmoniques sphériques suivant :

$$\frac{\Delta T}{T}(\hat{n}) = \sum_{l,m} a_{lm}^T Y_l^m(\hat{n})$$

où l'amplitude des modes est donnée par

$$a_{lm}^T = \iint \frac{\Delta T}{T}(\hat{n}) Y_l^{m*}(\hat{n}) d\hat{n}$$

Quant à la polarisation, on développe d'abord les quantités $(Q \pm iU)$ sur une base adaptée, celle des harmoniques sphériques de spin 2 :

$$\begin{aligned} (Q + iU)(\hat{n}) &= \sum_{lm} a_{2,lm} {}_2Y_l^m(\hat{n}) \\ (Q - iU)(\hat{n}) &= \sum_{lm} a_{-2,lm} {}_{-2}Y_l^m(\hat{n}) \end{aligned} \quad (\text{I.1})$$

où l'expression des coefficients $a_{\pm 2,lm}$ est donnée dans [80]. Ensuite, on peut montrer qu'en formant des combinaisons linéaires de ces coefficients, on obtient les modes de deux quantités scalaires de parité opposée :

$$\begin{aligned} a_{lm}^E &= -(a_{2,lm} + a_{-2,lm})/2 \\ a_{lm}^B &= i(a_{2,lm} - a_{-2,lm})/2. \end{aligned} \quad (\text{I.2})$$

Ce sont là les coefficients du développement en harmoniques sphériques des modes E et B de polarisation précédemment introduits.

Dès lors, dans le cadre de tels développements multipôlaire, les fonctions de corrélation à deux points entre les observables $(X, X') \in \{T, E, B\}$ se réécrivent :

$$C^{XX'}(\theta) = \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} C_l^{XX'} P_l(\cos \theta)$$

où les $P_l(\cos \theta)$ sont les polynômes de Legendre d'ordre l et les $C_l^{XX'}$ sont les spectres de puissance des observables (X, X') , définis par :

$$\langle a_{lm}^X a_{l'm'}^{X'*} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^{XX'}$$

Là encore, puisque les observables $\{T, E, B\}$ sont isotropes, leur spectre de puissance ne dépend que du multipôle l , dépendant de l'échelle angulaire θ considérée, tel que $l \propto 1/\theta$.

De la même manière que précédemment, on dispose de quatre spectres de puissance non nuls pour le CMB, les trois auto-spectres des champs T, E et B auquel se rajoute le spectre de corrélation de la température au mode E de polarisation. On évalue ses spectres, à partir des observations sur l'ensemble du ciel, suivant :

$$\begin{aligned}
 C_l^{TT} &= \frac{1}{2l+1} \sum_m |a_{lm}^T|^2 \\
 C_l^{EE} &= \frac{1}{2l+1} \sum_m |a_{lm}^E|^2 \\
 C_l^{BB} &= \frac{1}{2l+1} \sum_m |a_{lm}^B|^2 \\
 C_l^{TE} &= \frac{1}{2l+1} \sum_m a_{lm}^{T*} a_{lm}^E
 \end{aligned} \tag{I.3}$$

Même dans le cas d'observations idéales – c'est-à-dire non bruitées, ne contenant que le signal CMB – la mesure des spectres de puissance sera entachée d'une incertitude, appelée variance cosmique, qui s'écrit :

$$\Delta C_l = \sqrt{\frac{2}{(2l+1)f_{sky}}} C_l$$

où le facteur $(2l+1)f_{sky}/2$ compte le nombre de multipôles indépendants sur lequel est basée la mesure – f_{sky} représentant la fraction du ciel observée.

Ainsi, les spectres de puissance peuvent être estimés sur les cartes des observables du CMB, mais ils peuvent être également calculés théoriquement dans le cadre d'un modèle cosmologique. En effet, une fois fixés les paramètres cosmologiques, on peut calculer à la fois les perturbations avant le découplage, puisqu'elles évoluent linéairement, puis propager les fluctuations au sein du CMB depuis la surface de dernière diffusion jusqu'à nous, dans l'Univers en expansion. Divers codes publics réalisent ce calcul [72] [14]. Sur la figure I.5, nous montrons les spectres de puissances du CMB, calculés par CAMB³ pour le modèle de « concordance » tel qu'il a été dégagé par l'équipe WMAP à partir de la combinaison des résultats de diverses expériences CMB et du grand sondage de Galaxies 2dFGRS.

La forme des spectres de puissance dépend fortement des paramètres cosmologiques. En effet, les spectres peuvent se lire – si on néglige les anisotropies secondaires – comme un résumé de l'état de toutes les échelles de perturbations existant à la surface de dernière diffusion. Ainsi, les spectres sont structurés en trois intervalles d'échelles angulaires, correspondant aux différents mécanismes physiques qui affectent les perturbations primordiales en fonction de leur taille angulaire. En effet, il existe une relation entre multipôles des spectres de puissance et tailles des perturbations primordiales, telle qu'à un multipôle donné correspond un petit intervalle d'échelles angulaires de ces perturbations. Ainsi distingue-t-on deux échelles caractéristiques au sein des spectres de puissance : celle correspondant à la taille de du rayon de Hubble au moment du découplage – les perturbations primordiales dépassant cette taille ne sont pas affectées par des processus physiques qui auraient commencé après la fin de l'inflation, en raison du principe de causalité, tandis que celles en-deçà de cette limite

³page web : <http://camb.info/>

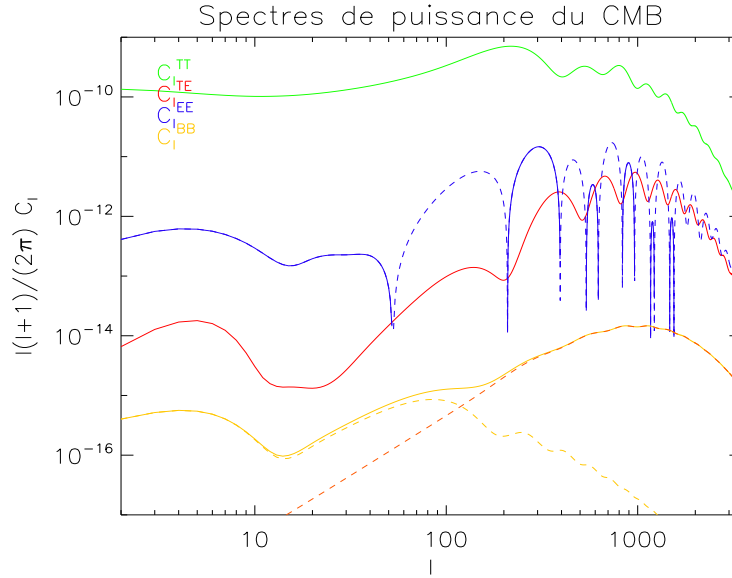


FIG. I.5: Les spectres de puissance du CMB, calculé par CAMB³, dans le cadre du modèle de « concordance ». Les paramètres cosmologiques fournis au code sont ceux extraits des observations combinées du CMB, de grands sondages de galaxies et des forêts Lyman- α [75]. On distingue de haut en bas, le spectre de la température (en vert), celui de la corrélation entre température et mode E de polarisation (en bleu) – les parties négatives du spectre sont représentées en trait interrompu – le spectre de la polarisation E (en rouge) et celui du mode B (en orange). Ce dernier résulte de la superposition de deux contributions : le mode B primordial aux grandes échelles angulaires et aux petites échelles, le mode B secondaire, généré par effet de lentille gravitationnelle sur le mode E.

ont subi des oscillations acoustiques – et celle correspondant à l'épaisseur de la surface de dernière diffusion – la diffusion des photons pendant la durée le découplage a affaibli les perturbations plus petites que cette échelle [73]. Aussi, les spectres de puissance, tracés en $l(l+1)C_l$ (voir figure I.5), présentent un plateau à bas multipôles, une forme plus complexe entre $l = 200$ et $l = 2000$, puis une chute de puissance aux plus grands multipôles. En particulier, le spectre de puissance de la température montre une série de fortes oscillations, appelées pics acoustiques, entre ces deux échelles caractéristiques.

La présence de ces pics acoustiques au sein du spectre de température est une prédiction fondamentale des modèles inflationnaires. Ils tirent leur origine des oscillations acoustiques qui ont affecté les perturbations primordiales entrées dans l'horizon du son avant le découplage. En effet, durant cette période, les perturbations plus petites que l'horizon du son, ont été soumises non seulement à l'effondrement gravitationnel mais aussi à la pression de radiation. La compétition entre ces deux effets produit alternativement des phases de compression et de redilution. Ainsi peut-on voir les pics au sein du spectre de puissance comme l'empreinte des perturbations telles qu'elles ont été « figées » au moment du découplage, au milieu d'une phase de compression ou de dilatation. Plus précisément, des perturbations gelées dans un extremum de compression, il résulte les maxima des pics au sein du spectre de température et ce de part les deux effets combinés, Sachs-Wolfe et intrinsèque. Ainsi,

le premier pic acoustique, donc le maximum est situé autour de $l = 220$, correspond aux plus grandes perturbations, ayant eu le temps d'effectuer un quart d'oscillation avant le découplage. Au contraire, les perturbations qui ont vu leurs oscillations stopper entre les maxima de compression et de dilution, alors que la dispersion de vitesse en leur sein était maximale, produisent les minima du spectre de température, cette fois via l'effet Doppler. On précise encore qu'une telle structure cohérente au sein du spectre de puissance indique que toutes les perturbations primordiales de même échelle angulaire oscillaient en phase – ceci constitue un point fort en faveur de l'inflation.

Le spectre de puissance du mode E de polarisation présente également une structure en pics, mais dont les maxima sont en quadrature de phase avec ceux du spectre de température. Pour le comprendre, il suffit de se souvenir que les modes quadrupolaires à la surface de dernière diffusion, responsables de la polarisation du CMB, sont produits par les gradients de vitesse au sein des perturbations primordiales. Aussi, les maxima de puissance du spectre du mode E correspondent aux échelles des perturbations au sein desquelles la dispersion de vitesse est maximale. Pour le spectre de température, on a vu que ces échelles correspondaient aux minima.

Aussi, puisque les spectres dépendent de l'état des perturbations primordiales à la surface de dernière diffusion, ils sont sensibles aux conditions qui prévalaient dans l'Univers avant le découplage. Par exemple, l'amplitude des pics dépend du rapport dans lequel se trouvent les différentes contributions à la densité totale de l'Univers. Cependant, les observations du CMB souffrent d'une dégénérescence entre les densités de matière Ω_m et de constante cosmologique, Ω_Λ , puisque ces deux types d'énergie conduisent à des effets contraires sur les perturbations, la première favorisant leur croissance, l'autre la limitant. Quant aux baryons – seuls ces derniers étant couplés au rayonnement – une augmentation de leur densité tend à amplifier les oscillations acoustiques tout en favorisant surtout les maxima de compression. Il en résulte au sein du spectre de température une augmentation globale de l'amplitude des pics mais surtout, les pics pairs (engendré par des perturbations ayant effectué un nombre pair de demi-périodes d'oscillation) surpassent les pics impairs (perturbations ayant subi un nombre impair de demi-périodes d'oscillation). Les spectres dépendent également des paramètres cosmologiques qui peuvent affecter les photons de la surface de dernière diffusion jusqu'à nous. Par exemple, la position du premier pic acoustique indique une courbure nulle de l'Univers. En effet, dans un Univers à courbure positive (respectivement négative), les géodésiques suivies par les photons CMB se comportent de telle manière que les angles solides sous-tendus par les perturbations soient grossis (respectivement diminués). Ainsi, pour une courbure négative les pics acoustiques se trouveraient décalés vers les petites échelles angulaires, inversement, une courbure positive les décaleraient vers les grandes échelles, soit les bas l .

Ces quelques exemples de contraintes imposées par les observables du CMB préfigurent l'intérêt qu'elles peuvent avoir pour la Cosmologie. Dans la partie suivante, nous résumons les autres avancées qu'elles autorisent.

1.1.5 Quelle science avec le CMB ?

Comme nous l'avons précédemment évoqué à travers quelques exemples, les observables du CMB permettent d'imposer de fortes contraintes sur les paramètres cosmologiques dans

le cadre du modèle de « concordance ». Par ailleurs, les spectres de la température et de la polarisation ne dépendent pas exactement de la même manière des paramètres cosmologiques et ainsi, en donnant des estimations indépendantes qui, une fois combinées, peuvent réduire certaines dégénérescences – telles celle sur le couple $(\Omega_\Lambda, \Omega_m)$. Ensuite, comme nous le détaillons au chapitre suivant (§ II.1.2) dans le cadre de la future mission PLANCK, le CMB est susceptible de fournir des informations concernant aussi bien l’Univers très primordial, l’origine et l’évolution des perturbations de la métrique, que plus près de nous, les processus de l’émission diffuse de la Galaxie, en passant par la réionisation de l’Univers et l’évolution des Grandes Structures. Donc les domaines scientifiques pour lesquels le CMB peut s’avérer un apport intéressant sont nombreux – la cosmologie, l’astrophysique, mais aussi la physique des particules. Par exemple, les observables du CMB, plus encore lorsqu’on les combine avec différents traceurs des Grandes Structures, fournissent les meilleures contraintes actuelles sur la masse des neutrinos (en échelle absolue) – se reporter au chapitre III. Ici, nous n’aborderons qu’un aspect d’une telle richesse, celui des contraintes que le CMB impose sur les modèles inflationnaires.

Le CMB conforte de manière éclatante l’idée d’une phase inflationnaire survenue dans l’Univers primordial, en vérifiant plusieurs prédictions génériques de l’inflation. Les perturbations initiales gaussiennes et invariantes d’échelle sont appuyées par l’observation des fluctuations du CMB, essentiellement gaussiennes et par l’estimation d’une pente $n_s \sim 1$ du spectre primordial à partir de ces observations [75]. Aussi, la position du premier pic nous révèle que l’Univers est géométriquement plat [59]. Enfin, la mesure du spectre de puissance TE présentant un minimum à $l \sim 100$ confirme l’existence de perturbations de la métrique à des échelles angulaires dépassant la taille de l’horizon [61]. Une autre prédiction majeure de l’inflation, qui jusqu’à aujourd’hui n’a pu être validée, concerne le fond d’ondes gravitationnelles primordiales. En effet, l’inflation produit des modes tensoriels de perturbations de la métrique sous forme d’ondes gravitationnelles. Tout d’abord, le spectre de puissance de température permet de contraindre le rapport entre mode scalaire et tensoriel des perturbations. En effet, les modes tensoriels contribuent à la génération des fluctuations de température, mais seulement aux grandes échelles. Ainsi, le rapport entre le niveau de puissance du plateau Sachs-Wolfe et du premier pic acoustique, fournit une première contrainte sur le rapport tenseur/scalaire ($r = C_{l=2}^{tens}/C_{l=2}^{scal}$). En effet, les données du CMB, lorsqu’on les combinent avec les résultats des plus récentes expériences de cosmologie observationnelle, imposent une limite supérieure telle que $r < 0.36$ à 95 % de confiance [71]. Mais c’est la détection du spectre de puissance du mode B primordial – uniquement généré par les modes tensoriels – qui apporterait une validation de cette dernière prédiction de l’inflation. Ensuite, une mesure du rapport tenseur/scalaire apporterait une indication précieuse sur l’échelle d’énergie pendant l’inflation [43]. Ainsi, saurait-on si l’inflaton peut s’inscrire dans la Théorie de Grande Unification, comme le champ scalaire responsable de la brisure de GUT.

Le fait que le CMB représente une telle source d’informations pour la cosmologie et les domaines physiques qui lui sont connexes, justifie pleinement l’effort observationnel qui est déployé depuis au moins deux décennies, tendant à une mesure toujours plus fine des observables du CMB. C’est cet effort qui constitue le sujet de la partie suivante, dans laquelle nous nous attachons à l’évolution des expériences dédiées au CMB.

I.2 Panorama des expériences CMB.

Dans ce « panorama », loin d'être exhaustif, nous choisissons de mettre en lumière quelques expériences dédiées à la mesure des observables du CMB, que nous jugeons importantes pour notre propos : soit elles marquent une étape décisive de part leur apport à la connaissance du CMB ou de part la technologie utilisée, soit elles font partie des expériences que nous considérons au chapitre III, dans le cadre de notre estimation de la sensibilité aux paramètres cosmologiques qu'elles permettront d'atteindre à plus ou moins long terme. Aussi adoptons-nous un ordre chronologique pour présenter ces expériences, des réussites passées à celles encore à l'état de projets.

I.2.1 Les grands précurseurs

COBE

Le *COsmic Background Explorer*, développé au *Goddard Space Flight Center* de la NASA, constitue la première expérience spatiale dédiée à la mesure du CMB. Lancé en 1989, il emportait à son bord trois instruments, couvrant des longueurs d'onde de $1.25\ \mu\text{m}$ à $10\ \text{mm}$, qui ont chacun apporté des résultats fondamentaux.

Tout d'abord, opérant aux plus basses longueurs d'onde (de 1.5 à $240\ \mu\text{m}$), le *Diffuse Infrared Background Experiment* (DIRBE) était destiné à mener une recherche systématique en vue de détecter un fond diffus infrarouge isotrope, issu de l'émission intégrée de toutes les galaxies ou proto-galaxies observables. Ainsi, il a fourni la première détection d'un tel fond diffus à un niveau de brillance de $25 \pm 7\ \text{nW m}^{-2}\text{sr}^{-1}$ à $140\ \mu\text{m}$ et $14 \pm 3\ \text{nW m}^{-2}\text{sr}^{-1}$ à $240\ \mu\text{m}$ [29].

Ensuite, COBE comportait un spectromètre différentiel, le *Far InfraRed Absolute Spectrophotometer* (FIRAS), conçu pour mesurer la différence entre les émissions du ciel et celles d'une source de référence interne, très proche d'un corps noir. En 1990, FIRAS a confirmé que le spectre électromagnétique du CMB ne dévie d'un spectre de corps noir de moins de 0.01% de son maximum de brillance [49]. Ainsi, cette mesure a conduit à une détermination de la température du CMB de $2.725 \pm 0.002\ \text{K}$, avec une précision uniquement limitée par la source embarquée pour la calibration [51].

Enfin, c'est le *Differential Microwave Radiometer* (DMR) qui a révélé, pour la première fois, les fluctuations de température d'un niveau 10^{-5} au sein du CMB [74]. Cet instrument était composé de six radiomètres différentiels mesurant la différence de puissance reçue entre deux directions de pointage séparée de 60° sur le ciel. Il a fourni les premières cartes du CMB sur l'ensemble du ciel et ce, dans trois canaux de fréquence (31.5, 53 et 90 GHz), avec une résolution angulaire de sept degrés sur le ciel.

Après les succès de COBE, énormément d'expériences, au sol ou en ballon, ont été développées afin de sonder les échelles angulaires des fluctuations, en deçà de sept degrés. En particulier, toute une série d'expériences – parmi lesquelles on peut citer ARGO [19], SK télescope [56], QMAP [20], la campagne TOCO98 au MAT [52] ou Archéops [6] – ont mesuré l'amplitude et la position du premier pic Doppler, au sein du spectre de puissance de la température, indiquant notamment la géométrie plane de notre Univers [18]. Aussi,

peu à peu, les échelles intermédiaires des fluctuations (du degré à la dizaine de minutes d'arc) ont pu être observées, mettant à jour la série des pics acoustiques du spectre de puissance de température, grâce à des expériences telles BOOMERanG [55], MAXIMA [28], DASI [12] ou VSA [70], par exemple. D'autres expériences enfin, se sont restreintes à une très faible portion du ciel afin d'atteindre la sensibilité nécessaire pour accéder aux plus petites échelles du spectre de puissance, dans la partie affectée par le *Silk Damping* [73] – ce sont par exemple, CBI [48] ou ACBAR [67].

Parmi les expériences précédemment citées, nous souhaitons insister sur l'une d'entre elles, qui en sus des résultats obtenus, constitue une étape importante en vue de réaliser le projet PLANCK.

Archéops

Archéops⁴ est une expérience ballon, qui a effectué trois vols scientifiques à partir de la base suédoise de Kiruna dont le dernier, datant de février 2002, a permis 12 heures de prise de mesures de qualité. Le ballon embarquait un instrument bolométrique, d'une conception proche de celle de l'instrument haute fréquence de PLANCK, observant environ 30 % du ciel, dans quatre canaux de fréquence (143, 217, 353 et 545 GHz) avec une résolution angulaire de 8 minutes d'arc. Par ailleurs, son plan focal était refroidi à 100 mK grâce à un cryostat à dilution de ³He dans ⁴He du type de celui développé pour PLANCK. Ceci conférait à Archéops une très bonne sensibilité. Par exemple, durant le vol de 2002, les détecteurs des canaux à 143 et 217 GHz ont atteint une sensibilité inférieure à 180 μK par éléments de résolution. Enfin, les détecteurs du canal 350 GHz étaient associés par paire dans une configuration permettant la mesure de la polarisation du CMB. Pour une description plus détaillée de l'expérience Archéops, on pourra par exemple se référer à l'article de A. Benoît et al. [4].

Deux objectifs principaux ont motivé l'expérience Archéops. Tout d'abord, la couverture du ciel observé a été choisie suffisamment grande pour permettre une mesure des grandes échelles des fluctuations de température. Elle se distingue en cela des autres expériences mises en œuvre après COBE, puisqu'elle est la seule capable d'extraire le spectre de puissance de la température aux multipôles entre 20 et 150. Ainsi, le spectre extrait des données Archéops a permis d'établir un lien entre les très grandes échelles du plateau Sachs-Wolfe, mesurées par COBE et les échelles de l'ordre du degré, correspondant au maximum du premier pic Doppler, accessibles aux expériences post-COBE et ce, avant les premiers résultats de WMAP. Deuxièmement, l'instrument Archéops, conçu sur le modèle de l'instrument haute-fréquence de PLANCK (HFI), a tenu lieu de prototype de la mission spatiale, afin d'en valider à la fois la technologie novatrice et la stratégie de balayage adoptée.

Ces deux objectifs ont été atteints à l'issue du dernier vol d'Archéops. En effet, le spectre de puissance de la température mesuré par Archéops a fourni une détermination précise du premier pic acoustique (voir la figure I.6). En 2002, combiné aux résultats d'autres expériences de cosmologie observationnelle, le spectre extrait par Archéops avait permis d'améliorer les contraintes sur les paramètres cosmologiques – en particulier sur la densité de matière baryonique, et la densité totale – dans le cadre d'un modèle Λ CDM à perturbations initiales purement adiabatiques [5]. Quant au point de vue technologique, le succès de l'expérience

⁴page web : <http://www.archeops.org/>

Archéops a contribué à valider les choix de conception de PLANCK. En particulier, la chaîne cryogénique s’est avérée très performante puisque le plan focal d’Archéops a atteint une température de $93 \mu\text{K}$ qui par ailleurs, est restée très stable durant le vol de 2002. Enfin, Archéops a fourni la première mesure à 353 GHz des spectres de température et de polarisation de l’émission thermique de la poussière galactique [64]. Si le spectre de température avait déjà été extrait à plus haute fréquence par l’instrument DIRBE par exemple, en revanche, Archéops a réalisé la première détection de la polarisation de cet avant-plan à 353 GHz [7]. Or, la qualité des mesures des spectres polarisés du CMB est en grande partie conditionnée par notre connaissance des avant-plans polarisés et notre capacité à les soustraire. Puisque l’émission polarisée de la poussière constitue l’avant-plan dominant aux grands multipôles, les résultats d’Archéops constituent un apport significatif en vue d’extraire la polarisation du CMB.

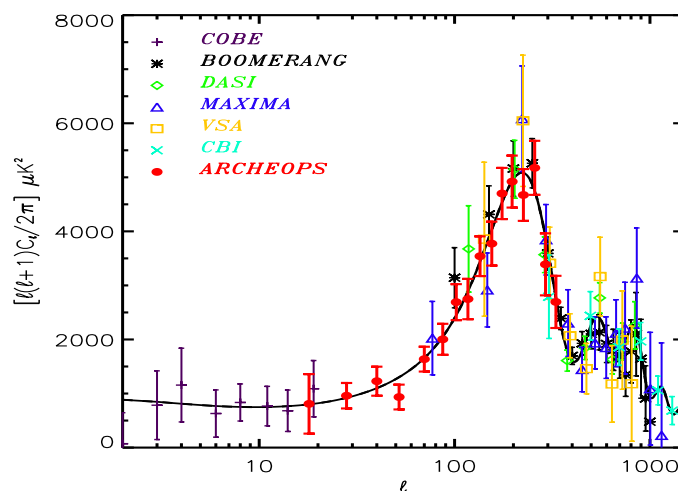


FIG. I.6: État de l’art des mesures du spectre de puissance de la température du CMB fin 2002. La courbe noire est un spectre de puissance calculé dans le cadre d’un modèle cosmologique ΛCDM à modes adiabatiques de perturbations initiales. Les points de mesure sont issus des résultats de COBE ($2 < l < 20$), Archéops ($20 < l < 300$), MAXIMA ($80 < l < 1000$), BOOMERanG ($100 < l < 1000$), DASI ($110 < l < 880$), VSA ($120 < l < 800$) et CBI ($300 < l < 1500$). Cette figure, réalisée par A. Benoît, est adaptée de [27].

I.2.2 Les expériences actuelles

WMAP

Un bond quantitatif a été réalisé, en 2003, avec les résultats de la première année de la mission WMAP⁵ (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*). En effet, elle a permis une mesure, d’une précision sans précédent, des spectres de puissance de la température et de la corrélation entre température et mode E de polarisation [30] (voir figure I.7).

⁵voir la page web : <http://map.gsfc.nasa.gov/index.html>

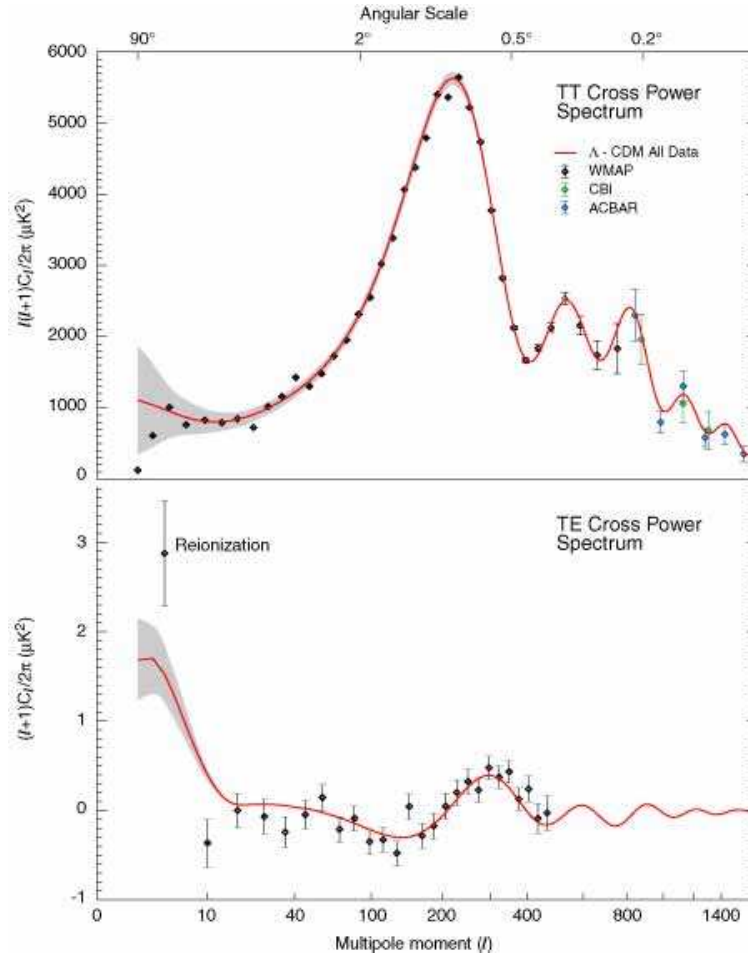


FIG. 1.7: Les spectres de puissance de la température (en haut) et de la corrélation entre température et mode E de polarisation (en bas). Les points noirs correspondent aux mesures de température et de polarisation du satellite WMAP. Pour le spectre de température, les mesures issues de deux expériences au sol CBI (points verts) et ACBAR (points bleus) figurent également aux petites échelles angulaires. Les courbes rouge sont les courbes calculées analytiquement dans le cadre d'un modèle cosmologique Λ -CDM dont les paramètres – incluant une déviation à un spectre des perturbations initiales purement en loi de puissance (*running index*) – ont été ajustés sur une combinaison des données de WMAP, CBI, ACBAR, le sondage de galaxies 2dFGRS et les forêts Lyman- α (voir [75]). En gris apparaît l'incertitude issue de la variance cosmique. Ainsi, les données WMAP ont permis une nette amélioration de la mesure du spectre de température et ont fourni la première mesure du spectre TE. La forme de ce dernier constitue une preuve supplémentaire en faveur des modèles inflationnaires dominés par les modes adiabatiques de perturbations primordiales. Cette figure est tirée de [3].

WMAP est un satellite de la NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) surpassant 45 fois la sensibilité et 33 fois la résolution angulaire de COBE/DMR. Lancé en 2001, il a rejoint le point L2 de Lagrange du système Terre-Soleil à l'issu d'un voyage de trois mois. En six mois, il observe tout le ciel, dans cinq canaux de fréquence allant de 23 à 94 GHz, avec une résolution angulaire de 13 minutes d'arc dans le canal 94 GHz. A l'instar de COBE, il emportait à son bord un instrument de type différentiel, muni d'une paire de

télescopes, d'axes optiques séparés de $\sim 140^\circ$ sur le ciel, couplés, via des cornets, à une vingtaine de radiomètres différentiels, utilisant des transistors à haute mobilité électronique (HEMT, High Electron Mobility Transistor) [3]. Ces choix de conception ont été adoptés dans un souci de minimiser les effets systématiques et d'obtenir un bruit instrumental non-corrélé [31]. Ainsi, situé loin de la Terre et de la Lune, tournant constamment le « dos » au Soleil, il s'affranchit de ces sources de lumière parasite et bénéficie d'un refroidissement passif à 90 K. Autre point, sa stratégie de balayage, grâce à laquelle chaque élément de résolution est observé de multiples fois sous des angles différents, facilite la fabrication de cartes en permettant par exemple de soustraire les « stries » créées par les dérives basses fréquences. Quant au choix de la mesure différentielle, il permet également de réduire bruits et effets systématiques – les signaux parasites, communs aux deux chaînes de mesures, se soustraient, tandis que les anisotropies de températures restent. On note que pour une mesure de la polarisation – qui est déjà intrinsèquement une différence de signaux – cette configuration (nécessitant donc une double différence) est moins adaptée, puisque le moindre écart entre les caractéristiques des 4 chaînes de mesure associées, est interprété comme un signal polarisé.

Les résultats de WMAP, tels qu'ils sont décrits par l'équipe WMAP (voir par exemple [75], [61], [40]), ont contribué à asseoir le modèle cosmologique dit de « concordance ». En effet, les spectres de puissance de température et de corrélation TE sont bien compatibles avec un modèle de Big-Bang chaud, comportant peu de paramètres cosmologiques. Il s'agit d'un modèle Λ CDM, à géométrie plane et aux conditions initiales telles que les perturbations primordiales soient purement adiabatiques et de spectre primordial quasi-invariant d'échelle [75]. En outre, les résultats de WMAP sont remarquablement en accord avec d'autres observations issues d'expériences de Cosmologie observationnelle indépendantes. Par exemple, la densité de baryon estimée sur les données WMAP – $\Omega_b h^2 = 0.024 \pm 0.001$ – conduit à un rapport baryon sur photon cohérent avec les mesures de l'abondance primordiale du deutérium⁶ [16], tandis que la valeur de la constante de Hubble trouvée par l'équipe WMAP – $H_0 = 72 \pm 5$ km/s/Mpc – coïncide avec la valeur issue des mesures du HST (Hubble Space Telescope) *Key Project* [75]. Aussi, les données de WMAP combinées à celle du grand sondage de galaxie 2dFGRS (*2 degrees Field Galaxy Redshift Survey*) imposent les meilleures contraintes actuelles sur la masse des neutrinos⁷. Ainsi, avec l'hypothèse de trois familles de neutrinos massifs dégénérés, Spergel et al. donnent une limite supérieure de $m_\nu < 0.23$ eV. Nous citons encore un résultat : le spectre de puissance de la corrélation température-polarisation E, mesuré par WMAP, présente un excès de puissance à bas multipôles, qui s'interprète comme la signature d'une réionisation précoce. Ainsi, Kogut et al. estiment une profondeur optique de $\tau = 0.17$ [39], supérieure à celle déduite des forêts Lyman α .

En parallèle à WMAP, les expériences au sol ou en ballon se sont développées et adaptées à la mesure de la polarisation du CMB. Alors que pendant longtemps, il n'existait que des limites supérieures sur le niveau du mode E de polarisation, ce type d'expériences a désormais atteint la sensibilité nécessaire pour le mesurer. Ainsi, après la première détection du mode E, annoncée par l'équipe de DASI en 2002 [41], plusieurs expériences en ont donné le spectre de puissance. Ce sont ces expériences que nous décrivons brièvement au point suivant.

⁶En revanche, A. Coc et al., en recalculant les abondances obtenues dans le cadre de SBBN (*Standard Big Bang Nucleosynthesis*), trouvent un désaccord entre l'abondance du ^7Li observée au sein des halos d'étoiles et celle calculée en imposant la densité de baryon à la valeur donnée par WMAP.

⁷Pour de plus amples détails sur ce résultats, on pourra se reporter au chapitre III.

La deuxième génération d'expériences terrestres

Nous nous intéressons, ici, aux expériences actuelles, au sol ou en ballon, qui ont mesuré la polarisation du CMB. Nous ne donnons que quelques éléments de description pour certaines d'entre elles. Pour une revue plus complète du statut actuel des mesures de la polarisation, on pourra se référer aux articles de J. E. Carlstrom et al. [13] ou de J. Delabrouille et al. [21], par exemple.

DASI : Le *Degree Angular Scale Interferometer*⁸ a fourni, en 2002, la première détection du mode E de polarisation du CMB, à un niveau de $0.8 \mu\text{K}$ à 4.9σ de confiance [41]. Plus récemment, elle a mesuré les spectres de la corrélation TE et du mode E de polarisation aux multipôles entre 140 et 900 [44] (voir figure I.8). DASI est un interféromètre, installé au Pôle Sud, possédant 13 cornets, chacun couplé à un HEMT (*High Electron Mobility Transistor*), pour mesurer température et polarisation dans dix bandes de fréquences entre 26 et 36 GHz. DASI est capable de cartographier de petites portions du ciel de 3.4° . Entre le transistor et le cornet, un polariseur est inséré afin de sélectionner les états droite ou gauche de polarisation, de sorte que la corrélation complexe des signaux issus de deux cornets donne une mesure, dans l'espace de Fourier, d'une combinaison linéaire des paramètres de Stokes ($I \pm iV \sim I$ ou $Q \pm iU$) [45].

CBI : En octobre 2004, le *Cosmic Background Imager*⁹ a publié ses mesures des spectres de puissance de température, corrélation TE et mode E de polarisation (voir figure I.8). En particulier, l'expérience a permis de mesurer la phase du spectre de puissance du mode E. Ainsi, elle a vérifié le fait, prédit dans le cadre du modèle de « concordance », que ce dernier se trouve en opposition de phase par rapport au spectre de puissance de la température [65]. CBI est une expérience située au Chili, sur un plateau andin à ~ 5000 m d'altitude. Il s'agit d'un interféromètre, à l'instar de DASI, avec lequel il partage de nombreux éléments de conception. En revanche, ces grandes dimensions lui permettent de sonder les échelles des anisotropies d'un degré jusqu'à 5 minutes d'arc sur le ciel. En quadrillant systématiquement plusieurs zones du ciel, de 2002 à 2004, CBI a fourni une série de cartes des paramètres de Stokes, de taille allant jusqu'à 5 degrés carrés sur le ciel.

CAPMAP : Début 2005, après les mesures du mode E de polarisation à ~ 30 GHz issues de DASI et CBI, le *Cosmic Anisotropy Polarization MAPper*¹⁰ en a fourni une première mesure à 90 GHz , à l'échelle de 4 arcmin où le signal est le plus fort [2] (voir figure I.8). CAPMAP, dans sa version actuelle, comprend quatre polarimètres placés au plan focal du télescope de 7 m de diamètre de Crawford Hill, New Jersey. Chaque polarimètre est composé de deux transistors de type HEMT (*High Electron Mobility Transistor*), qui reçoivent chacun une des composantes orthogonales du signal fourni par un OMT (*Ortho-Mode Transducer*), couplé à un cornet [1]. Cette technologie est adaptée de celle de l'expérience PIQUE (*the Princeton I Q U Experiment*) décrite dans [79].

BOOMERanG : BOOMERanG¹¹ (*Balloon Observation Of Millimetric Extragalactic Radiation and Geophysics*) est une expérience de type bolométrique embarquée à bord d'un ballon, prévu pour voler depuis la station McMurdo en Antarctique. Lors d'un vol de longue

⁸page web : <http://astro.uchicago.edu/dasi/>

⁹page web : <http://www.astro.caltech.edu/~tjp/CBI/>

¹⁰page web : <http://www.phy.princeton.edu/cosmology/capmap/>

¹¹page web : <http://cmb.phys.cwru.edu/boomerang/>

durée en 1998, BOOMERanG avait pu mesurer le spectre de puissance de la température du CMB, entre $l=25$ et $l=1000$ [55]. C'est une nouvelle version de cette expérience, adaptée à la mesure de la polarisation, qui a effectué un second vol de longue durée en 2003 [53]. Son plan focal, refroidi à 275 mK, est composé de paires de PSB (*Polarization sensitive Bolometers*) fonctionnant à 145 GHz, ainsi que de bolomètres en « toile d'araignée », opérant à 245 et 345 GHz. Ces derniers, couplés à des cornets recouverts d'un polariseur, ne mesurent qu'une seule composante de polarisation. L'expérience est capable de cartographier une zone de 1284 deg^2 , soit $\sim 3\%$ du ciel, avec une sensibilité à 145 GHz d'environ $20 \mu\text{K}$ par pixel de 10 minutes d'arc. La région centrale de la zone de couverture, représentant 0.22 % du ciel, est plus longuement observée, de sorte que la sensibilité atteigne quelques μK . C'est à partir des mesures effectuées à 145 GHz, dans ce champ profond, qu'on a extrait les spectres de puissance de la polarisation du CMB [54] (voir figure I.8). Ainsi, BOOMERanG a fourni la première détection du mode E de polarisation avec une technologie bolométrique. Ce résultat s'avère prometteur pour la mission PLANCK, puisqu'il valide les performances des PSB refroidis par cryogénie, que le satellite et l'expérience ballon ont en commun, utilisés dans une configuration comparable.

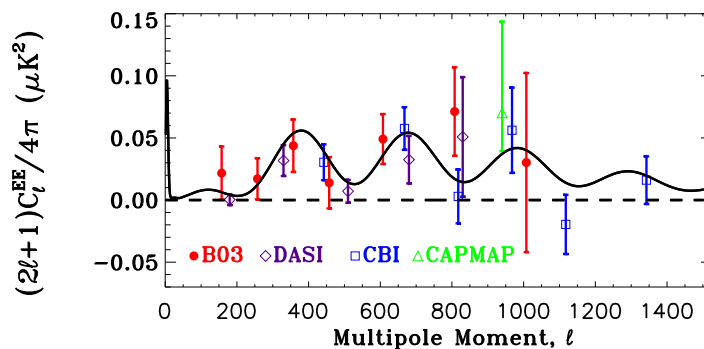


FIG. I.8: Etat actuel (juillet 2005) de la mesure du spectre de puissance du mode E de polarisation. Sur ce graphique figurent les mesures de BOOMERanG [54], issues des observations effectuées durant le vol longue durée de 2003 (points rouge), celles de DASI [44] (points violet), de CBI [65] (points bleus) et de CAPMAP [2] (le point vert). La courbe est le spectre EE calculé analytiquement dans le cadre du modèle Λ -CDM dégagé à partir des données de WMAP [75]. Cette figure est issue de [54].

En sus des expériences décrites ici, qui ont déjà publié leurs résultats, d'autres, du même type – telles MAXIPol¹² – devraient à leur tour pouvoir fournir, dans les quelques mois à venir, des mesures de la polarisation du CMB. Dans la partie suivante, nous nous intéressons à la prochaine génération d'expériences, actuellement en phase de prise de données, de construction ou de projet accepté.

I.2.3 L'avenir proche

Avec la génération d'expériences CMB actuellement en préparation, la prochaine décennie s'annonce riche de nouveaux résultats, en particulier de part les efforts technologiques en

¹²page web : <http://groups.physics.umn.edu/cosmology/maxipol/>

vue de mesurer la polarisation du CMB. Par ailleurs, ces expériences à venir fourniront les premières mesures d'une qualité suffisante pour permettre une extraction significative du spectre de puissance des Grandes Structures. En effet, comme il sera abordé au chapitre III, puis discuté en détails au chapitre IV, l'effet de lentille que les Grandes Structures impriment au sein des données CMB dépend de leur potentiel gravitationnel – projeté le long de la ligne de visée dans la direction considérée. Ainsi, en sus des quatre spectres de puissance du CMB (C_l^T , C_l^E , C_l^B , C_l^X), il est possible d'extraire, des données CMB, le spectre de puissance de l'angle de déflexion – C_l^{dd} – relié à celui du potentiel projeté par $C_l^{dd} = l(l+1)C_l^{\phi\phi}$.

Pour chacune des expériences décrites ici, sélectionnées parmi les principaux projets actuels, nous calculons la sensibilité à la température et la polarisation, en nous basant sur les caractéristiques instrumentales annoncées. Ensuite, nous en déduisons une évaluation de la qualité des mesures qu'elles pourront obtenir, en donnant les erreurs à 1σ attendues sur les spectres de puissance. Notre calcul d'erreur tient compte à la fois de la variance cosmique et du bruit instrumental propre à chaque expérience. Pour chacune des observables indicées par $P = \{T, E, B, X, d\}$, elles s'écrivent :

$$\Delta C_l^P = \sqrt{\frac{2}{(2l+1)f_{sky}\Delta l}}(C_l^P + N_l^P)$$

où le facteur $(2l+1)f_{sky}\Delta l$ compte le nombre de multipôles indépendants, par intervalle Δl et pour une fraction du ciel observé de f_{sky} . Pour $P \in \{T, E, B, X\}$, le terme de bruit instrumental comprend l'effet d'un lobe gaussien de largeur à mi-hauteur θ_{fwhm} ainsi qu'un bruit blanc gaussien de niveau donné par la sensibilité par élément de résolution, σ_P :

$$N_l^P = (\theta_{fwhm}\sigma_P)^2 \exp[l(l+1)\theta_{fwhm}^2/8 \ln 2],$$

où le bruit par pixel, σ_P , est tel que $\sigma_E = \sigma_B \sim \sqrt{2} * \sigma_T$ et $\sigma_X = 0$. Dans le cas de l'angle de déviation, le terme de bruit a une signification un peu différente. Il s'agit de l'incertitude issue de la procédure d'estimation de l'effet de lentille, à partir des données CMB. Nous le calculons numériquement en suivant la prescription de T. Okamoto et W. Hu [57] (voir également au chapitre III, le §III.10).

L'extraction des spectres de puissance, et en particulier celui de l'angle de déflexion, nécessite une bonne mesure dans tout l'espace des multipôles. Ainsi, nous associons plusieurs expériences, optimisées pour mesurer un intervalle de multipôles seulement et ce, de manière complémentaire. Plus précisément, nous combinons ces expériences deux à deux, telle que l'une assure une mesure des grandes échelles angulaires et l'autre des plus petites. Le multipôle de transition entre les deux expériences est optimisé numériquement de manière à minimiser les erreurs sur le spectre C_l^{dd} . On note que ce choix, qui s'inscrit dans la logique des travaux décrits au chapitre III, nécessitant l'estimation de l'effet de lentille, n'optimise pas la mesure du spectre des modes B. Dernière remarque, la méthode adoptée pour combiner les expériences, bien que sous-optimale, à le double mérite d'être simple et de fournir le bon ordre de grandeur des erreurs accessibles.

BICEP et QUaD

BICEP¹³ (*Background Imaging of Cosmic Extragalactic Polarization*) est une expérience

¹³page web : http://www.astro.caltech.edu/~lgg/bicep_front.html

essentiellement états-unienne, conçue pour mesurer le spectre du mode E de polarisation ainsi que celui du mode B primordial, si le rapport tenseur sur scalaire est de l'ordre de 10^{-2} et ce, aux grandes échelles angulaires, entre $l = 10$ et $l = 300$ [38]. Une fois installée au Pôle Sud, BICEP observera une large zone du ciel autour du Pôle Sud Céleste couvrant $\sim 3\%$ de la sphère. BICEP est composé d'une matrice de 96 PSB (*Polarization Sensitive Bolometers*), associés deux à deux au sein d'un même cornet, placée au plan focal d'un système optique réfractif, collectant la lumière par une ouverture primaire de 20 cm de diamètre. Ces PSB, refroidis à 250 mK, sont ceux développés au JPL (*Jet Propulsion Laboratory*) de Caltech pour équiper le satellite PLANCK. Afin de minimiser les effets systématiques, le signal est modulé, avant d'atteindre les détecteurs, au moyen d'un rotateur Faraday¹⁴. Ces caractéristiques expérimentales lui permettent d'atteindre, pour une année d'intégration de données, une sensibilité à la polarisation de $0.47 \mu\text{K}$ par pixel de 1° carré à 100 GHz et de $\sim 0.5 \mu\text{K}$ par pixel de 0.7° carré à 150 GHz. BICEP est complémentaire de l'expérience QUaD, qui mesurera les petites échelles angulaires.

QUaD¹⁵ est une expérience anglo-états-unienne, financée par la NSF (National Science Foundation) et le PPARC *Particle Physics and Astronomy Research Council*, en opération depuis début 2005. Elle est composée du télescope QUEST (*Q and U Extragalactic Sub-mm Telescope*) monté sur la structure de l'expérience DASI, sise au Pôle Sud. Ainsi son nom, *Q*uest at *D*asi reflète-t-il cette conception composite. Au plan focal du télescope, sont placées 31 paires de PSB, du type de ceux qu'utilisera PLANCK, refroidis à 250 mK. Les dimensions imposantes du télescope, dont le miroir primaire atteint 2.6 m de diamètre, permettent d'atteindre une résolution angulaire de 6.3 arcmin à 100 GHz et de 4.2 arcmin à 150 GHz [15]. QUaD observera une zone du ciel de 1000° au maximum (soit $\sim 2.5\%$ de la sphère), avec une sensibilité à la polarisation de $5 \mu\text{K}$ par pixel de 4.2 arcmin^2 et de $6.6 \mu\text{K}$ par pixel de 6.3 arcmin^2 au bout de deux ans d'observation pendant les hivers austraux (soit 2×3210 heures) [11]. A l'instar de BICEP, le signal polarisé est modulé avant de parvenir aux PSB, ce qui contribue à minimiser les effets systématiques. La modulation est assurée par une lame demi-onde rotative, placée en amont des cornets. Ainsi, QUaD est optimisée pour une mesure des spectres du mode E de polarisation et du mode B secondaire (généré par effet de lentille gravitationnelle) aux petites échelles angulaires, à des multipôles compris entre 25 et 2500.

On combine ces deux expériences complémentaires pour donner, sur la figure I.9, les erreurs à 1σ qu'elles permettront d'atteindre sur l'extraction des spectres du CMB et des Grandes Structures.

BRAIN et CLOVER

CLOVER¹⁶ (*Cl ObserVER*) est une expérience anglaise, financée par le PPARC. Elle sera installée sur le plateau chilien de l'Atacama, pour être opérationnelle en 2008. Son objectif scientifique principal réside dans la détection du mode B primordial généré par les ondes gravitationnelles. Ainsi, l'expérience est conçue pour mesurer les spectres de polarisation du CMB à des multipôles entre $l = 20$ et $l = 1000$ et avec une sensibilité suffisante pour assurer

¹⁴Il s'agit d'un dispositif permettant une modification contrôlée de la direction de polarisation du signal. Il agit de la même manière qu'une lame demi-onde rotative.

¹⁵page web : <http://www.astro.cf.ac.uk/groups/instrumentation/projects/quad/>

¹⁶page web : <http://www-astro.physics.ox.ac.uk/~act/clover.html>

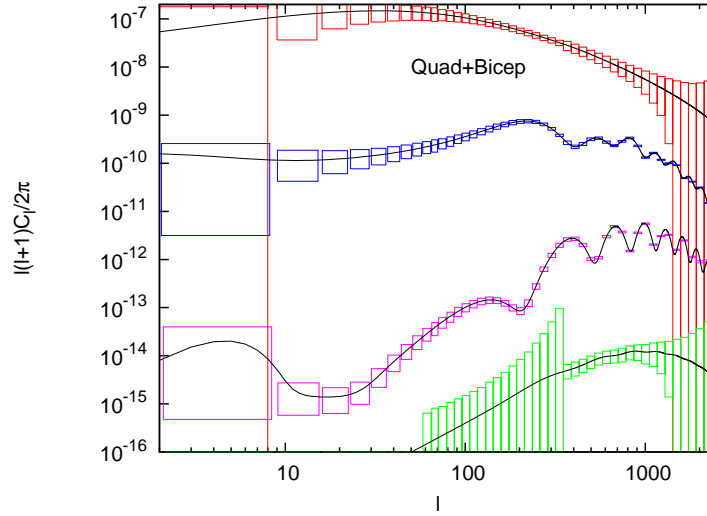


FIG. 1.9: Prévision des erreurs sur les mesures des spectres de puissance de l'angle de déviation (voir chapitre IV), de la température des anisotropies, du mode E de polarisation et du mode B secondaire (dans l'ordre où ils apparaissent de haut en bas), atteignables en associant les données de BICEP et QUaD.

une détection des modes B primaires, pour un rapport tenseur sur scalaire aussi petit que 0.005 [46]. CLOVER comporte trois sous-systèmes, optimis es pour une observation à 90, 150 et 220 GHz respectivement. Chacun comprend un télescope  clair e par 256 cornets – les dimensions de l'ensemble étant adaptées à sa fr equance d'observation – de sorte que tous trois gardent une même résolution angulaire de 15 arcmin. Chaque télescope consiste en quatre ensembles optiques indépendants pointant la même zone du ciel et  clair es par une matrice de 8 8 cornets. Ensuite, le signal issu de chaque cornet subit plusieurs transformations – séparation en deux  tats de polarisation, d ephaseage, corrélation – pour finalement se réduire à deux combinaisons linéaires indépendantes des paramètres de Stokes. Puisque les quatre ensembles optiques coïncident sur le ciel, chaque pixel est associ e à quatre paires de ces combinaisons de $\{I, Q, U\}$. Ainsi, les quatre couples de signaux de sortie, correspondant au même pixel, sont somm es de façon incohérente, puis mesur es par une paire de détecteurs. Ces détecteurs sont de type TES (*Transition Edge Sensor*), refroidis à 300 mK et lus au moyen d'un dispositif supra-conducteur (*Superconducting QUantum Interference Device*, SQUID). Par ailleurs, les télescopes sont mont es sur des supports rotatifs leur permettant de couvrir 1.8% du ciel. Une telle conception a été pensée en vue d'obtenir un bon contrôle des effets systématiques et un haut niveau de sensibilité. Ainsi, pour un an de prise de données, la sensibilité à la polarisation atteindra 0.3, 0.35 et 0.76 μK par pixel de 15 arcmin² dans des canaux de fr equance de 90, 150 et 220 GHz respectivement. Une collaboration européenne, regroupant les équipes anglaise de CLOVER et franco-italienne de BRAIN avait été envisagée. Même si finalement, une telle association n'a pu aboutir, CLOVER et BRAIN restent complémentaires sur de nombreux points – partageant certains éléments de conception, mais optimisées pour des mesures à différentes échelles angulaires.

BRAIN¹⁷ (*B-modes Radiation measurement from Antarctica with a bolometric INter-*

¹⁷description : http://apc-p7.org/APC_CS/Experiences/Brain/index.phtml

ferometer) est un projet franco-italien, auquel sont associés les britanniques, conçu pour détecter le mode B primordial [63] [47]. C'est le premier prototype expérimental basé sur l'interférométrie bolométrique afin de bénéficier des avantages de ces deux technologies. Ainsi, il s'agit de profiter à la fois de la grande sensibilité qu'offrent les matrices de bolomètres et de la robustesse d'une mesure différentielle. En effet, le fait d'utiliser un interféromètre plutôt qu'un imageur permet, d'une part, d'obtenir directement une mesure de la polarisation dans l'espace des multipôles, en sortie du corrélateur, et d'autre part, de s'affranchir de diverses sources de bruit – notamment le bruit provenant du sol – tandis que les éventuels bruits résiduels de ce type seront plus facilement séparables du signal astrophysique. Dans sa version finale, qui devrait être en opération en 2008, BRAIN sera composé d'une matrice de 128 à 256 cornets, refroidis à 4 K et opérant dans trois canaux de fréquence (90, 150 et 220 GHz), soit $\gtrsim 100$ lignes de base indépendantes. Une ligne de base est formée de l'association de deux cornets, dont les signaux sont séparés en deux états de polarisation, déphasés selon une fréquence choisie, puis corrélés, de sorte que l'on récupère en sortie deux combinaisons linéaires des paramètres de Stokes, à un multipôle dépendant de l'écart entre les deux cornets considérés. Ensuite, les signaux en sortie des lignes de base sont mesurés par des bolomètres refroidis à 300 mK, du même type que ceux utilisés pour CLOVER (TES dont la lecture est assurée par un SQUID). Dans l'hypothèse d'une expérience à 128 cornets, pour une année d'intégration de données, la sensibilité à la polarisation atteindrait 0.33, 0.38 et 0.56 μ K par pixel de 50 minutes d'arc carré, à 100, 150 et 220 GHz respectivement. Un prototype de cette expérience, disposant de six lignes de bases (soit six points dans l'espace de Fourier), devrait être installé au Dôme C dès cet hiver. En tant que premier interféromètre bolométrique, BRAIN, dans sa version complète, pourrait constituer la première étape de la conception de la prochaine génération de satellites, après PLANCK.

De la même manière que pour BICEP et QUaD, on associe BRAIN et CLOVER, afin d'en déduire la qualité de la reconstruction des spectres de puissance du CMB et des Grandes Structures, qu'on peut obtenir en combinant leur données. On note toutefois que la méthode employée pour le calcul des erreurs à 1σ – qui suppose de n'utiliser que les données d'une seule expérience pour l'extraction d'un multipôle donné (BRAIN ou BICEP à $l < l_{cut}$ et CLOVER ou QUaD à $l > l_{cut}$) – est plus défavorable au couple (BRAIN,CLOVER) qu'à (BICEP,QUaD). En effet, puisque les échelles des anisotropies accessibles à BRAIN et à CLOVER se recouvrent largement, la méthode est pénalisante pour ces expériences vu qu'on se prive de ces informations redondantes. On s'attend cependant à préserver l'ordre de grandeur des erreurs sur les spectres par cette méthode simple.

Planck

PLANCK¹⁸ est un satellite de l'ESA (*European Space Agency*), actuellement en phase de tests et dont le lancement est prévu pour août 2007. A l'instar de WMAP, il rejoindra le point L2 de Lagrange du système Terre/Soleil pour une durée de prise de données de 18 mois minimum [77]. Il est conçu pour donner une mesure définitive, c'est-à-dire uniquement limitée par la variance cosmique et le bruit de soustraction des avant-plans, du spectre des anisotropies de température, jusqu'à des multipôles de ~ 2500 . Il permettra également une mesure de haute précision de la polarisation (les objectifs scientifiques de PLANCK sont

¹⁸page web de l'ESA : <http://sci.esa.int/science-e/www/area/index.cfm?fareaid=17> et page de HFI : <http://www.planck.fr/>

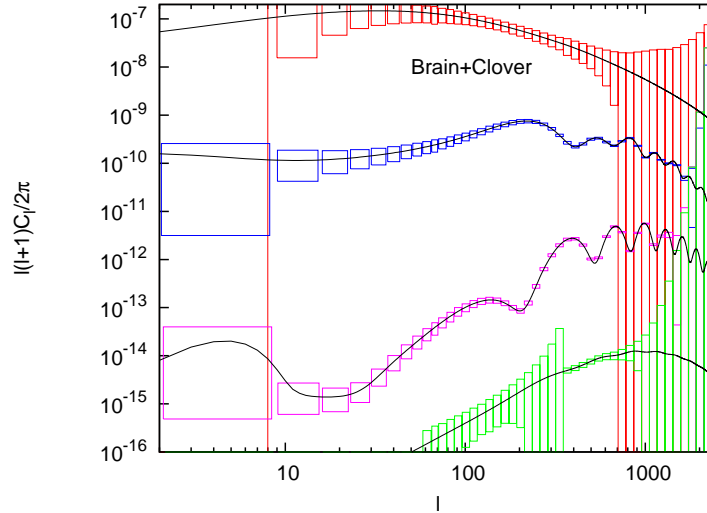


FIG. I.10: Cette figure est construite sur le même modèle que fig. I.9, mais pour l'association de BRAIN et CLOVER. Elle montre les erreurs à 1σ sur les spectres de puissance de l'angle de déviation et des observables du CMB (dans un modèle où $T/S \sim 0$). Les données de BRAIN sont utilisées pour extraire les multipôles aux grandes échelles ($l < 340$) tandis que celles de CLOVER permettent une mesure à des échelles plus petites ($340 < l < 2500$).

plus amplement détaillés au chapitre suivant §II.1.2). Ainsi, la conception de PLANCK est adaptée pour fournir des cartes de l'ensemble du ciel, dans neuf bandes de fréquence, de la température et la polarisation et ce, à haute résolution angulaire (jusqu'à 5 arcmin) et avec une sensibilité de l'ordre de quelques μK par pixel, dès la première année d'intégration de données. PLANCK embarquera deux instruments, l'un optimisé pour une mesure à basse fréquence (à 30, 44 et 70 GHz) appelé LFI (*Low Frequency Instrument*) [8] et l'autre, prévu pour des mesures dans six bandes de fréquence, entre 100 GHz et ~ 1 THz, le HFI (*High Frequency Instrument*) [42]. La conception de ces deux instruments est décrite au chapitre suivant, §II.1.3. A la figure I.11, on donne l'erreur à 1σ , accessible à partir des données de PLANCK seul, dans la reconstruction des spectres du CMB et des Grandes Structures.

I.2.4 A longue échéance

A plus long terme, les technologies actuellement à l'étude seront pleinement opérationnelles, permettant d'envisager des instruments de grandes dimensions, équipés de milliers de détecteurs ou davantage. De telles caractéristiques pourraient être atteintes grâce aux matrices de bolomètres supraconducteurs, de type TES (*Transition Edge Sensor*), lus par des SQUID (*Superconducting QUantum Interference Device*) au sein d'une électronique multiplexée – version élargie de celle développée pour l'expérience BRAIN, ou pour l'instrument Bolocam¹⁹ de Caltech [24] par exemple. La technique des bolomètres couplés à des antennes fabriquées par photo-lithographie, plutôt qu'à des cornets, permettrait d'augmenter encore le nombre de détecteurs par instrument [25]. Pour un fonctionnement optimisé, de tels ins-

¹⁹page web : http://www.astro.caltech.edu/~lgg/bolocam_front.htm

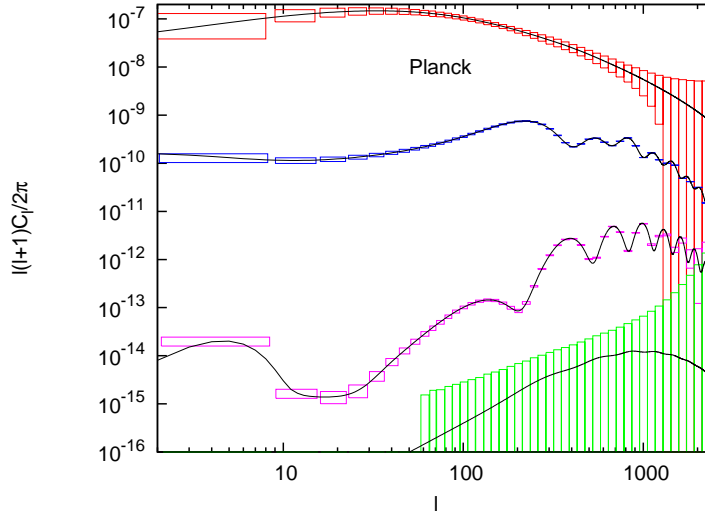


FIG. I.11: Erreurs à 1σ attendues sur les mesures des spectres de puissance C_l^P , $P = \{d, T, E, B\}$, fournis par PLANCK.

truments nécessitent le développement de nouveaux télescopes de grandes dimensions. Par exemple, le SPT²⁰ (*South Pole Telescope*), telescope de 10 mètres de diamètre est actuellement en construction et sera déployé au pôle Sud en 2006. Ici, nous choisissons de décrire deux projets spatiaux, le mini-satellite SAMPAN – complémentaire de PLANCK pour la mesure du spectre des Grandes Structures – et un satellite représentatif de la génération post-planckienne d’expériences.

Sampan

SAMPAN (*SATellite to Measure the Polarized ANisotropies*) est un mini-satellite du CNES (Centre National d’Etudes Spatiales), dont la conception est actuellement en phase d’étude préliminaire et qui devrait être lancé à partir de 2012 [10]. Son objectif scientifique principal est la détection des modes B primordiaux pour un rapport tenseur sur scalaire $\gtrsim 0.001$ (soit une échelle d’énergie à la fin de l’inflation $\gtrsim 6.10^{15}$ GeV, correspondant à l’énergie attendu pour la brisure spontanée de la symétrie de grande unification). Sa technologie est basée sur une matrice de quelques 20 000 bolomètres refroidis à 100 mK et opérant dans quatre bandes de fréquence choisies pour faciliter la soustraction des avant-plans (soit 100, 143, 217 et 353 GHz). Cette conception lui permettra d’atteindre une sensibilité à la polarisation de $0.18 \mu\text{K}$ par pixel de 42 arcmin^2 , $0.22 \mu\text{K}$ par pixel de 30 arcmin^2 et $0.37 \mu\text{K}$ par pixel de 20 arcmin^2 dans les trois premiers canaux de fréquence respectivement. Orbitant à partir du point L2 de Lagrange, il observera tout le ciel avec une stratégie de balayage originale, optimisée pour réduire les effets systématiques. Il s’agit d’observer chaque pixel de nombreuses fois et à divers intervalles de temps. Ainsi, SAMPAN couvrira la moitié du ciel en quelques jours seulement. A l’instar de BICEP, SAMPAN sera équipé d’une optique réfractive plutôt que d’un télescope, dans le but de minimiser certains effets systématiques

²⁰page web : <http://spt.uchicago.edu/>

polarisés. En nous basant sur ces caractéristiques instrumentales, nous calculons les erreurs attendues sur les mesures des spectres de puissance du CMB et des Grandes Structures (voir figure I.12).

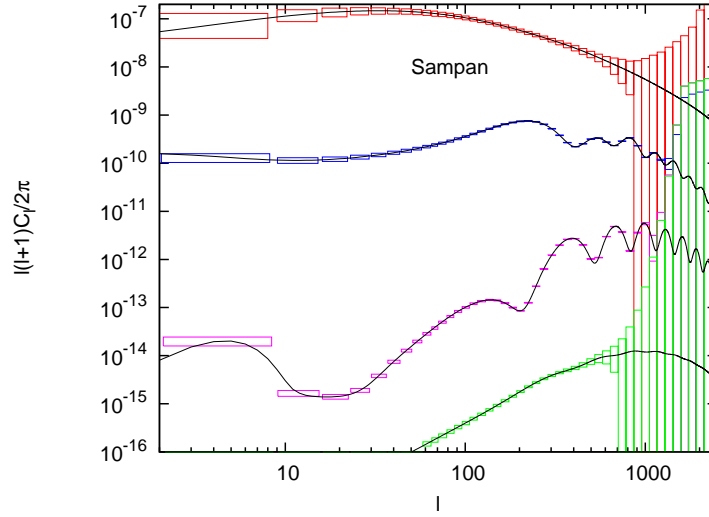


FIG. I.12: Erreurs à 1σ attendues sur les mesures des spectres de puissance pour SAMPAN.

Inflation Probe

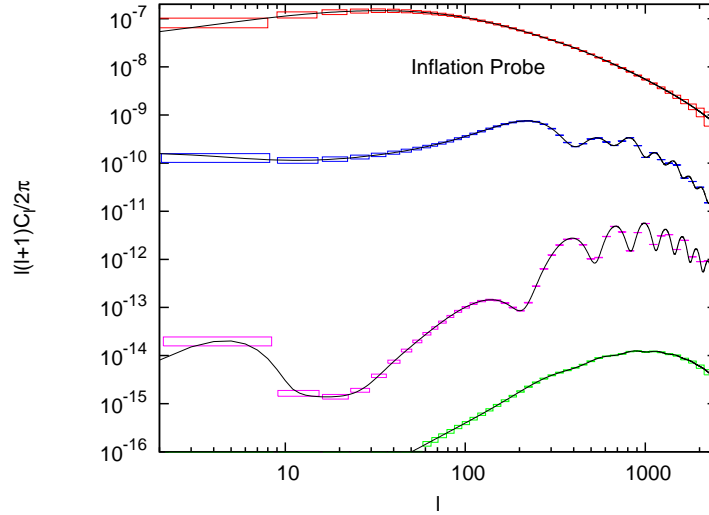


FIG. I.13: Erreurs à 1σ attendues sur les mesures des spectres de puissance fournis par l'expérience hypothétique *Inflation Probe*.

On a regroupé, sous l'appellation *Inflation Probe*, les projets les plus ambitieux discutés actuellement, que ce soit dans les programmes scientifiques à long terme de la NASA

(*Beyond Einstein*²¹) ou de l'ESA (*Cosmic Vision*²²). L'objectif ultime de tels projets est d'extraire toute l'information cosmologique disponible au sein du CMB. Il s'agit de fournir la mesure définitive – c'est-à-dire uniquement limitée par la variance cosmique et les résidus d'avant-plans – du spectre de puissance du mode B primordial. En se basant sur l'un des concepts d'expérience proposés [9] – représentatif de la technologie envisagée pour atteindre les performances requises pour une telle mesure – nous attribuons des caractéristiques instrumentales à l'hypothétique expérience *Inflation Probe*. Cette mission sera nécessairement de type spatial, afin de fournir une couverture complète du ciel et de s'affranchir des bruits terrestres. Ensuite, elle utilisera très vraisemblablement une technologie bolométrique supraconductrice, lui permettant d'atteindre les niveaux de sensibilité requis pour la mesure ambitionnée. Ceux-ci devront opérer dans plusieurs canaux de fréquence pour permettre une séparation de composantes efficace et devront atteindre une sensibilité d'au moins $2 \mu K \cdot \sqrt{s}$ par bande de fréquence. Enfin, pour obtenir une résolution spatiale suffisante, le satellite pourrait embarquer un télescope de 3 à 4 mètres d'ouverture, refroidi passivement. Les caractéristiques de la version d'*Inflation Probe* considérée, calculées d'après [9], sont résumées dans la table C.1. Enfin, nous montrons, à la figure I.13, la qualité des mesures des spectres de puissance que pourrait fournir une expérience de type *Inflation Probe*.

²¹page web : <http://universe.nasa.gov/program/inflation.html>

²²page web : <http://sci.esa.int/science-e/www/area/index.cfm?fareaid=72>

Expérience	f_{sky}	ν	θ_{fwhm}	σ_T (μK)	σ_P (μK)
BICEP [38]	0.03	100	60'	0.33	0.47
		150	42'	0.35	0.49
QUaD [11]	0.025	100	6.3'	3.5	5.0
		150	4.2'	4.6	6.6
BRAIN [63]	0.03	100	50'	0.23	0.33
		150	50'	0.27	0.38
		220	50'	0.40	0.56
CLOVER [46]	0.018	100	15'	0.19	0.30
		143	15'	0.25	0.35
		217	15'	0.55	0.76
PLANCK [17]	0.65	30	33'	4.4	6.2
		44	23'	6.5	9.2
		70	14'	9.8	13.9
		100	9.5'	6.8	10.9
		143	7.1'	6.0	11.4
		217	5.0'	13.1	26.7
		353	5.0'	40.1	81.2
		545	5.0'	401	∞
		857	5.0'	18300	∞
SAMPAN [10]	0.65	100	42'	0.13	0.18
		143	30'	0.16	0.22
		217	20'	0.26	0.37
Inflation Probe (<i>hypothétique</i>) [9]	0.65	70	6.0'	0.29	0.41
		100	4.2'	0.42	0.59
		150	2.8'	0.63	0.88
		220	1.9'	0.92	1.30

TAB. I.1: Les caractéristiques instrumentales des projets d'expérience CMB considérés : f_{sky} est la fraction du ciel observé, ν la fréquence centrale de chaque canal exprimée GHz, θ_b la largeur à mi-hauteur du lobe effectif gaussien en minutes d'arc, Δ_T la sensibilité par pixel en température (en μK) et $\Delta_E = \Delta_B$ la sensibilité par pixel à la polarisation (exprimée en μK). Ces valeurs sont calculées avec l'hypothèse d'un an d'observation pour chacune des expériences mis à part le concept Inflation Probe/Cosmic Vision, pour lequel nous avons considéré quatre ans de prises de données.

Bibliographie

- [1] D. Barkats and [CAPMAP Collaboration], *Cosmic Microwave Background Polarimetry Using Correlation Receivers with the PIQUE and CAPMAP Experiments*, ApJS, **159** (2005), pp. 1–26.
- [2] ———, *First Measurements of the Polarization of the Cosmic Microwave Background Radiation at Small Angular Scales from CAPMAP*, ApJ, **619** (2005), pp. L127–L130.
- [3] C. L. Bennett, M. Halpern, G. Hinshaw, N. Jarosik, A. Kogut, M. Limon, S. S. Meyer, L. Page, D. N. Spergel, G. S. Tucker, E. Wollack, E. L. Wright, and [WMAP Collaboration], *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Preliminary Maps and Basic Results*, ApJS, **148** (2003), pp. 1–27.
- [4] A. Benoît and [Archeops Collaboration], *Archeops : a high resolution, large sky coverage balloon experiment for mapping cosmic microwave background anisotropies*, Astroparticle Physics, **17** (2002), pp. 101–124.
- [5] A. Benoît and [Archéops Collaboration], *Cosmological constraints from Archeops*, A&A, **399** (2003), pp. L25–L30.
- [6] ———, *The cosmic microwave background anisotropy power spectrum measured by Archeops*, A&A, **399** (2003), pp. L19–L23.
- [7] ———, *First detection of polarization of the submillimetre diffuse galactic dust emission by Archeops*, A&A, **424** (2004), pp. 571–582.
- [8] M. Bersanelli and N. Mandolesi, *Design Concept of the Planck-LFI Instrument*, Astrophysical Letters Communications, **37** (2000), p. 171.
- [9] J. Bock, *EPIC Proposal*. private communication.
- [10] F. R. Bouchet, A. Benoît, P. Camus, F. X. Désert, M. Piat, and N. Ponthieu, *Charting the New Frontier of the Cosmic Microwave Background Polarization*, in SF2A-2005 : Semaine de l’Astrophysique Française, Dec. 2005, p. 675.
- [11] M. Bowden, A. N. Taylor, K. M. Ganga, and [QUaD Collaboration], *Scientific optimization of a ground-based CMB polarization experiment*, MNRAS, **349** (2004), pp. 321–335.
- [12] J. E. Carlstrom and DASI Collaboration, *CMB Anisotropy Measurements with the Degree Angular Scale Interferometer (DASI)*, Bulletin of the American Astronomical Society, **32** (2000), p. 1496.
- [13] J. E. Carlstrom, J. Kovac, E. M. Leitch, and C. Pryke, *Status of CMB polarization measurements from DASI and other experiments*, New Astronomy Review, **47** (2003), pp. 953–966.
- [14] A. Challinor and A. Lewis, *Lensed CMB power spectra from all-sky correlation functions*, Phys. Rev. D, **71** (2005), p. 103010.
- [15] S. Church and [QUaD Collaboration], *QUEST on DASI : a South Pole CMB polarization experiment*, New Astronomy Review, **47** (2003), pp. 1083–1089.
- [16] A. Coc, *Updated Big-Bang Nucleosynthesis Compared to WMAP Results*, in Origin of Matter and Evolution of Galaxies, 2005, pp. 21–+.
- [17] T. P. Consortia, *The Scientific Programme of Planck 2004 (Blue Book)*. ESA Publication Division, jan 2005.

- [18] P. de Bernardis and [BOOMERanG Collaboration], *A flat Universe from high-resolution maps of the cosmic microwave background radiation*, *Nature*, **404** (2000), pp. 955–959.
- [19] P. de Bernardis, G. de Gasperis, S. Masi, and N. Vittorio, *Detection of cosmic microwave background anisotropy at 1.8 deg : Theoretical implications on inflationary models*, *ApJ*, **433** (1994), pp. L1–L4.
- [20] A. de Oliveira-Costa, M. J. Devlin, T. Herbig, A. D. Miller, C. B. Netterfield, L. A. Page, and M. Tegmark, *Mapping the Cosmic Microwave Background Anisotropy : Combined Analysis of QMAP Flights*, *ApJ*, **509** (1998), pp. L77–L80.
- [21] J. Delabrouille, J. Kaplan, M. Piat, and C. Rosset, *Polarization experiments*, *C. R. Physique*, **4** (2003), pp. 819–821. astro-ph/0403175.
- [22] R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, P. G. Roll, and D. T. Wilkinson, *Cosmic Black-Body Radiation*, *ApJ*, **142** (1965), pp. 414–419.
- [23] G. Gamow, *The physics of the expanding universe*, *Vistas in Astronomy*, **2** (1956), pp. 1726–1732.
- [24] J. Glenn and [Bolocam Collaboration], *Current status of Bolocam : a large-format millimeter-wave bolometer camera*, in *Millimeter and Submillimeter Detectors for Astronomy*. Edited by Phillips, Thomas G.; Zmuidzinas, Jonas. Proceedings of the SPIE, Volume 4855, pp. 30–40 (2003)., Feb. 2003, pp. 30–40.
- [25] A. Goldin, J. J. Bock, C. L. Hunt, A. E. Lange, H. G. LeDuc, A. Vayonakis, and J. Zmuidzinas, *Design of broadband filters and antennas for SAMBA*, in *Millimeter and Submillimeter Detectors for Astronomy*. Edited by Phillips, Thomas G.; Zmuidzinas, Jonas. Proceedings of the SPIE, Volume 4855, pp. 163–171 (2003)., Feb. 2003, pp. 163–171.
- [26] A. H. Guth, *Inflationary universe : A possible solution to the horizon and flatness problems*, *Phys. Rev. D*, **23** (1981), pp. 347–356.
- [27] J.-C. Hamilton, A. Benoit, and [Archeops Collaboration], *Archeops results*, *C. R. Physique*, **4** (2003), pp. 853–859.
- [28] S. Hanany and [MAXIMA Collaboration], *MAXIMA-1 : A Measurement of the Cosmic Microwave Background Anisotropy on Angular Scales of 10^{-5}°* , *ApJ*, **545** (2000), pp. L5–L9.
- [29] M. G. Hauser, R. G. Arendt, T. Kelsall, E. Dwek, N. Odegard, J. L. Weiland, H. T. Freudenreich, W. T. Reach, R. F. Silverberg, S. H. Moseley, Y. C. Pei, and [COBE/DIRBE Collaboration], *The COBE Diffuse Infrared Background Experiment Search for the Cosmic Infrared Background. I. Limits and Detections*, *ApJ*, **508** (1998), pp. 25–43.
- [30] G. Hinshaw, D. N. Spergel, L. Verde, R. S. Hill, S. S. Meyer, and [WMAP Collaboration], *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : The Angular Power Spectrum*, *ApJS*, **148** (2003), pp. 135–159.
- [31] G. Hinshaw and [WMAP Collaboration], *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Data Processing Methods and Systematic Error Limits*, *ApJS*, **148** (2003), pp. 63–95.
- [32] W. Hu and S. Dodelson, *Cosmic Microwave Background Anisotropies*, *ARA&A*, **40** (2002), pp. 171–216.
- [33] W. Hu and N. Sugiyama, *Anisotropies in the cosmic microwave background : an analytic approach*, *ApJ*, **444** (1995), pp. 489–506.
- [34] W. Hu, N. Sugiyama, and J. Silk, *The Physics of Microwave Background Anisotropies*, *Nature*, **386** (1997), pp. 37–43.
- [35] W. Hu and M. White, *A CMB polarization primer*, *New Astronomy*, **2** (1997), pp. 323–344.
- [36] E. Hubble, *A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae*, *Proceedings of the National Academy of Science*, **15** (1929), pp. 168–173.
- [37] M. Kamionkowski, A. Kosowsky, and A. Stebbins, *Statistics of cosmic microwave background polarization*, *Phys. Rev. D*, **55** (1997), pp. 7368–7388.

- [38] B. G. Keating and [BICEP Collaboration], *BICEP : a large angular scale CMB polarimeter*, in *Polarimetry in Astronomy*. Edited by Silvano Fineschi . Proceedings of the SPIE, Volume 4843, pp. 284-295 (2003)., Feb. 2003, pp. 284-295.
- [39] A. Kogut, D. N. Spergel, and [WMAP Collaboration], *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Temperature-Polarization Correlation*, *ApJS*, **148** (2003), pp. 161-173.
- [40] E. Komatsu, A. Kogut, M. R.olta, and [WMAP Collaboration], *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Tests of Gaussianity*, *ApJS*, **148** (2003), pp. 119-134.
- [41] J. M. Kovac, E. M. Leitch, C. Pryke, J. E. Carlstrom, N. W. Halverson, and W. L. Holzapfel, *Detection of polarization in the cosmic microwave background using DASI*, *Nature*, **420** (2002), pp. 772-787.
- [42] J. M. Lamarre, J. L. Puget, F. R. Bouchet, and [PLANCK/HFI Consortium], *The Planck High Frequency Instrument, a third generation CMB experiment, and a full sky submillimeter survey*, *New Astronomy Review*, **47** (2003), pp. 1017-1024.
- [43] S. M. Leach and A. R. Liddle, *Microwave background constraints on inflationary parameters*, *MNRAS*, **341** (2003), pp. 1151-1156.
- [44] E. M. Leitch, J. M. Kovac, N. W. Halverson, J. E. Carlstrom, C. Pryke, and M. W. E. Smith, *Degree Angular Scale Interferometer 3 Year Cosmic Microwave Background Polarization Results*, *ApJ*, **624** (2005), pp. 10-20.
- [45] E. M. Leitch, C. Pryke, N. W. Halverson, J. Kovac, and [DASI Collaboration], *Experiment Design and First Season Observations with the Degree Angular Scale Interferometer*, *ApJ*, **568** (2002), pp. 28-37.
- [46] B. Maffei and [CLOVER Collaboration], *CLOVER : The CMB Polarization Observer*, in *EAS Publications Series*, 2005, pp. 251-256.
- [47] S. Masi and [BRAIN/CLOVER Collaboration], *Precision CMB Polarization from Dome-C : the BRAIN experiment*, in *EAS Publications Series*, 2005, pp. 87-92.
- [48] B. S. Mason, T. J. Pearson, A. C. S. Readhead, M. C. Shepherd, J. Sievers, P. S. Udomprasert, and [CBI Collaboration], *The Anisotropy of the Microwave Background to $l = 3500$: Deep Field Observations with the Cosmic Background Imager*, *ApJ*, **591** (2003), pp. 540-555.
- [49] J. C. Mather, E. S. Cheng, R. E. Eplee, R. B. Isaacman, S. S. Meyer, R. A. Shafer, R. Weiss, E. L. Wright, and [COBE Collaboration], *A preliminary measurement of the cosmic microwave background spectrum by the Cosmic Background Explorer (COBE) satellite*, *ApJ*, **354** (1990), pp. L37-L40.
- [50] J. C. Mather and [COBE/FIRAS Collaboration], *Measurement of the cosmic microwave background spectrum by the COBE FIRAS instrument*, *ApJ*, **420** (1994), pp. 439-444.
- [51] J. C. Mather, D. J. Fixsen, R. A. Shafer, C. Mosier, and D. T. Wilkinson, *Calibrator Design for the COBE Far-Infrared Absolute Spectrophotometer (FIRAS)*, *ApJ*, **512** (1999), pp. 511-520.
- [52] A. D. Miller, R. Caldwell, M. J. Devlin, W. B. Dorwart, T. Herbig, M. R. Nolta, L. A. Page, J. Puchalla, E. Torbet, and H. T. Tran, *A Measurement of the Angular Power Spectrum of the Cosmic Microwave Background from $L = 100$ to 400* , *ApJ*, **524** (1999), pp. L1-L4.
- [53] T. Montroy and [BOOMERanG Collaboration], *Measuring CMB polarization with Boomerang*, *New Astronomy Review*, **47** (2003), pp. 1057-1065.
- [54] T. E. Montroy and [BOOMERanG Collaboration], *A Measurement of the CMB $\langle EE \rangle$ Spectrum from the 2003 Flight of BOOMERANG*. astro-ph/0507514; Submitted to Astrophysical Journal.
- [55] C. B. Netterfield and [Boomerang Collaboration], *A Measurement by BOOMERANG of Multiple Peaks in the Angular Power Spectrum of the Cosmic Microwave Background*, *ApJ*, **571** (2002), pp. 604-614.

- [56] C. B. Netterfield, M. J. Devlin, N. Jarolik, L. Page, and E. J. Wollack, *A Measurement of the Angular Power Spectrum of the Anisotropy in the Cosmic Microwave Background*, ApJ, **474** (1997), p. 47.
- [57] T. Okamoto and W. Hu, *Cosmic microwave background lensing reconstruction on the full sky*, Phys. Rev. D, **67** (2003), p. 083002.
- [58] J. P. Ostriker and E. T. Vishniac, *Generation of microwave background fluctuations from non-linear perturbations at the ERA of galaxy formation*, ApJ, **306** (1986), pp. L51–L54.
- [59] L. Page, M. R. Nolte, and [WMAP Collaboration], *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Interpretation of the TT and TE Angular Power Spectrum Peaks*, ApJS, **148** (2003), pp. 233–241.
- [60] P. J. E. Peebles and J. T. Yu, *Primeval Adiabatic Perturbation in an Expanding Universe*, ApJ, **162** (1970), pp. 815–+.
- [61] H. V. Peiris, E. Komatsu, L. Verde, D. N. Spergel, and [WMAP Collaboration], *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Implications For Inflation*, ApJS, **148** (2003), pp. 213–231.
- [62] A. A. Penzias and R. W. Wilson, *A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s.*, ApJ, **142** (1965), pp. 419–421.
- [63] M. Piat, C. Rosset, and BRAIN-CLOVER Collaboration, *Precise measurement of CMB polarisation from Dome-C : the BRAIN and CLOVER experiments*, in SF2A-2004 : Semaine de l’Astrophysique Francaise, Dec. 2004, p. 707.
- [64] N. Ponthieu, J. F. Macías-Pérez, M. Tristram, and [Archeops Collaboration], *Temperature and polarization angular power spectra of Galactic dust radiation at 353 GHz as measured by Archeops*. astro-ph/0501427, submitted to A&A.
- [65] A. C. S. Readhead, S. T. Myers, T. J. Pearson, J. L. Sievers, B. S. Mason, and [CBI Collaboration], *Polarization Observations with the Cosmic Background Imager*, Science, **306** (2004), pp. 836–844.
- [66] M. J. Rees and D. W. Sciama, *The Evolution of Density Fluctuations in the Universe : I. Dissipative Processes in the Early Stages*, Comments on Astrophysics and Space Physics, **1** (1969), pp. 140–+.
- [67] M. C. Runyan and [ACBAR Collaboration], *First results from the arcminute cosmology bolometer array receiver*, New Astronomy Review, **47** (2003), pp. 915–923.
- [68] R. K. Sachs and A. M. Wolfe, *Perturbations of a Cosmological Model and Angular Variations of the Microwave Background*, Memoires of the Societe Royale des Sciences de Liege, **55** (1967), pp. 59–+.
- [69] J. L. Sanz, E. Martinez-Gonzalez, L. Cayon, J. Silk, and N. Sugiyama, *Cosmic Microwave Background Radiation Power Spectrum in Cold Dark Matter Open Universes Up to Second-Order Perturbations*, ApJ, **467** (1996), pp. 485–+.
- [70] P. F. Scott and [VSA Collaboration], *First results from the Very Small Array - III. The cosmic microwave background power spectrum*, MNRAS, **341** (2003), pp. 1076–1083.
- [71] U. Seljak, A. Makarov, P. McDonald, and [20 co-authors], *Cosmological parameter analysis including SDSS Ly α forest and galaxy bias : Constraints on the primordial spectrum of fluctuations, neutrino mass, and dark energy*, Phys. Rev. D, **71** (2005), p. 103515.
- [72] U. Seljak and M. Zaldarriaga, *A Line-of-Sight Integration Approach to Cosmic Microwave Background Anisotropies*, ApJ, **469** (1996), pp. 437–+.
- [73] J. Silk, *Cosmic Black-Body Radiation and Galaxy Formation*, ApJ, **151** (1968), pp. 459–+.
- [74] G. F. Smoot and [COBE Collaboration], *Structure in the COBE differential microwave radiometer first-year maps*, ApJ, **396** (1992), pp. L1–L5.
- [75] D. N. Spergel, L. Verde, H. V. Peiris, E. Komatsu, M. R. Nolte, and [WMAP Collaboration], *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Determination of Cosmological Parameters*, ApJS, **148** (2003), pp. 175–194.

- [76] R. A. Sunyaev and Y. B. Zeldovich, *Distortions of the Background Radiation Spectrum*, Nature, **223** (1969), pp. 721–+.
- [77] J. A. Tauber, *The Planck mission*, Advances in Space Research, **34** (2004), pp. 491–496.
- [78] D. T. Wilkinson and P. J. E. Peebles, *Discovery of the Cosmic Microwave Background*, Physica Scripta Volume T, **85** (2000), p. 136.
- [79] E. J. Wollack, M. J. Devlin, N. Jarosik, C. B. Netterfield, L. Page, and D. Wilkinson, *An Instrument for Investigation of the Cosmic Microwave Background Radiation at Intermediate Angular Scales*, tech. report, Jan. 1996.
- [80] M. Zaldarriaga and U. Seljak, *All-sky analysis of polarization in the microwave background*, Phys. Rev. D, **55** (1997), pp. 1830–1840.

Partie technique

II. L'expérience PLANCK : création d'un outil de simulation rapide

Ce chapitre, dont le thème est la simulation de la mission PLANCK, s'articule en deux sous-parties. La première consiste en une description de l'expérience, insistant plus particulièrement sur ses objectifs scientifiques et les choix technologiques adoptés pour les atteindre. Quelques exemples parmi les sources de bruit et les effets systématiques les plus pénalisants sont également donnés. Cette première partie tend à montrer la richesse des apports scientifiques que PLANCK est susceptible de fournir à condition que des algorithmes performants d'analyse de données soient optimisés pour s'affranchir des effets systématiques qui entachent la mesure. Pour faciliter l'élaboration et le test de ces méthodes d'analyses de données, je développe une chaîne de simulations rapides du signal temporel de PLANCK. La seconde partie de ce chapitre est dévolue à la présentation de cet outil. Tout d'abord, sont dégagés les motivations et les choix de conception qui ont prévalu à la mise en œuvre de la simulation. Ensuite, j'aborde la description proprement dite de l'outil, pour finalement en présenter les résultats et les exemples d'application.

II.1 L'expérience PLANCK

II.1.1 Qu'est-ce que la mission PLANCK ?

Le projet PLANCK appartient aux missions de taille moyenne de l'Agence Spatiale Européenne sélectionnées dans le cadre du programme scientifique *Horizon 2000*. C'est un satellite, dont le lancement est prévu pour août 2007, pour une durée minimale d'exploitation de 14 mois. Ce projet implique quelques centaines de scientifiques dans une douzaine de pays européens, aux États-Unis et au Canada ainsi que ~ 80 partenaires industriels. Nous nous intéressons ici à l'avènement d'une expérience de cette ampleur, des ébauches de définition du concept à la création d'une collaboration PLANCK regroupant communautés scientifique et industrielle impliquées dans sa concrétisation.

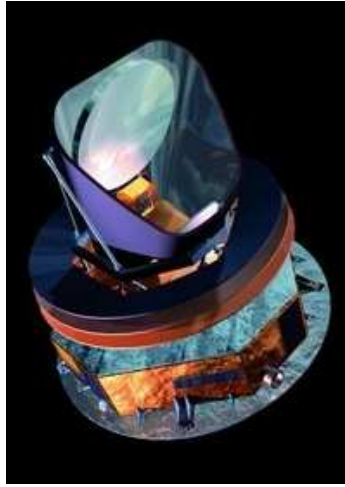


FIG. II.1: Vue d'artiste du satellite PLANCK

L'origine du concept PLANCK.

Après la première mesure des anisotropies du CMB par l'instrument DMR de COBE [54], de nombreuses expériences terrestres ou en ballon ont été mises en œuvre afin de fournir des mesures de plus en plus précises des observables du CMB¹. Malgré les succès de telles expériences, il est rapidement apparu que seul un projet spatial pourrait réunir une couverture du ciel, un temps d'intégration, un contrôle des avant-plans et une sensibilité suffisants pour atteindre une mesure définitive des anisotropies de température (voir par exemple [21]). Ainsi dès le début des années 1990, le développement des techniques instrumentales dans les domaines millimétriques et sub-millimétriques a permis d'imaginer des projets spatiaux ambitieux dédiés à la mesure du CMB. En réponse à un appel d'offre lancé par le Centre National d'Etude Spatial (CNES) pour des petites missions, la France propose le concept SAMBA (*Satellite for the Measurement of Background Anisotropies*). Il s'agit d'un petit satellite pensé pour fournir une mesure définitive du spectre de puissance angulaire des anisotropies de température jusqu'à des multipôles ~ 2000 . En effet, aux fréquences où il domine, sa sensibilité est limitée par les fluctuations statistiques du CMB lui-même (le bruit de photon). Par ailleurs, pour un bon contrôle des émissions d'avant-plan, il est prévu de mesurer simultanément dans plusieurs canaux de fréquence allant de 100 à 1000 GHz. Pour atteindre ces performances, les choix technologiques envisagés étaient très proches de ceux adoptés pour PLANCK, à savoir un télescope de ~ 80 cm de diamètre refroidi passivement, des bolomètres « toile d'araignée » refroidis à 100 mK grâce à un dispositif basé sur la dilution de l'hélium 3 dans l'hélium 4 et une chaîne d'acquisition des données modulée en fréquence². En 1993, Jean-Loup Puget, au nom d'un consortium européen, soumet le projet SAMBA à l'ESA.

En parallèle, l'équipe de N. Mandolesi au CNR *Centro Nazionale della Ricerca* de Milan développe un projet similaire de mesure des anisotropies du CMB, consistant en un satellite muni d'un télescope $\lesssim 1$ m mais complémentaire en terme de fréquence d'observation

¹Pour une revue récente sur le sujet, le lecteur pourra se référer à [23] ou [25]; cette dernière concernant plus spécialement les expériences dédiées à la mesure de la polarisation du CMB.

²voir plus loin pour une description de ces dispositifs.

(30 à 100 GHz). Il s'agit du projet COBRAS (*COsmic Background Anisotropy Satellite*), également proposé à l'ESA. Les deux projets sont sélectionnés puis associés pour devenir en 1996, la troisième mission de taille moyenne du programme scientifique *Horizon 2000*. Par la suite, la mission COBRAS/SAMBA sera renommée PLANCK – du nom du physicien à qui l'on doit la loi d'émission du corps noir (Max Planck 1858-1947). Ensuite, des contraintes budgétaires obligent l'ESA à repousser la date de lancement initialement prévue en 2004, à 2007. PLANCK partagera alors la fusée de lancement (Ariane 5) avec l'observatoire infrarouge lointain et sub-millimétrique HERSCHEL (voir la figure II.2). Enfin, en 1999, l'ESA sélectionne les deux instruments de PLANCK : l'instrument basse fréquence (LFI), supervisé par N. Mandolesi du CNR de Milan et l'instrument haute-fréquence (HFI), supervisé par Jean-Loup Puget de l'IAS d'Orsay. Dès lors, la définition détaillée de la mission est complète. Le projet est aujourd'hui en phase de production et de tests au sol.

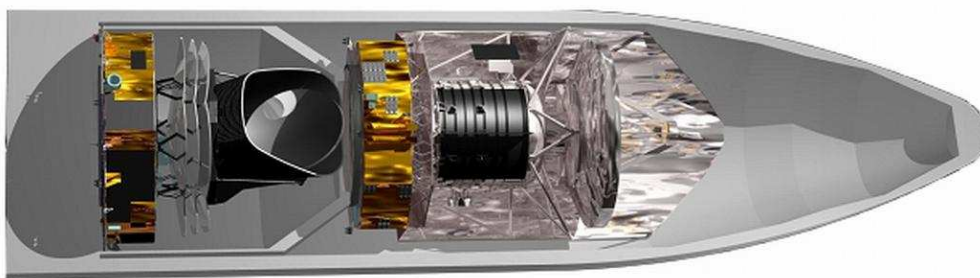


FIG. II.2: Vue d'artiste des satellites PLANCK (à gauche) et HERSCHEL (à droite) tout deux logés à l'intérieur de la fusée Ariane 5. Le lancement est prévu pour l'été 2007 à partir de la base de Kourou (Guyane). Les satellites se sépareront peu après le lancement pour rejoindre chacun leur orbite autour du deuxième point de Lagrange du système Terre-Soleil.

La collaboration PLANCK.

La concrétisation du projet PLANCK implique quelques 450 physiciens appartenant à 25 instituts répartis dans toute l'Europe et aux Etats-Unis. Afin d'organiser un travail de collaboration efficace entre ces membres, la communauté PLANCK s'est dotée d'une structure supervisée par un comité scientifique (*Planck Science Team*). Il s'agit d'un groupe de physiciens mené par le chef de projet, Thomas Passvogel et le responsable scientifique de l'ESA, Jan Tauber, dont le rôle consiste en la répartition des tâches scientifiques et le contrôle de l'accès aux données de PLANCK. Ensuite, la mission est organisée en trois consortiums internationaux auxquels il incombe de livrer les différents dispositifs de PLANCK : ce sont l'équipe du LFI menée par N. Mandolesi, celle de HFI menée par J.L. Puget et l'équipe du télescope menée par H.U. Norgaard-Nielsen au *Danish Space Research Institut* (DSRI) de Copenhague. Les groupes du LFI et HFI ont non seulement la responsabilité de la construction et des tests des instruments mais aussi celle de rendre public les données fournies par PLANCK sous une forme directement exploitable pour la communauté des cosmologues et

des astrophysiciens. Pour cela, chaque instrument s'est doté d'un centre d'analyse des données (*Data Processing Center*), sous la responsabilité de F. Pasian de l'OAT *Osservatorio Astronomico di Trieste* pour LFI et coordonné par F.R. Bouchet (IAP) pour HFI. Leur rôle s'étend de l'acquisition des données brutes en provenance du centre de contrôle au sol³ de l'ESA à la publication de données utilisables et documentées – les cartes et les spectres de puissances du CMB, les cartes des émissions d'avant-plan ainsi qu'un catalogue de sources extragalactiques. Ceci requiert l'élaboration de diverses méthodes de traitement de données, fabrication de cartes, séparation des composantes astrophysiques, etc. En outre, la validation des méthodes d'analyse de données développées aux DPC nécessite une confrontation à des simulations les plus proches possibles du signal que fournira PLANCK. Pour cela, un groupe, coordonné par T. Ensslin au MPA (*Max-Planck Institute for Astrophysics*) sis à Garching en Allemagne, est dévolu au développement d'une chaîne de simulation : il s'agit à partir des paramètres cosmologiques et des modèles des émissions astrophysiques, de créer un ciel dans le domaine des fréquences d'observation de PLANCK, puis de mimer la mesure de ce ciel en reproduisant la stratégie de balayage du satellite et en intégrant les effets des instruments. C'est dans cette logique que s'inscrit mon travail au sein de la collaboration PLANCK. Mais avant de l'aborder, je m'intéresse aux enjeux scientifiques de la mission ainsi qu'aux choix technologiques adoptés afin de les atteindre.

II.1.2 Les objectifs scientifiques.

La mission PLANCK⁴ a pour but de fournir des cartes de la température et de la polarisation du fond diffus sur tout le ciel et ce, à haute résolution angulaire puisque apparaîtront des détails de cinq minutes d'arc sur le ciel. C'est l'expérience de mesure du CMB la plus sensible jamais conçue – sa sensibilité étant essentiellement limitée par les fluctuations statistiques du CMB. Ainsi, PLANCK extraira l'essentiel de l'information contenue dans les anisotropies de température et mesurera la polarisation avec une bonne précision. Par ailleurs, le large domaine des fréquences observées, a été choisi dans le but d'extraire les émissions d'avant-plan susceptibles de contaminer le signal cosmologique, mais aussi afin d'étudier les amas de galaxies et les objets compacts. En outre, PLANCK fournira des cartes d'émission diffuse de la Galaxie dans un domaine spectral peu connu. Tout cela fait de PLANCK un outil unique pour l'étude de l'Univers très primordial et l'évolution des perturbations cosmologiques mais également pour la formation de grandes structures et jusqu'aux processus physiques en jeu au sein de la Voie Lactée. Ainsi ses objectifs scientifiques concernent toute l'histoire de l'Univers depuis $\sim 10^{-35}$ secondes après le Big Bang jusqu'à aujourd'hui.

Les anisotropies de température.

L'objectif premier de PLANCK est de réaliser la mesure définitive des anisotropies de température en abaissant son seuil de sensibilité au niveau du bruit statistique créé par les photons du fond diffus. Ainsi, les cartes complètes du ciel à haute résolution angulaire

³L'ESA possède un centre de contrôle (l'ESOC, *European Space Operations Centre*, situé à Darmstadt en Allemagne) qui est en charge de collecter les données en provenance du satellite vers le sol.

⁴Pour une description détaillée de la mission ainsi que de ces objectifs scientifiques, on pourra se reporter au *Blue Book* de PLANCK [17], disponible en accès protégé à l'adresse [http : // www.rssd.esa.int / index.php?project=PLANCK](http://www.rssd.esa.int/index.php?project=PLANCK).

permettront d'extraire le spectre de puissance de la température, du mode dipolaire jusqu'à des multipôles ~ 2500 avec une précision limitée par la variance cosmique et le bruit de soustraction des émissions astrophysiques sur la quasi totalité des échelles couvertes. Ceci se traduira par une nette augmentation de la précision avec laquelle sont contraints les paramètres cosmologiques. Par exemple, grâce à la mesure précise du spectre de température au delà des trois premiers pics (le troisième pic correspondant à la limite de sa mesure actuelle), la précision sur les densités de matière et de baryons sera accrue d'un ordre de grandeur par rapport à celle actuellement fournie par l'expérience WMAP [55]. Aussi, la mesure du spectre combinée avec les résultats des sondages des grandes structures (tels les relevés de galaxies, les mesures du cisaillement par effet de lentilles gravitationnelles, etc.) améliorera notre connaissance de l'énergie noire, puisque des quantités telles la distance de la surface de dernière diffusion ou la taille de l'horizon du son au moment du découplage seront mieux connues.

En sus du spectre de puissance, les cartes haute résolution offrent la possibilité de contraindre le degré de non-gaussianité des anisotropies de température. La plupart des scenarii inflationnaires ne prédisent que de très faibles déviations par rapport à une statistique purement gaussienne des fluctuations. De surcroît, les données CMB actuelles sont compatibles avec une telle statistique et sont bien décrites par un spectre primordial des perturbations adiabatique et invariant d'échelle. Ainsi, les données actuelles ne justifient pas l'introduction de scenarii plus raffinés – tels les modèles d'inflation hybrides (à plusieurs champs scalaires), les modèles à réchauffement inhomogène ou ceux impliquant des brisures de symétrie tardives – qui s'accompagnent d'une déviation à la gaussianité susceptible d'être détectée par les expériences CMB. Cependant, dans nombre de ré-analyses indépendantes des données, les auteurs (voir par exemple [20]) ont relevé des non-gaussianités au sein des cartes WMAP. Les cartes fournies par PLANCK pourront confirmer ou infirmer la présence de ces « anomalies » et ainsi contribuer à discriminer les scenarii d'inflation. Elles permettraient également la détection éventuelle de défauts topologiques (monopôles, cordes cosmiques) [41] ou encore la recherche de motifs identiques à travers le ciel, révélateurs d'une topologie de l'Univers non-triviale [50].

La polarisation du CMB.

Si elle ne figurait pas dans les premières ébauches de PLANCK, la mesure précise de la polarisation est devenue l'un de ses objectifs scientifiques prioritaires. En effet, à ce jour seulement une faible fraction de l'information cosmologique a été extraite de la polarisation. Ainsi, la première détection du mode E de polarisation date de 2002 et incombe à l'expérience interférométrique DASI (*Degree Angular Scale Interferometer*) [32], tandis que la première détection réalisée avec une technologie bolométrique revient à l'équipe de l'expérience ballon BOOMERanG (*Balloon Observations of Millimetric Extragalactic Radiation and Geophysics*) [22]. En particulier, l'équipe WMAP a mesuré le spectre de puissance de la corrélation entre température et polarisation, révélant une réionisation précoce de l'Univers. Quant au spectre du mode E de polarisation, il a été extrait récemment par l'équipe CBI (voir la figure II.3). PLANCK sera capable de fournir des cartes de la polarisation avec une bonne précision et un bon contrôle des avant-plans. Ceci permettra en outre, d'extraire le spectre de mode E jusqu'à des multipôles ~ 1500 . Combinée avec le spectre de température, une telle mesure permettra une meilleure estimation des paramètres cosmologiques et surtout, la

levée de certaines dégénérescences entre paramètres. En particulier, tandis que l'expérience WMAP échoue à contraindre les paramètres cosmologiques lorsque l'on relâche l'hypothèse de perturbations primordiales purement adiabatiques, PLANCK imposera de fortes limites sur la contribution des modes isocourbes aux perturbations [13]. Par ailleurs, le mode E permet une estimation de la profondeur optique de l'Univers, constituant en cela, un test de l'époque à laquelle il s'est réionisé, mais il est également sensible aux détails du déroulement de la réionisation.

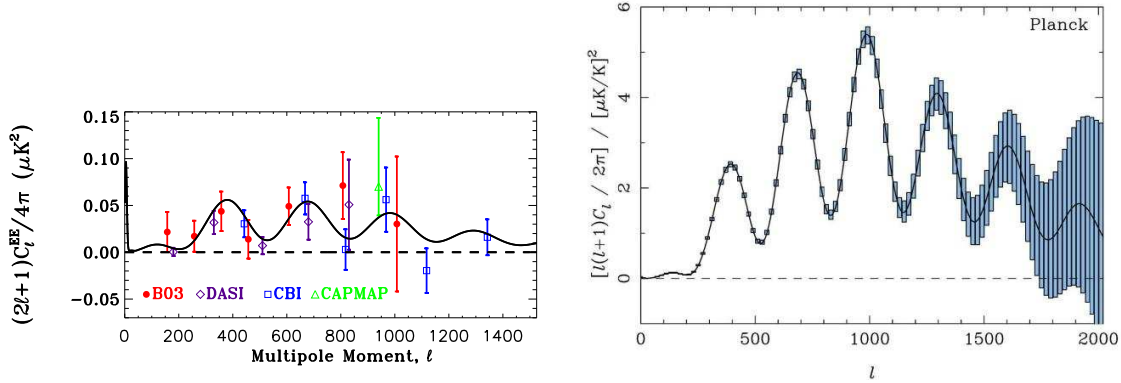


FIG. II.3: Le spectre du mode E de polarisation. A gauche, résumé des mesures existantes de C_l^{EE} : y figurent les résultats de Boomerang (Montroy et al. 2005), de DASI (Leitch et al. 2004), de CBI (Readhead et al. 2004) et enfin de CAPMAP (Barkats et al. 2005). A droite, les prévisions des erreurs à 1σ sur la mesure du C_l^{EE} que fournira PLANCK, telles qu'elles sont données dans le *Blue Book* [17]. Sur les deux figures, la courbe en noir est calculée dans le cadre du modèle Λ CDM « Standard ».

PLANCK pourrait également détecter le mode B primordial de polarisation (voir figure II.4), à condition que la contribution des modes tensoriels atteigne au moins quelques pourcents des modes scalaires – le signal serait alors suffisant pour permettre une séparation efficace des avant-plans polarisés [57]. Or de telles amplitudes des modes tenseurs sont prédites par une classe importante de modèles d'inflation, appelés inflation *chaotique*, pour lesquels l'inflaton oscille autour de son minimum [35]. Une détection du mode B primordial, parce qu'il est engendré par le fond d'ondes gravitationnelles prédit par l'inflation, constituerait une indication forte en faveur des modèles inflationnaires et permettrait de déterminer l'échelle d'énergie à la fin de l'inflation [58]. Ainsi, la mesure de la polarisation du CMB offre un moyen unique d'accéder aux conditions initiales de l'Univers, de tester la forme du spectre des perturbations primordiales et de contraindre les modèles d'inflation.

La physique des grandes structures

Tout d'abord, la mesure précise des spectres de puissance jusqu'aux grands multipôles permet d'accéder à l'**effet de lentille** que subit le CMB à la traversée des potentiels gravitationnels des grandes structures. Ensuite, à partir d'une estimation de cet effet de lentille, il est possible d'extraire le spectre de puissance de la matière sous-jacente⁵. Il s'agit là, d'un outil d'étude des grandes structures qui présente plusieurs avantages : tout d'abord, il n'est

⁵Une partie de mon travail, décrit au chapitre IV, est consacré à l'estimation de l'effet de lentille.

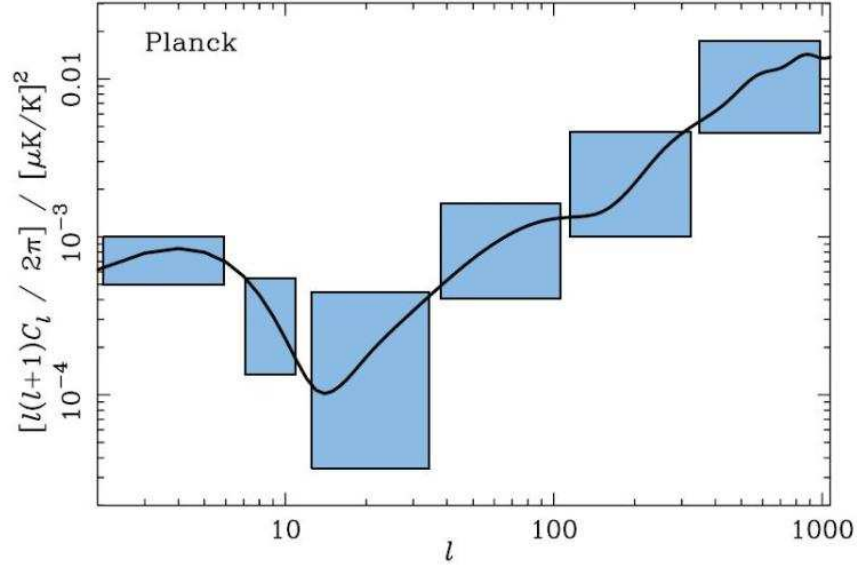


FIG. II.4: Prévisions des erreurs à 1σ pour PLANCK, sur la mesure du spectre de puissance des modes B de polarisation. Le modèle cosmologique choisi pour le calcul du spectre C_l^{BB} (la courbe noire) est un modèle Λ CDM avec $\tau = 0.17$ et $r = 0.1$. On note, aux bas multipôles, l'augmentation de la puissance due à la réionisation précoce, tandis que pour $l \gtrsim 150$, les modes B primordiaux sont masqués par les modes secondaires issus de l'effet de lentille. (Cette figure est adaptée du *Blue Book* de PLANCK [17].)

pas affecté par des effets de biais entre matière lumineuse et matière totale comme peut l'être une méthode basée sur les sondages profonds de galaxies ; mais surtout, il permet de sonder des structures à hauts *redshifts*, puisque les lentilles les plus efficaces sont situées à $z \lesssim 2$. Par exemple, cela fait de PLANCK un laboratoire privilégié pour contraindre l'échelle absolue de masse des neutrinos : les données du satellite seules permettraient d'accéder à des masses supérieures ou de l'ordre de 0.15 eV [28] – à comparer aux contraintes que pourront imposer les expériences futures dédiées à la masse des neutrinos (par exemple, $m_\nu < 0.35$ eV à 2σ pour KATRIN)⁶.

Deuxièmement, l'étude des amas de galaxies via l'effet **Sunyaev–Zel'dovich**⁷ constitue l'un des objectifs de PLANCK. En effet, la mission a été pensée, de part ses choix de conception – les canaux de fréquence d'observation, la résolution angulaire, entre autres – dans l'optique de garantir une bonne mesure de l'effet SZ thermique au sein des amas. Ainsi, PLANCK fournira un catalogue d'amas sur tout le ciel, l'un des plus complets jamais obtenus. Quelques dizaines de milliers d'amas devraient être détectés à un *redshift* médiant de l'ordre de 0.3, avec une fraction significative d'entre eux située à $z = 1$ ou au-delà (voir par exemple [1]). Un tel catalogue constitue un apport non négligeable pour la cosmologie. En effet, l'effet SZ est un outil intrinsèquement avantageux – par rapport aux observations

⁶L'extraction de la masse des neutrinos basée sur l'effet de lentille fait l'objet d'une étude détaillée au chapitre III.

⁷On trouvera une description de l'effet SZ dans la partie concernant les avant-plans du chapitre IV. Pour notre propos, il suffit de rappeler qu'il s'agit d'une interaction entre les électrons du gaz chaud intra-amas et les photons CMB, à l'origine de la formation d'anisotropies secondaires de température.

dans le domaine des X, par exemple – pour l'étude des amas [3]. Tout d'abord, la brillance de surface de l'effet SZ d'un amas est indépendante de son décalage spectral, ce qui implique une bonne efficacité de détection des amas à haut-*redshift*. Ensuite, contrairement à l'émission X qui varie suivant la répartition du gaz intra-amas, l'effet SZ ne dépend que des propriétés globales des amas (leur masse, leur profondeur optique), rendant l'interprétation des données SZ plus robuste car plus simple [4]. Ainsi, l'effet SZ thermique permet d'extraire à la fois un comptage des amas, leur fonction de corrélation angulaire ainsi que leur fonction de corrélation en 3D ; en cela, il constitue un moyen indépendant d'extraction des paramètres cosmologiques [26] – en particulier du couple Ω_m, σ_8 [36]. Plus encore, puisque l'émission X et l'effet SZ dépendent différemment des caractéristiques de l'amas observé, il est possible, via une analyse combinée de ces deux effets, d'accéder à la distance de l'amas. De telles études des distances permettraient de contraindre le paramètre de Hubble voire la géométrie de l'Univers [45].

Quant à l'effet SZ cinétique⁸, les techniques de séparation de composantes sont incapables de le détecter, puisque sa dépendance spectrale est identique à celle des anisotropies primaires du CMB. Cependant, on peut l'extraire en tirant profit de sa corrélation spatiale avec l'effet SZ thermique. Une telle analyse reste périlleuse car elle demande de s'affranchir de toute autre source de contamination, des avant-plans mais aussi des anisotropies primaires elles-mêmes. L'enjeu est néanmoins valable, puisqu'une analyse combinée des effets thermique et cinétique constitue un moyen unique d'accéder à la vitesse particulière des amas. Ensuite, de la vitesse des amas on déterminerait les champs de vitesse à grande échelle, ce qui finalement permettrait de contraindre les scénarii de formation des structures. Par exemple, avec cette méthode, Benson et al. [10] ont pu imposer une limite supérieure du champ de vitesse de la matière par rapport au référentiel du CMB.

Enfin, PLANCK pourrait s'avérer un outil complémentaire des mesures des supernovae pour sonder l'évolution de l'équation d'état de l'Energie Noire (voir figure II.6). En effet, de par les effets gravitationnels que subissent les photons du CMB à la traversée des grandes structures – tel **l'effet Sachs-Wolfe Intégré** (ISW) – PLANCK est sensible à l'évolution de la croissance des perturbations de densité. En particulier, via l'effet ISW, il pourrait détecter le ralentissement de la croissance des structures alors que la matière perd peu à peu son rôle dominant dans l'Univers. Cependant, les anisotropies secondaires résultant de l'effet ISW sont difficilement séparables du signal primaire du CMB. On contourne le problème en utilisant le fait que l'effet ISW est corrélé à d'autres traceurs des grandes structures, tels les sondages profonds de galaxies, les mesures de l'ellipticité moyenne des galaxies ou même l'effet SZ détecté dans les données CMB (voir figure II.5). A. Cooray [18] trouve que l'effet de lentille du CMB pourrait s'avérer le processus le plus indiqué pour l'étude de l'effet ISW.

Les sources extragalactiques et le milieu interstellaire.

Enfin, parmi les objectifs de PLANCK figure l'obtention de cartes complètes du ciel, des sources extragalactiques et des avant-plans galactiques, dans une gamme de fréquence où ces émissions sont mal connues. En effet, les cartes observées simultanément dans des bandes

⁸Il s'agit des anisotropies de température secondaires créées par l'effet Doppler que subissent les photons CMB entraînés par le déplacement des amas le long de la ligne de visée (voir chapitre IV).

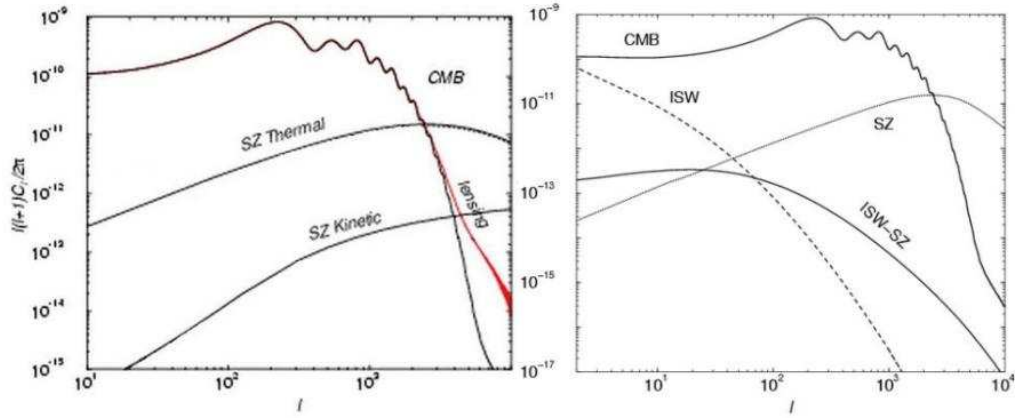


FIG. II.5: Spectres de puissance des anisotropies secondaires détectables par PLANCK comparés au spectre de température du CMB. À gauche figurent les effet SZ thermique et cinétique, ainsi que la perturbation due à l'effet de lentille aux petites échelles du spectre du CMB (en rouge). À droite, la contribution de l'effet ISW aux grandes échelles et celle de l'effet SZ thermique aux petites échelles. Il est possible de séparer l'effet ISW du signal CMB primaire en combinant les mesures des anisotropies de température à 217 GHz (à cette fréquence, l'effet SZ s'annule) avec les données du SZ. La corrélation ainsi obtenue (figurée par le spectre croisé ISW-SZ) permet de déduire la contribution de l'effet ISW. Ces figures sont adaptées des travaux de A. Cooray [18].

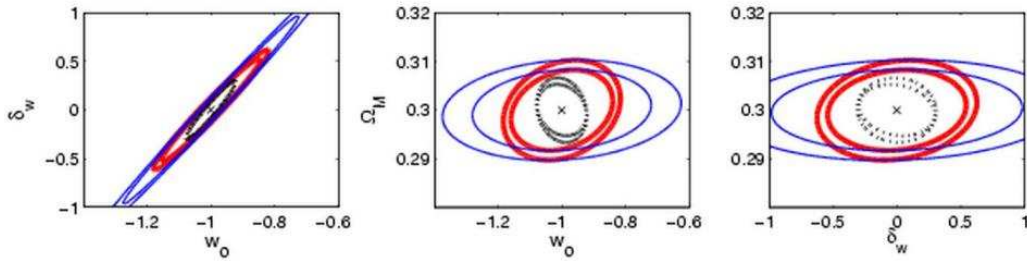


FIG. II.6: Containtes sur les coefficients w_0 et δ_w du paramétrage linéaire de l'équation d'état $w(a) = w_0 + (1-a)\delta_w$. Les contours à 1σ sont ceux attendus à partir des données de PLANCK seules (trait bleu fin), en combinant les informations de PLANCK et du *Large Synoptic Survey Telescope* (LSST) (trait épais rouge) et en combinant PLANCK et les supernovae de SNAP (*SuperNovae Acceleration Probe*) (trait pointillé noir). Les plus grandes ellipses sont calculées en utilisant les données de température seules tandis que les plus petites combinent données de température et de polarisation du CMB. Cette figure est adaptée de Pogorian et al. [44].

de fréquences différentes peuvent être combinées afin d'en extraire des cartes pour chacune des émissions contribuant au signal total. Un tel processus de séparation de composante est possible puisque chaque émission possède un spectre en fréquence caractéristique, de sorte que sa contribution varie suivant la bande de fréquence observée (voir figure II.7).

Tout d'abord, PLANCK fournira une observation multi-fréquence de plusieurs centaines de sources radio et de plusieurs milliers de galaxies dans l'infra-rouge, constituant ainsi le premier catalogue complet de **sources extragalactiques** dans le domaine sub-millimétrique.

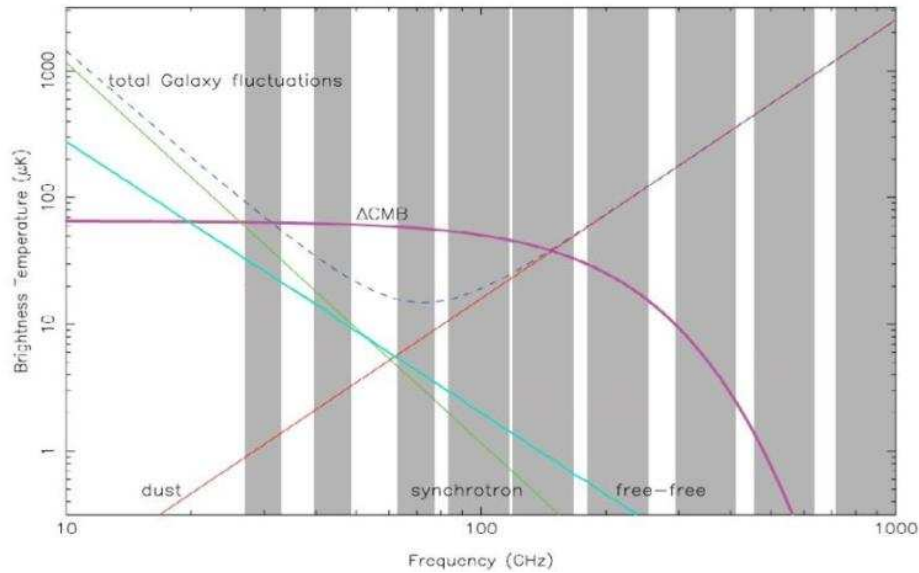


FIG. II.7: Spectres du CMB et des composantes galactiques d'émission micro-onde. Les bandes grisées correspondent aux canaux de fréquences de PLANCK. Ainsi, aux basses fréquences, la galaxie émet principalement par effet synchrotron et rayonnement de freinage, tandis qu'aux hautes fréquences, la galaxie est visible de par l'émission thermique des poussières qu'elle contient. De tels spectres dépendent de la latitude galactique de la zone du ciel observée et de l'échelle angulaire considérée. Ici, les niveaux d'émission sont ceux attendus sur les 85 % du ciel les plus épargnés par la galaxie, pour des échelles angulaires $\sim 1^\circ$. (figure adaptée du *Blue Book* [17])

Les sources radio appartenant à différentes classes de noyaux actifs de galaxies (AGN), le catalogue PLANCK permettrait une étude des spécificités des processus physiques en jeu pour chacune d'entre elles (quasars et blazars, objets BL lac, etc.). Quant aux sources infra-rouges, PLANCK détectera à la fois la population des galaxies à faible décalage spectral, précédemment observée à plus hautes fréquences par le satellite IRAS, étendant ainsi la connaissance de la fonction de luminosité des galaxies proches au domaine sub-millimétrique, mais également, les galaxies très lumineuses, à flambées d'étoiles, situées à haut *redshift*. En effet, PLANCK sera sensible aux objets riches en poussière les plus lumineux de l'Univers (voir la figure II.8) ; ainsi, les comptages de sources qu'il fournira, pourraient permettre de sonder l'évolution des galaxies riches en poussière jusqu'à des *redshifts* de l'ordre de l'unité et peut-être même jusqu'à $z \sim 5$. Enfin, PLANCK observera le fond diffus infra-rouge (CIRB) issu de la superposition sur la ligne de visée, de l'émission thermique de la poussière de toutes les sources non-résolues. Des anisotropies au sein du CIRB, révélatrices de la distribution à grandes échelles des galaxies, ont déjà été détectées dans les données de IRAS par exemple [39]. Leur mesure avec PLANCK permettrait une étude de la formation et de l'évolution des galaxies ainsi que leur distribution statistique au sein des amas de Matière Noire [30].

Ensuite, PLANCK fournira des cartes complètes du ciel de température et de polarisation de **lumière diffuse de la galaxie**, dans une gamme de fréquence peu étudiée. L'intérêt premier de telles cartes est de mieux connaître les émissions d'avant-plan qui masquent le signal cosmologique afin de les soustraire des cartes du CMB. Cet enjeu est particulièrement cru-

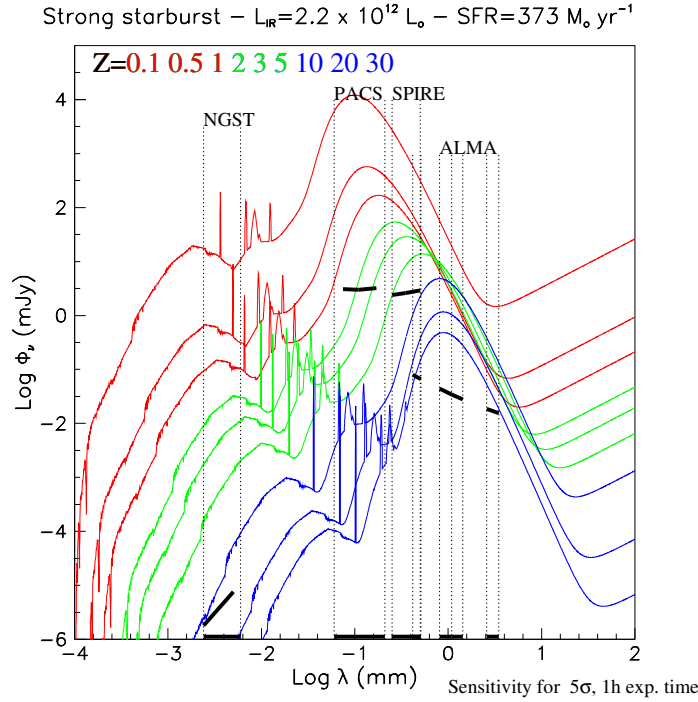


FIG. II.8: Le spectre en flux d'une galaxie à haut taux de formation d'étoiles est extrapolé à différents décalages spectraux. Cette figure illustre l'effet de "K-correction" négatives des observations de sources IR dans le domaine millimétrique ($10 < \lambda < 0.3 \text{ mm}$ pour PLANCK) : l'effet de dilution du flux dû à la distance est compensé par le décalage spectral vers le maximum d'émission de la source. Ainsi, PLANCK est sensible aux objets très lumineux à très haut *redshift*. Les bandes d'observation (traits fins verticaux) et les seuils de détection (traits épais) sont représentés pour les observatoires sub-millimétriques à venir : le NGST (*Next Generation Space Telescope*) de la NASA, les instruments PACS (*Photodetector Array Camera and Spectrometer*) et SPIRE (*Spectral and Photometric Imaging REceiver*) du satellite HERSCHEL et l'expérience au sol ALMA (*Atacama Large Millimeter Array*).

cial pour une éventuelle détection des modes B primordiaux de polarisation⁹. Néanmoins, les cartes de PLANCK pourraient également contribuer de manière non négligeable à une meilleure compréhension des processus de formation d'étoiles ainsi que des conditions qui règnent au sein du milieu interstellaire. En effet, PLANCK sera capable de sonder ce milieu sous plusieurs aspects via les différents processus d'émission micro-onde : le gaz chaud ionisé est révélé par le rayonnement de freinage des électrons au voisinage des noyaux ; les zones actives sont visibles via le rayonnement synchrotron des électrons accélérés à des régimes relativistes ; les régions riches en poussières apparaissent par émission thermique. C'est donc toute la morphologie des zones de formation d'étoiles qui est révélée ainsi que les conditions physiques qui y règnent (température, densité, etc.). Par ailleurs, via les mesures de polarisation, PLANCK accède à deux processus dépendant du champ magnétique galactique, le rayonnement synchrotron des électrons spiralant autour des lignes de champ et l'émission des grains de poussière présentant une direction privilégiée (forme oblongue, structure en

⁹A ce sujet, se reporter au chapitre IV concernant les problèmes posés par les avant-plans lors du processus de séparation des modes B primordiaux et secondaires.

couche) qui s'alignent perpendiculairement aux lignes de champ [7]. Ainsi, en utilisant ces observations, il serait possible de cartographier le champ magnétique galactique sous-jacent.

Ce sont ces objectifs scientifiques ambitieux qui ont guidé les choix technologiques adoptés dans la définition du concept PLANCK. C'est dans cette logique que nous détaillons, dans la section suivante, la technologie de PLANCK.

II.1.3 Une conception optimisée.

Atteindre les objectifs scientifiques que s'est fixée la collaboration PLANCK requiert un haut niveau de performance de l'instrument. PLANCK doit observer tout le ciel, dans plusieurs canaux choisis de façon à faciliter la séparation des composantes d'émission, dans une large bande de fréquence et à haute résolution spatiale. Aussi, chaque détail de la conception doit être pensé pour atteindre le haut niveau de sensibilité exigé – celle-ci doit être principalement limitée par le bruit de photons du CMB. Satisfaire à ces exigences parfois peu compatibles – par exemple, allier bonne résolution spatiale et haute sensibilité sur une grande couverture de ciel – résulte de compromis finement ajustés, intégrant de surcroît les contraintes spécifiques d'une mission spatiale, afin de parvenir à une conception optimisée. C'est cette conception que nous décrivons ici, en insistant sur la logique qui a prévalu à sa définition.

La stratégie de balayage

Le choix de la manière dont l'instrument observera le ciel au cours du temps, qu'on appelle stratégie de balayage, est une étape importante car elle détermine certaines systématiques avec lesquelles il faudra vivre pendant toute la mission... Tout d'abord, il convient de placer le satellite sur une orbite qui l'affranchira le plus possible de la lumière parasite issue de la Terre, de la Lune ou du Soleil. Ainsi, à l'instar de WMAP, PLANCK sera placé proche du point L2 de Lagrange (l'un des points d'équilibre du système Terre-Soleil), à 1.5 millions de kilomètres de la Terre, c'est-à-dire environ quatre fois la distance Terre-Lune, sur une orbite de Lissajous (voir la figure II.9). L'axe du satellite restera continuellement aligné avec la direction Terre-Soleil, afin que PLANCK puisse systématiquement présenter son « dos » au Soleil, protégé par ses boucliers thermiques. En plus de minimiser la lumière parasite, cette configuration permet de bénéficier d'un refroidissement passif efficace, crucial pour abaisser le niveau de sensibilité du détecteur. Ensuite, le satellite tourne autour de son axe en une minute tandis que le télescope pointe dans une direction quasi-perpendiculaire à l'axe de rotation ($\sim 85^\circ$), de sorte que de grands cercles sont observés sur le ciel. Ce pointage est conservé environ une heure, ce qui permet d'observer un mince anneau composés de 60 grands cercles quasi-superposés. Ensuite, l'axe du satellite est décalé d'environ 3 minutes d'arc, un nouvel anneau attenant au premier est observé. Le satellite suivant la Terre dans sa révolution autour du Soleil, l'anneau observé se déplace d'un degré par jour sur le ciel. Finalement, la totalité du ciel est observée de cette façon en un peu plus de six mois.

Une certaine souplesse est conservée dans la définition de la stratégie de balayage de PLANCK pour parfaire son optimisation. Par exemple, l'axe de rotation du satellite pourrait être animé d'un mouvement de précession lent autour de la direction Terre-Soleil avec un angle $\lesssim 15^\circ$, oscillant de cette façon, de part et d'autre du plan de l'écliptique. L'intérêt est

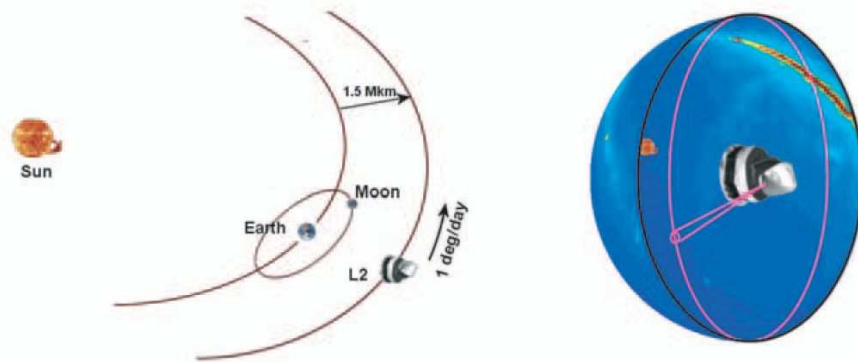


FIG. II.9: Schéma de la stratégie de balayage de PLANCK. À gauche, l'orbite décrite par le satellite à une vitesse telle que son axe est décalé d'un angle de un degré par jour. À droite, le champ d'observation de PLANCK consiste en un grand cercle sur le ciel qui se décale progressivement au même rythme que l'axe du satellite. En un peu plus de six mois, PLANCK parvient à cartographier le ciel complet.

à la fois, d'assurer une bonne couverture de la zone des pôles écliptiques et d'augmenter le nombre d'intersections entre grands cercles. Ce dernier point est crucial pour un bon contrôle des bruits systématiques (en particulier, les dérives basses fréquences), puisque c'est à partir des redondances des observations qu'elles peuvent être détectées puis corrigées. (Un exemple de carte des redondances, issue des études préliminaires de PLANCK, est simulée figure II.10.)

Planck Coverage

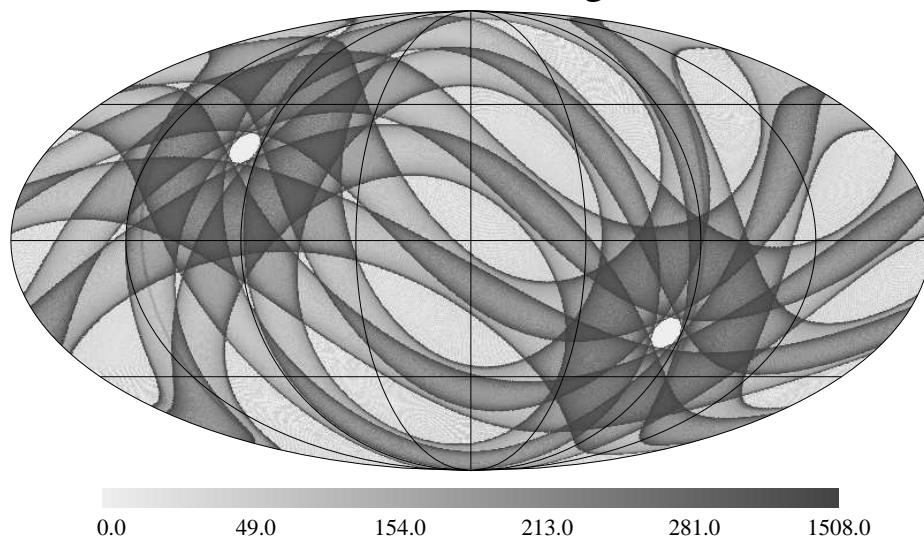


FIG. II.10: Simulation de la couverture du ciel par PLANCK. L'angle entre l'axe de rotation du satellite et son axe de pointage est fixé à 70° , tandis que l'axe de rotation est supposé animé d'un lent mouvement de précession (10 précessions par an) autour de la direction Terre-Soleil, avec un angle de 15° . Cette carte, en coordonnées galactiques, est issue de [61].

Les fréquences d'observation

Aux sensibilités que PLANCK se propose d'atteindre, la lumière parasite issue des avant-plans devient la limite majeure à la précision des mesures du CMB. Autrement dit, la qualité des cartes de CMB fournies par le satellite, dépend de l'efficacité avec laquelle on saura identifier, mesurer puis soustraire l'émission des avant-plans au sein des données. Alors, en sus d'accéder au signal cosmologique, on pourra extraire des cartes pour chacune de ces émissions d'avant-plan, ce qui participe des objectifs scientifiques de PLANCK. Ce processus de séparation des composantes est essentiellement basé sur les signatures spectrale et spatiale distinctes pour chacune d'entre elles. Pour en garantir l'efficacité, la couverture spectrale et le nombre de canaux d'observation du satellite doivent être optimisés afin de fournir une information suffisante sur les avant-plans. Grâce à une simulation complète du signal micro-onde et des performances des algorithmes de séparation des composantes, F. R. Bouchet et R. Gispert [11] ont montré que ce but était atteint pour une observation simultanée dans neuf bandes de fréquence, réparties entre 30 GHz et $\lesssim 1$ THz (voir figure II.7). Plus précisément, une observation à 100 GHz s'avère la plus favorable pour une mesure des anisotropies du CMB. A plus basse fréquence, l'émission d'avant-plan est dominée par le rayonnement synchrotron et le Bremsstrahlung, tandis qu'à plus haute fréquence, la galaxie est surtout visible par émission thermique des poussières. Une bonne mesure de ces diverses composantes galactiques nécessite une couverture spectrale de quelques dizaines de GHz à ~ 200 GHz au minimum. La mesure des fréquences en deça de 100 GHz est assurée par l'instrument LFI dans trois canaux d'observation. Ensuite, pour assurer une bonne détection des amas via l'effet SZ thermique, il convient d'étendre la couverture spectrale au-delà de 200 GHz. En effet, sa signature spectrale consiste en une baisse de la brillance aux fréquences $\nu < 217$ GHz au profit de la brillance à $\nu > 217$ GHz. Ainsi, en sus du canal à 100 GHz, l'instrument HFI possède des canaux de fréquence centrés sur 143 (SZ négatif), 217 (SZ nul) et 353 GHz (SZ positif). Enfin, deux canaux ont été sélectionnés à haute fréquence (545 et 857 GHz) pour l'étude de l'émission des poussières du milieu inter-stellaire, au sein de la Voie Lactée mais aussi pour les objets extra-galactiques – par exemple, à 857 GHz, pourront être détectées les galaxies riches en poussière les plus lumineuses de l'Univers (voir la figure II.8). L'organisation du plan focal de PLANCK, résumant les canaux d'observation sélectionnés, est illustrée à la figure II.11.

Quant au choix de la résolution spectrale, il résulte d'un compromis entre la nécessité d'accepter suffisamment de signal pour garantir une bonne sensibilité des détecteurs et celle de rester assez sélectif pour discriminer les composantes d'un canal de fréquence à l'autre. Par exemple, les détecteurs de l'instrument HFI étant de type bolométrique, ils possèdent intrinsèquement une large bande passante, ce qui participe de leur haute sensibilité. Ainsi, pour bénéficier de cet avantage tout en conservant une bonne sélectivité, la largeur de bande a été fixée à 30 % de la fréquence centrale.

Techniquement, la sélection des canaux de fréquence de PLANCK-HFI est assurée par un système de cornets placés dos-à-dos et connectés par un guide d'onde. Les largeurs de bande sont contrôlées par plusieurs séries de filtres placés devant chaque détecteur. En particulier, HFI dispose de trois séries de filtres refroidies activement à 4 K, 1.6 K et 100 mK respectivement, à mesure que celles-ci sont placées proche du bolomètre (voir figure II.12).

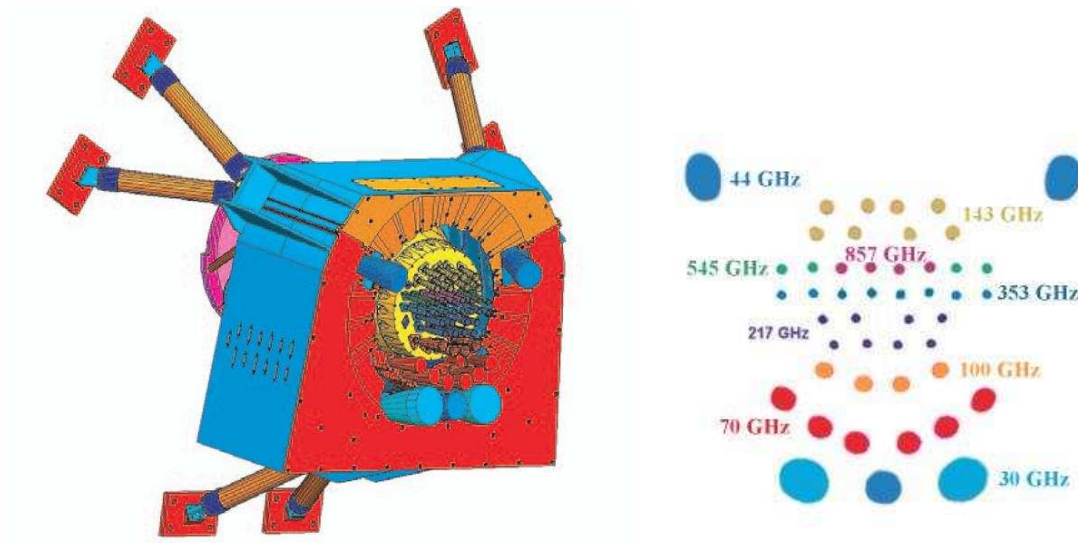


FIG. II.11: Illustrations du plan focal de PLANCK. A gauche, schéma des unités de plan focal des deux instruments : les cornets de HFI apparaissant nichés au centre du cercle formé par les cornets de LFI. Le module refroidi à 20 K, soutenant le plan focal de LFI est fixé au télescope par 3 bipodes. A droite, schéma des canaux en fréquence de PLANCK : chaque ellipse figure une coupe à mi-hauteur du lobe (voir paragraphe suivant) pour chaque détecteur.

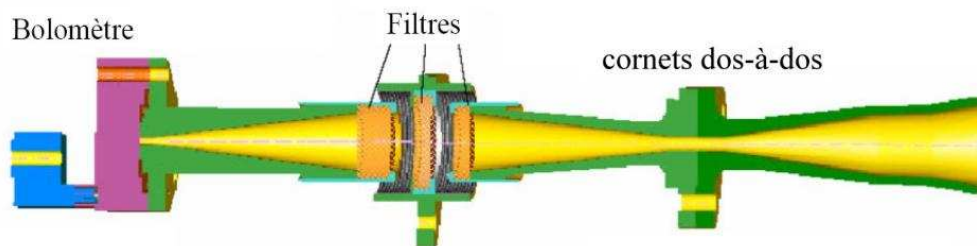


FIG. II.12: Schéma du système optique au plan focal pour un détecteur de HFI. On distingue de gauche à droite, le bolomètre logé dans son support, son cornet et une première série de filtres, le tout refroidi à 100 mK, ensuite les filtres à 1.6 K puis, refroidi à 4 K, la dernière série de filtres et les cornets dos-à-dos.

La résolution spatiale

Pour extraire l'essentiel de l'information cosmologique au sein des anisotropies de température, PLANCK doit être capable de mesurer le spectre de puissance jusqu'à des multipôles de l'ordre de 2500. Ceci requiert de pouvoir séparer des détails aussi fins que 5 minutes d'arc aux fréquences où le CMB contribue le plus, c'est-à-dire, d'atteindre une résolution angulaire deux fois meilleure que celle de WMAP. Une telle performance impose en premier lieu, d'avoir un télescope d'un diamètre $\gtrsim 1$ mètre d'ouverture. Ensuite, la configuration du télescope doit être pensée afin d'empêcher au maximum que la lumière parasite, c'est-à-dire non issue de la direction de pointage, atteigne le plan focal par réflexion sur les bords ou

les supports des miroirs. Aussi, à ces caractéristiques requises, se rajoute la nécessité de respecter les limitations en terme de poids et de taille du satellite qu'impose le lancement par Ariane V. Ainsi, afin de satisfaire à ces exigences, le satellite est muni d'un télescope de type grégorien hors-axe avec une ouverture de l'ordre de 1.5 mètres de diamètre (voir la figure II.13). En sus de limiter la lumière parasite, cette configuration présente l'avantage d'être compacte, sans occulter une partie du rayonnement. Cependant, la résolution

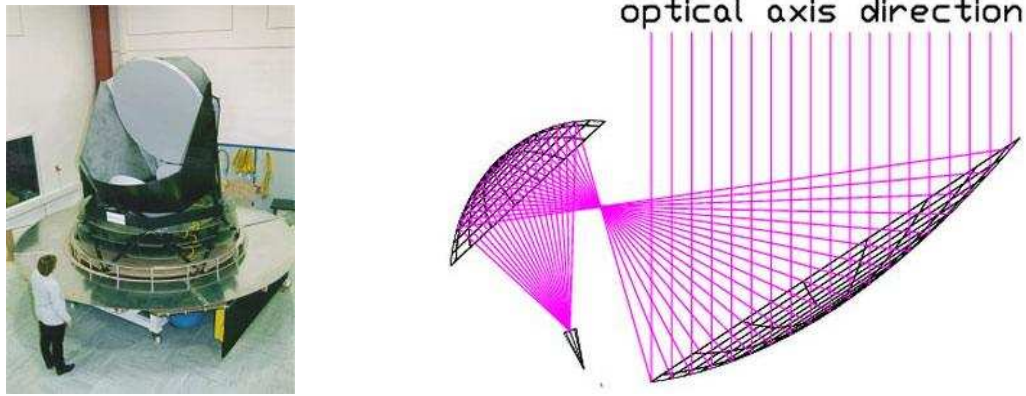


FIG. II.13: Le télescope de PLANCK comprend deux miroirs elliptiques de 1.5 x 1.9 mètres pour le primaire et 1 x 1.1 mètres pour le secondaire. A gauche, photo du modèle de qualification de PLANCK, dans les locaux de Space Alcatel à Cannes. Elle donne une idée des dimensions du télescope, que l'on aperçoit protégé par ses écrans thermiques. A droite, schéma de la configuration du télescope. Le choix d'un large miroir primaire permet de limiter la redirection vers le détecteur, de la lumière parasite – celle d'angle d'incidence ne coïncidant pas avec la direction de l'axe optique.

angulaire ne dépend pas seulement de la configuration du télescope mais aussi du couplage optique entre télescope et détecteur ; La lumière collectée par le télescope doit être propagée jusqu'au détecteur et ce, sans modification de ses propriétés – en particulier, sa polarisation. Pour PLANCK-HFI, le couplage entre télescope et bolomètres est contrôlé par les cornets d'entrée refroidis à 4K, dont la forme et l'état de surface ont été optimisés pour améliorer la symétrie axiale et la directionnalité du faisceau incident sans perturber sa polarisation (voir figure II.14).

Au final, la quantité qui nous intéresse, intégrant les effets du télescope et des cornets sur la résolution spatiale, est l'acceptance angulaire des détecteurs – la fraction de lumière effectivement détectée en fonction de sa direction d'incidence. En référence à la radio-astronomie, on appelle cette fonction le *lobe* du détecteur. Reste à déterminer les caractéristiques du lobe qui optimisent la résolution angulaire. Tout d'abord, un lobe proche d'une gaussienne constitue le meilleur compromis entre extension du lobe et taille du télescope. Ensuite à dimensions du télescope fixées, le choix de la largeur du lobe nécessite de considérer deux effets antagonistes : plus le lobe est étroit et meilleure sera la résolution angulaire, mais pour obtenir un lobe étroit, le télescope doit être largement éclairé, ce qui augmente le niveau de lumière parasite. Ainsi, c'est la recherche du compromis le plus satisfaisant entre bonne résolution angulaire et faible taux de lumière parasite qui a prévalu pour définir l'optique focale [40].

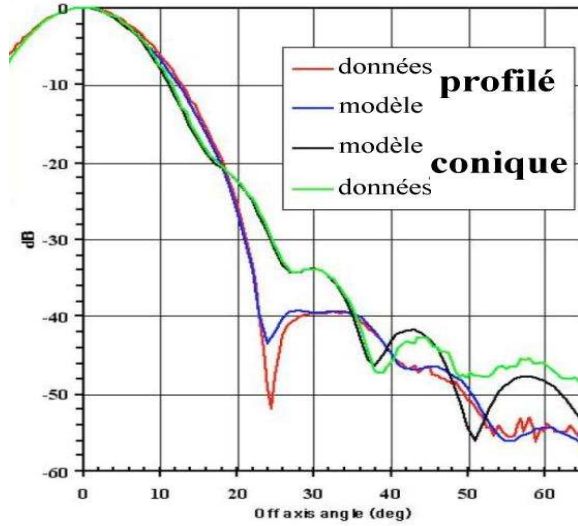
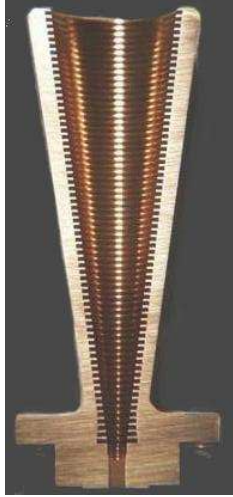


FIG. II.14: A gauche, coupe d'un cornet pourvu de corrugations. En imposant un champ électrique nul à la surface du cornet, ces structures gravées dans le métal contribuent à limiter l'asymétrie du faisceau, les lobes lointains et la polarisation non-désirable. A droite, courbes du lobe d'un détecteur pour des cornets soit conique, soit de profil plus complexe. Une structure interne du cornet adaptée permet de se rapprocher d'une forme du lobe quasi-idéale [33].

La sensibilité des détecteurs

L'objectif scientifique principal de PLANCK est de fournir une mesure du spectre de température du CMB, limitée par la variance cosmique jusqu'à des multipôles de l'ordre de 2000. Cette exigence va imposer le choix de la sensibilité que les détecteurs devront atteindre. En effet, l'erreur sur l'estimation du spectre de puissance à partir des données possède deux origines. Tout d'abord, la précision de l'estimation est limitée par le nombre fini de modes de Fourier accessibles sur la zone de ciel observée. Cette limite fondamentale est appelée variance cosmique. Ensuite, l'erreur sur la mesure du spectre dépend de caractéristiques instrumentales telles la résolution angulaire du détecteur et le niveau de bruit dans chaque pixel. Au final, on modélise l'incertitude sur l'estimation du spectre par [29] :

$$\Delta C_l = \sqrt{\frac{2}{(2l+1)\Delta l f_{sky}}} [C_l + \sigma_{pix}^2 \Omega_{pix} B_l^{-2}]$$

où σ_{pix} est le niveau de bruit dans un pixel d'angle solide Ω_{pix} , et la fonction B_l décrit l'effet de taille finie du lobe de l'instrument dans l'espace des harmoniques sphériques. Pour le lobe quasi-gaussien de PLANCK de largeur à mi-hauteur θ_B , une bonne approximation de cette fonction est donnée par $B_l = \exp(-l(l+1)\sigma_B^2/2)$, où $\sigma_B = \theta_B/\sqrt{8\ln 2}$. Le terme de variance cosmique peut être diminué en élargissant la fraction du ciel observée f_{sky} et en moyennant le spectre sur une bande de multipôles de largeur Δl choisie suffisamment faible pour ne pas biaiser la mesure. A résolution angulaire fixée et pour une couverture complète du ciel, Tegmark [56] montre que le choix optimum du terme de bruit instrumental est atteint pour $\sigma_{pix}^2 \Omega_{pix} \lesssim C_l B_l^2$ au plus grand multipôle mesuré. Le spectre de puissance calculé dans le cadre du modèle cosmologique « standard » valant $C_{2000} \sim 10^{-4} \mu K^2$, le critère de Tegmark nous donne, pour une mesure optimale de pixels de 5 arcmin^2 sur le

ciel, $\sigma_{pix} \lesssim 4 \mu K$. Une fois la stratégie de balayage de la mission définie, une telle exigence sur le niveau bruit instrumental impose le nombre et les performances des détecteurs requis. On peut le modéliser par :

$$\sigma_{pix} = g_\nu \frac{NEP}{\sqrt{t_{pix} N_{det}}} \quad (II.1)$$

où la quantité, notée NEP pour *noise equivalent power*, caractérise les performances d'un détecteur individuel : c'est le bruit du détecteur exprimé en tant que puissance du rayonnement détecté. Plus précisément, il s'agit de la puissance de rayonnement que le détecteur doit recevoir pour que le signal mesuré soit égal au bruit pour un temps d'intégration d'une demi-seconde (soit une bande passante de 1 Hz). La NEP s'exprime en W/\sqrt{Hz} . Le facteur de conversion g_ν donne l'équivalence du bruit en température du rayonnement : $g_\nu = (\partial \mathcal{B}_\nu / \partial T)^{-1}$, où \mathcal{B}_ν est la densité de flux de rayonnement incident. t_{pix} est le temps d'intégration par pixel, fixé par la stratégie d'observation. Le nombre de détecteurs dans un même canal de fréquence est noté N_{det} . Les contraintes en terme de poids et de complexité de l'instrument propres à une mission spatiale interdisent à l'heure actuelle, l'option d'un grand nombre de détecteurs pour augmenter la sensibilité. Il faudra attendre la prochaine génération d'expériences intégrant des matrices de plusieurs milliers de bolomètres pour que cette solution puisse être adoptée. Pour PLANCK, le niveau de bruit requis pour atteindre ses objectifs scientifiques, nécessite de disposer de détecteurs les plus performants possible – dont la sensibilité approche la limite fondamentale que constitue le bruit de photons¹⁰ du CMB. Un tel but a pu être envisagé dans les années 90, alors que l'astronomie submillimétrique connaissait un bond technologique basé sur le développement de bolomètres à basse température.

En effet, les bolomètres constituent la solution technologique la plus performante aux fréquences d'observation de 100 GHz à quelques THz. Ainsi, l'instrument HFI de PLANCK est de type bolométrique. Le principe de fonctionnement d'un bolomètre est particulièrement simple. Le rayonnement est focalisé sur un cristal au sein duquel il provoque une élévation de température mesurée par une thermistance. Ensuite, le cristal, couplé à un thermostat, retombe à sa température initiale. Les bolomètres sélectionnés pour PLANCK-HFI sont fabriqués au JPL (*Jet Propulsion Laboratory*) de CalTech (*California Institute of Technology*) à Pasadena (USA). Ils sont bien adaptés à une mission spatiale, puisque la surface du cristal absorbant est réduite à un fin réseau en forme de toile d'araignée (voir figure II.15), limitant de cette façon le bruit dû au flux de rayons cosmiques.

Par ailleurs, les mesures bolométriques sont essentiellement affectées par des bruits d'origine thermodynamique. Parmi ceux-ci, figure le bruit de photons dû au CMB mais aussi au rayonnement thermique de l'instrument, en particulier du télescope. Afin de réduire ce bruit, la configuration de PLANCK permet au télescope de bénéficier d'un refroidissement passif et ainsi de limiter son émissivité. Quant aux autres éléments de l'instrument susceptibles d'induire un bruit de photons, ils sont refroidis activement à des températures de l'ordre du kelvin. Ainsi, le bruit de photons global est limité par le bruit de photons du CMB aux fréquences où celui-ci domine (voir figure II.16). Ensuite, des bruits intrinsèques au bolomètre perturbent la mesure : ce sont le bruit de phonons – dû aux fluctuations d'énergie au passage des phonons le long du lien thermique reliant cristal et thermostat – et le bruit Johnson – fluctuations de tension aux bornes de la résistance. Ces bruits varient respectivement comme le carré et la racine de la température d'équilibre du bolomètre. Ainsi, on diminue la contri-

¹⁰Il s'agit d'un bruit d'origine quantique, dû à l'arrivée aléatoire des photons sur le détecteur

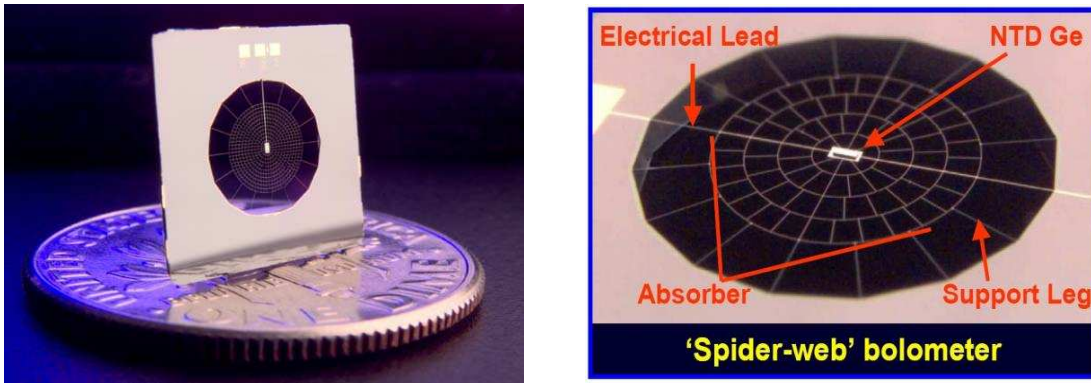


FIG. II.15: Photographies de bolomètres "toile d'araignée". Ces détecteurs, les plus performants disponibles actuellement pour une mesure millimétrique, ont été sélectionnés pour équiper PLANCK-HFI. Le réseau absorbant est obtenu par gravure d'une fine membrane ($1\ \mu\text{m}$ d'épaisseur) de nitrure de silicium (Si_3N_4). Les "fils" de la toile ont $5\ \mu\text{m}$ de largeur. Au centre de l'absorbeur est fixé la thermistance, constituée d'un cristal de germanium dopé par bombardement de neutrons (*Neutron Transmuted Detector*, NTD). Elle est polarisée à tension constante grâce au contact électrique traversant le système de part en part. Ce sont les variations de courant induites par l'élévation de température au sein de l'absorbant qui constituent le signal mesuré.

bution des bruits intrinsèques en abaissant la température du bain thermique du bolomètre jusqu'à $100\ \text{mK}$. En sus de la NEP, les performances d'un bolomètre sont caractérisées par sa constante de temps. Celle-ci doit être suffisamment courte pour assurer une bonne mesure du ciel au rythme imposé par la stratégie d'observation. Ainsi, un balayage du ciel par un faisceau de 5 minutes d'arc, à la vitesse de 6 degrés par seconde produit des fréquences supérieures à $100\ \text{Hz}$. Dans ces conditions, une mesure correcte nécessite des constantes de temps des détecteurs inférieures à $2\ \text{ms}$. Une mesure dans le domaine millimétrique impose des bolomètres de grande taille donc peu rapides. Pour atteindre les constantes de temps requises le refroidissement à $100\ \text{mK}$ s'avère nécessaire. Pour les canaux d'observation en-deça de $100\ \text{GHz}$, la technologie bolométrique devient trop contraignante, elle est supplantée par celle des radiomètres.

Ainsi, l'instrument LFI de PLANCK constitue la troisième génération de détecteurs radiométriques après ceux de COBE puis WMAP. Le principe de détection de LFI est basée sur l'amplification cohérente du rayonnement collecté par les cornets présentant des corrugations. Celle-ci est assurée par des amplificateurs à bas niveau de bruit refroidis à 20K par cryogénie, qui utilisent des transistors à haute mobilité électronique (*High-Electron-Mobility Transistor*, HEMT) en phosphide d'indium (InP). Cette technologie a déjà été validée lors de tests sur des prototypes : ils ont obtenu des performances en terme de sensibilité, encore jamais atteintes dans la gamme de fréquence de 30 à $70\ \text{GHz}$, surpassant celles requises pour les objectifs de la mission PLANCK.

En sus de la température, PLANCK se destine à réaliser une mesure haute-précision de la polarisation linéaire du CMB. Pour cela, les 22 radiomètres de LFI, ainsi que 32 parmi les 52 bolomètres de HFI sont sensibles à la polarisation. A partir du rayonnement collecté par un cornet, la polarisation peut être mesurée dans deux directions orthogonales par deux chaînes de détection indépendantes. Ensuite, à chaque paire de bolomètres, prévue pour

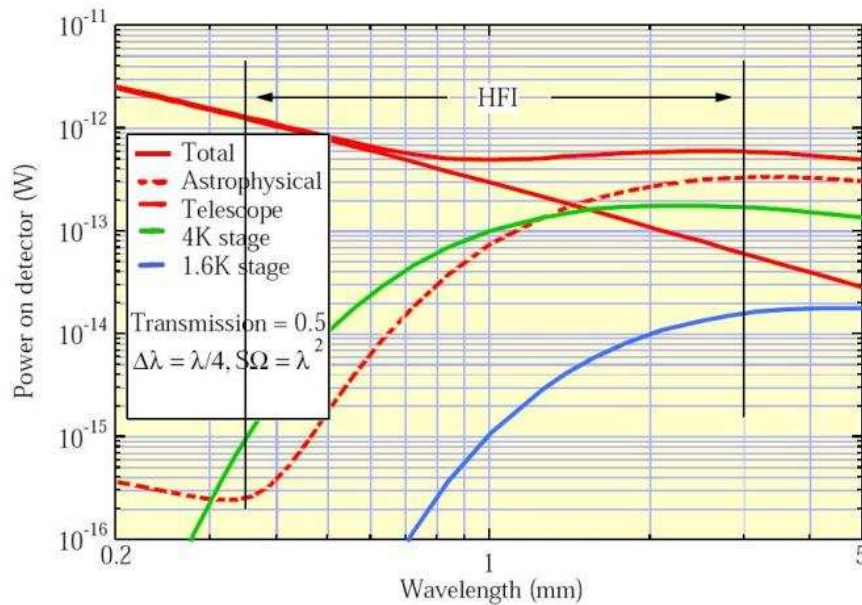


FIG. II.16: La puissance équivalente du bruit de photon en fonction de la longueur d'onde d'observation, pour les différentes sources émettrices de PLANCK-HFI : le ciel mais aussi le télescope et les éléments des étages 4 et 1.6 K. Ce graphe, adapté d'une présentation de Jean-Michel Lamarre à l'occasion de la conférence de Goutelas (2004), a été réalisé en supposant les lobes limités par la diffraction dans tous les canaux d'observation, une largeur de bande égale à 25 % de la longueur d'onde centrale et une efficacité de la chaîne de détection de 50 %. On note que le bruit de photon est dominé par la contribution du CMB dans les canaux basse fréquence de HFI (100 et 143 GHz).

mesurer la polarisation est associé une autre paire logée dans un deuxième cornet, conçue pour une mesure dans des directions tournées de 45° par rapport aux précédentes. Une telle configuration est optimale pour extraire les paramètres de Stokes I, Q et U [19], par combinaison linéaire des signaux issus de chacun des 4 polarimètres. De plus, les détecteurs partageant le même cornet sont affectés par la même lumière parasite, de sorte que cette source de bruit s'annule lorsqu'on effectue la différence des deux signaux de sortie. Pour l'instrument basse fréquence, le rayonnement incident est séparé, en sortie des cornets, en deux composantes de polarisation orthogonale, chacune d'entre elles étant ensuite dirigée vers un radiomètre (voir figure II.17). Quant à l'instrument HFI, le principe de la mesure est basé sur deux bolomètres sensibles à des directions de polarisation orthogonales, placés l'un derrière l'autre au sein d'un cornet. De tels bolomètres sont d'une conception similaire à celle précédemment décrite, à cela près que l'absorbant en "toile d'araignée" est remplacé par un réseau de fils parallèles tenant lieu de polariseur (voir figure II.18)

La chaîne de refroidissement

On a déjà évoqué l'importance que revêt le fait de diminuer au maximum la température des bolomètres mais aussi de l'ensemble de l'instrument, pour atteindre les performances requises. En effet, abaisser la température s'avère nécessaire pour au moins deux raisons.

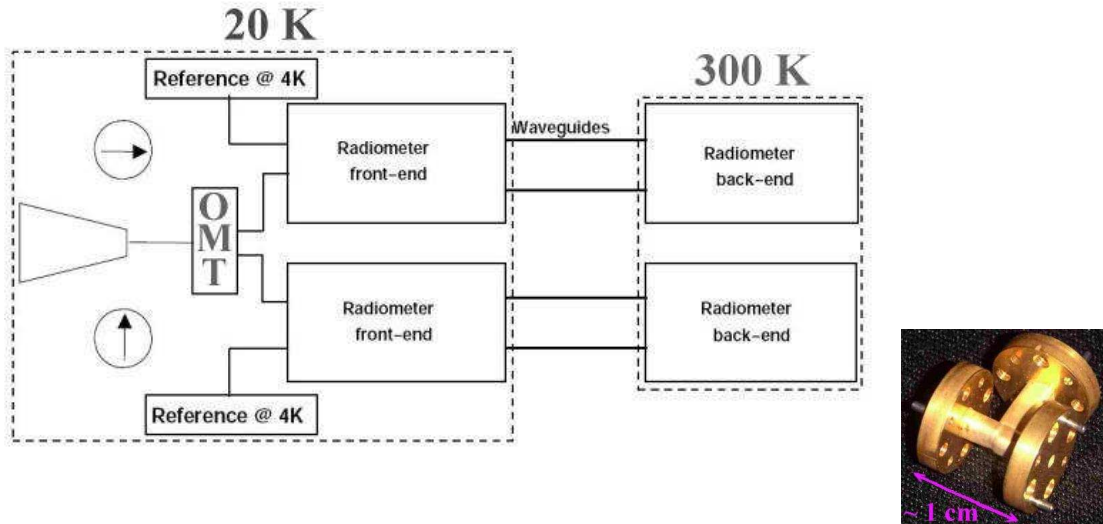


FIG. II.17: Schéma du principe d'une mesure de polarisation par LFI [37]. La lumière collectée par le cornet est séparée par un OMT (*OrthoMode Transducer*) en deux composantes de polarisation orthogonale. Chacune des composantes est dirigée vers un radiomètre où elle est combinée avec une émission de référence à 4K pour une mesure différentielle. Afin de limiter la dissipation à l'étage refroidi à 20 K, chaque radiomètre est divisé en deux sous-ensembles reliés par des guides d'onde, l'un situé au niveau du plan focal, l'autre à l'étage à 300 K. Une photo d'un OMT conçu pour une mesure à 94 GHz apparaît à droite.

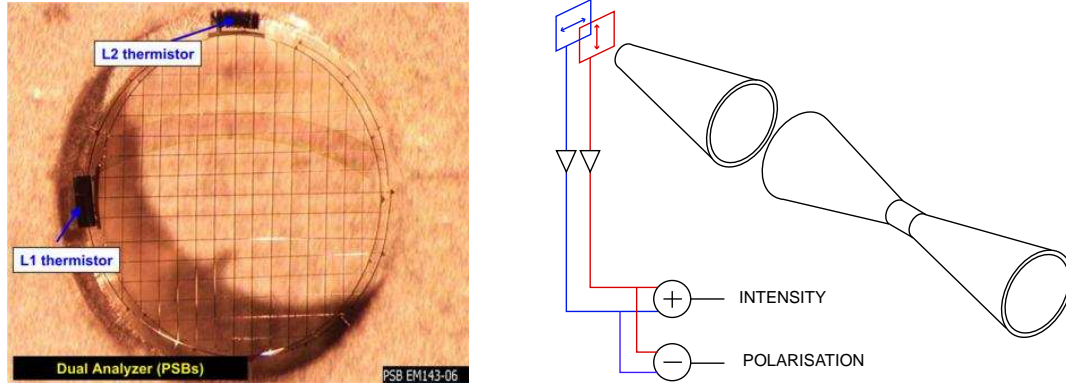


FIG. II.18: Principe des mesures de polarisation de l'instrument HFI. A gauche, une photo de deux bolomètres sensibles à la polarisation (*Polarisation sensitive Bolometer*, PSB) placés l'un derrière l'autre. Chacun des réseaux absorbants dispose d'une thermistance pour une mesure indépendante des deux composantes de polarisation. A droite, schéma de la chaîne de détection polarisée [24]. Les deux PSB partagent la même optique mais dispose d'une électronique de lecture indépendante. Ainsi, la somme des signaux en sortie des PSB constitue une mesure de la température, tandis que leur différence permet d'accéder à la polarisation linéaire du ciel.

La première est directement reliée aux exigences sur la sensibilité des détecteurs, abordées au paragraphe précédent. Ainsi, on a mentionné que pour atteindre une sensibilité

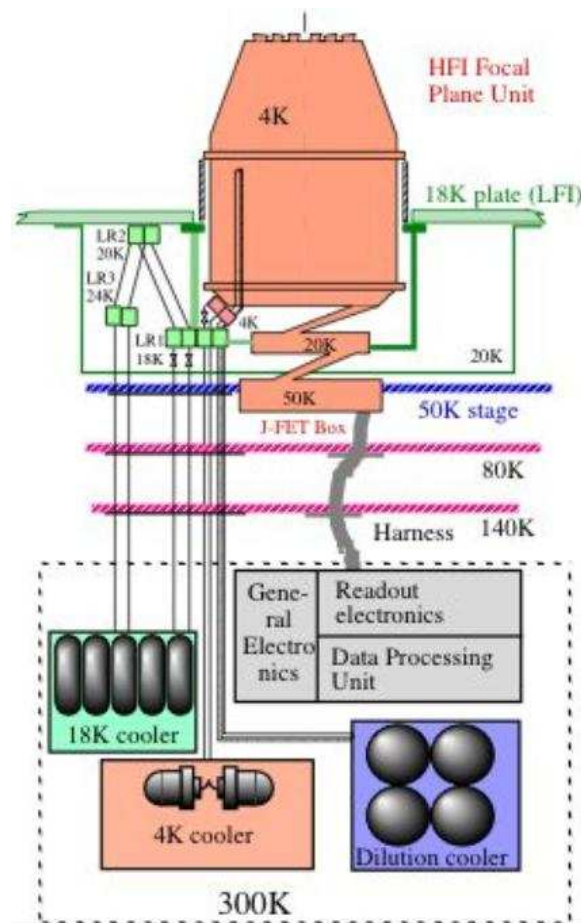


FIG. II.19: Schéma de la chaîne cryogénique de PLANCK (extrait du *Blue Book* [17]). Elle est organisée en étages successifs, de plus en plus froids de la périphérie de l'instrument vers le plan focal et ce, de manière à ce que chaque étage bénéficie au maximum du refroidissement obtenu à l'étage précédent. L'étage à 20 K accueillant les détecteurs de LFI est refroidi par un réfrigérateur à adsorption/désorption d'hydrogène, assurant également le pré-refroidissement à 18 K pour l'instrument HFI. Ensuite un second réfrigérateur, basé sur une détente Joule-Thomson, assurée cette fois par un compresseur mécanique, refroidit l'instrument HFI à 4 K. Enfin, le cœur de HFI est porté à des températures plus basses encore grâce à un réfrigérateur à dilution de ^3He dans ^4He fonctionnant en circuit ouvert (voir schéma II.20). Les réservoirs à hélium et les parties assurant la compression au sein des réfrigérateurs J-T, générateurs de chaleur et de vibrations, sont placés à l'étage de service du satellite.

uniquement limitée par le bruit de photons du CMB, dans les canaux de fréquence où celui-ci domine, il est nécessaire de réduire l'émissivité de l'ensemble de l'instrument. Pour cela, au niveau du télescope, un refroidissement passif suffit – la configuration hors-axe adoptée pour celui-ci contribuant déjà à en limiter l'émission en direction du plan focal. Ainsi, comme PLANCK se trouve situé suffisamment loin des sources d'émissions parasites que constituent la Terre et la Lune, le simple fait de « tourner le dos » au Soleil permet de refroidir le télescope à 40 K. En revanche, à mesure que les éléments de l'instrument sont situés proches du plan focal, on doit abaisser davantage leur température. Pour cela, une chaîne de cryogénie effi-

cace a été conçue, respectant de fortes contraintes en terme de stabilité de la température et par ailleurs, en terme de poids, de complexité et de robustesse inhérentes à une mission spatiale. Elle est organisée en trois étages successifs, de plus en plus froids à mesure que l'on pénètre le cœur de l'instrument où sont logés les bolomètres (voir figure II.19). Le premier étage est refroidi à 18 K par un réfrigérateur à adsorption/désorption de gaz hydrogène (H_2), construit au JPL (*Jet Propulsion Laboratory*). Son fonctionnement est basé sur le principe de la détente Joule-Thomson, laquelle n'est pas assurée par un mouvement mécanique mais par un matériau – un alliage hybride – capable d'absorber ou de rejeter l'hydrogène suivant la température à laquelle il est porté [60]. En sus de fournir un pré-refroidissement à 18 K pour HFI, cet étage accueille les détecteurs de LFI et leur assure un refroidissement à 20 K [17]. Ensuite, vient un second étage, auquel appartiennent les cornets dos-à-dos de HFI, porté à une température de 4 K grâce à un réfrigérateur Joule-Thomson à Hélium, fonctionnant en circuit fermé, et pourvu d'un compresseur mécanique. Ce réfrigérateur a été développé en Angleterre au *Rutherford Appleton Laboratory* et par l'entreprise *Matra Marconi Space* [12]. Enfin, des températures encore plus basses sont atteintes par une détente Joule-Thomson sur un mélange $^3\text{He}/^4\text{He}$.

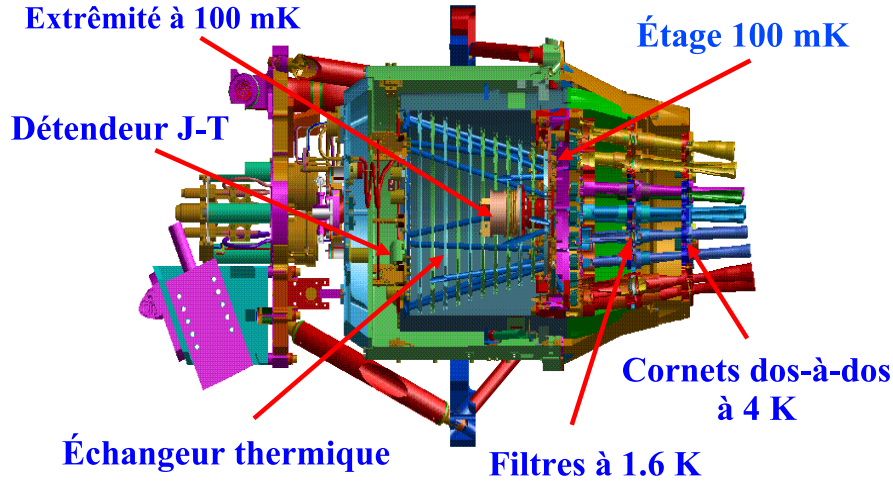


FIG. II.20: Schéma en coupe de l'instrument HFI, indiquant la température des différents éléments qui le composent, de plus en plus basse à mesure que ceux-ci sont situés proche du plan focal. Ainsi, les cornets dos-à-dos sont en contact avec l'étage 4 K ; ensuite, une série de filtres est refroidie à 1.6 K – cette température étant atteinte par détente Joule-Thomson sur le mélange isotopique d'Hélium – tandis que le cœur de HFI, où sont logés les bolomètres, est refroidi à 0.1 K par un réfrigérateur à dilution de ^3He dans ^4He . L'échange thermique se fait tout au long de tube dans lequel circule le mélange isotopique.

En effet, toujours dans l'optique de satisfaire à l'exigence que les bolomètres de HFI soient limités par le bruit de photons du CMB, leur sensibilité – caractérisée par la NEP – doit être de l'ordre de $10^{-17} \text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$ (se reporter au paragraphe précédent). Pour atteindre un tel ordre de grandeur, a priori deux options sont possibles, diminuer soit la température de fonctionnement T , soit la conductance G du bolomètre (on peut écrire $\text{NEP} = T\sqrt{4k_B G}$). Cependant, comme il a déjà été évoqué, les bolomètres millimétriques sont nécessairement de grandes tailles et donc lents, à moins de leur conférer une haute conductance thermique –

leur constante de temps est donnée par $\tau = C/G$, C étant la capacité calorifique variant en T^3 d'après la loi de Debye. Dès lors, la seule possibilité restante consiste à abaisser fortement la température au niveau des bolomètres. Plus précisément, des exigences combinées d'avoir à la fois $NEP \sim 10^{-17} W/\sqrt{Hz}$ et $\tau \sim 2 \text{ ms}$, on déduit la température des bolomètres qu'il nous faudra atteindre : elle est de 100 mK [61]. L'obtention de telles températures dans l'espace a nécessité des développements technologiques spécifiques. La solution adoptée consiste en un système de dilution de ^3He dans ^4He en circuit ouvert, développé au CRTBT (*Centre de Recherche sur les Très Basse Température*) de Grenoble [9] et construit par AirLiquide (voir schéma II.20). Pour fonctionner en apesanteur, ce dispositif original utilise la capillarité : la dilution s'effectue à l'interface de bulles de ^3He qui se forment dans le flot de ^4He lorsque se mélangent les deux isotopes acheminés chacun par tube capillaire. Un système en circuit ouvert implique de disposer de réservoirs suffisants pour chacun des isotopes He, sous peine de limiter la durée de vie de la mission. Or munir le satellite de réservoirs est peu compatible avec les fortes contraintes de poids d'une mission spatiale. Aussi, un effort d'optimisation a dû être réalisé, afin de trouver un compromis entre durée de la mission et poids embarqué. Pour cela, le système est conçu pour fonctionner efficacement avec un très faible débit des isotopes d'Helium – pour 24 mois de mission, les flux ne doivent pas dépasser $7.5 \mu\text{mol/s}$ pour ^3He et $22.5 \mu\text{mol/s}$ pour ^4He [8]. Le réfrigérateur à dilution, utilisé pour thermaliser le support accueillant les bolomètres, fournit également un refroidissement à 1.6 K des cornets, après détente J-T sur le mélange isotopique. Ce système a pu être testé avec succès avec l'expérience au sol DIABOLO, puis à bord de l'expérience ballon ARCHÉOPS [6]. Par ailleurs, une réplique grandeur nature de PLANCK, le modèle de qualification (CQM, *Cryogenic Qualification Model*), a été spécialement construite afin de mener une série de tests au sol visant à calibrer l'instrument et à en valider la technologie – en particulier la chaîne cryogénique. Ainsi, depuis l'été 2005, le CQM est placé dans un simulateur d'environnement spatial – la cuve FOCAL, *Facility for Optical Calibration at Liège* – au Centre Spatial de Liège. La température de 100 mK a pu être atteinte au niveau de l'extrémité froide du réfrigérateur tandis que le support des bolomètres a été porté à 107 mK. Ces résultats, obtenus fin septembre 2005, laisse présager un bon fonctionnement du système cryogénique de PLANCK.

II.1.4 Les limitations : effets systématiques.

Malgré une conception la plus optimisée possible, différentes sources de bruit peuvent affecter la mesure des instruments de PLANCK. Parmi les bruits introduits dans la mesure, certains surviennent de manière aléatoire – tels les fluctuations statistiques des détecteurs, de sorte qu'ils tendent à s'annuler lors des moyennages sur les mesures redondantes (par exemple, au cours du processus de fabrication de cartes à partir des données temporelles). En revanche, d'autres, corrélés dans le temps et inhérents à la conception du détecteur, engendrent des erreurs systématiques. Pour ne pas introduire de biais dans la mesure, il est essentiel d'identifier ces sources de bruit, de les contrôler pour ensuite, concevoir des outils d'analyse de données qui s'en affranchissent ou du moins les prennent en compte. Nous choisissons, à titre d'exemple, de donner une brève description de certains de ces effets, sélectionnés parmi ceux dont les conséquences sont les plus délétères pour les mesures de la polarisation.

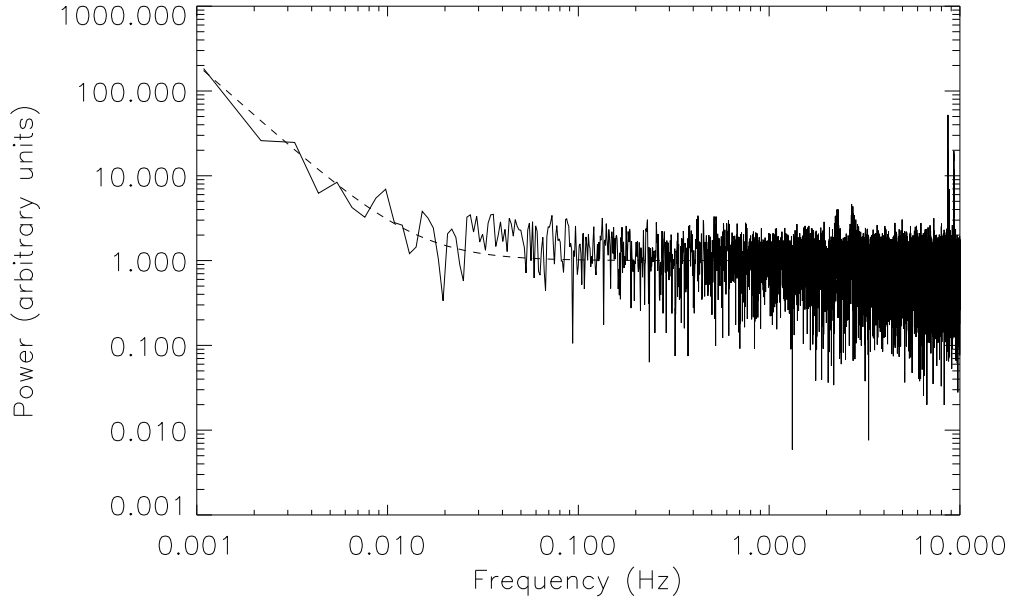


FIG. II.21: Spectre de bruit d'un bolomètre (le "K34", fabriqué à Caltech) du type de ceux sélectionnés pour PLANCK-HFI. Les mesures ont été réalisées sur le banc test SYMBOL à l'IAS (Institut d'Astrophysique Spatiale, Orsay) [42]. Le spectre mesuré est bien modélisé par une composante basse-fréquence variant en $(1/f)^\alpha$ superposée à un bruit blanc (courbe en trait interrompu) telle que $S(f) = 1 + (f_{knee}/f)^\alpha$ – pour ce spectre $\alpha = 2$ et $f_{knee} = 1.43 \cdot 10^{-2}$ Hz. La fréquence caractéristique f_{knee} est définie comme la fréquence au-delà de laquelle le bruit en $1/f$ est dominé par le bruit blanc.

Les erreurs de calibration

La première étape cruciale pour garantir la qualité de la mesure consiste à déterminer la relation entre signal en sortie des détecteurs et signal issu du ciel. Ainsi, pour chaque détecteur (bolomètres ou radiomètres), le coefficient d'étalonnage doit être mesuré le plus précisément possible. Pour les mesures de température, l'instrument peut être calibré en vol, en observant des objets astrophysiques dont l'émission est connue – tels, le dipôle ou même les anisotropies du CMB. En revanche, il n'existe pas de tels objets célestes pour calibrer les mesures de polarisation. Plus encore, le concept de mesure de la polarisation de PLANCK, basée sur une différence de signaux issus de deux détecteurs sensibles à l'intensité totale d'une composante polarisée, rend le processus de calibration plus crucial encore. En effet, si les deux détecteurs partageant le même cornet ne sont pas parfaitement intercalibrés, ils mesureront systématiquement un signal polarisé supplémentaire, proportionnel à la température du ciel. Une telle erreur peut introduire un biais dans l'extraction des spectres polarisés [51].

Les effets du lobe principal

Les distortions par rapport au lobe principal idéal, gaussien et axi-symétrique constituent une importante source d'erreurs systématiques. Les simulations électro-magnétiques de l'ensemble du système optique de PLANCK (en particulier, celle de V. Yurchenko pour HFI [63]) indiquent une forme elliptique des lobes principaux. Ainsi, les variations des lobes

d'un cornet à l'autre peuvent atteindre $\sim 10\%$, tandis que celles des lobes d'un même cornet restent inférieures à 1% . Ces distorsions s'avèrent surtout problématiques pour les mesures de polarisation, puisqu'elles résultent de la différence de signaux supposés provenir de la même zone de ciel ; Cette hypothèse n'est plus tout à fait vérifiée si les lobes des 4 détecteurs impliqués dans une mesure des paramètres de Stokes, sont différents. En l'absence de correction par des outils d'analyse de données appropriés, ces effets de lobes introduisent un biais important dans la reconstruction du spectre de puissance du mode B de polarisation [62].

Les effets des lobes lointains

Le signal mesuré par les détecteurs provient, au premier ordre, de la direction de pointage ; Cependant, une faible contribution de signal, issue de toutes les directions sur le ciel, peut également atteindre le détecteur (voir figure II.22). Pour quantifier ce phénomène pour chaque détecteur, on définit son acceptation sur toute la sphère. La contribution de direction d'incidence s'écartant notablement de la direction de visée constitue les lobes lointains. Ainsi, via les lobes lointains, une contribution de lumière parasite issue de la galaxie ou des objets du système solaire vient contaminer les observations à hautes et moyennes latitudes galactiques. Dans ces régions, intrinsèquement les plus propices à l'extraction des observables du CMB, cet effet est critique puisqu'il domine l'émission directe des avant-plans [14]. Par ailleurs, l'émission thermique du satellite, en particulier des étages les plus chauds, peut également être collectée par les lobes lointains et introduire ainsi un bruit supplémentaire.

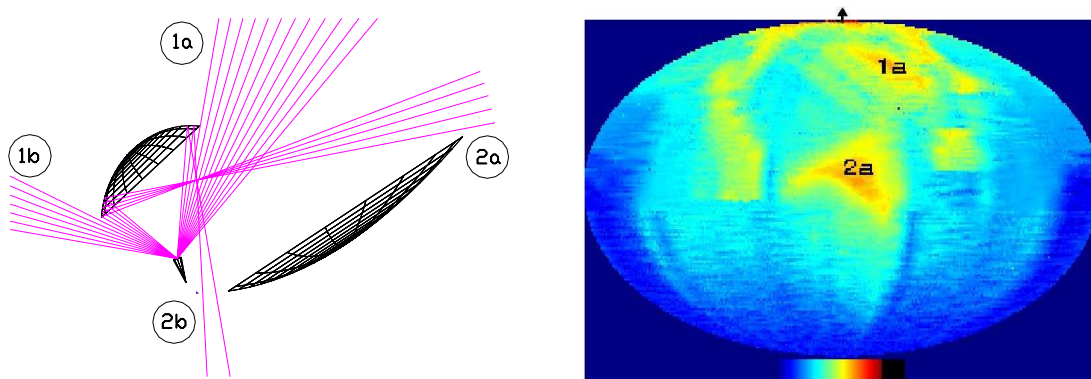


FIG. II.22: Modélisation des lobes lointains de PLANCK. A gauche, schéma du télescope montrant les principales contributions de lumière parasite qui peuvent atteindre les cornets (le cornet représenté se situe au centre du plan focal). Celles-ci proviennent directement du ciel (1) ou sont réfléchies vers le plan focal par le miroir secondaire (2). A droite, simulation du lobe d'antenne total d'un détecteur à 30 GHz. La direction du lobe principal est indiquée par la flèche, au pôle nord de la carte. L'échelle de couleur est linéaire en dB, le maximum vaut 49.36 dB. On note que les contributions les plus significatives de la figure de gauche, sont associées à des structures identifiables au sein du lobe lointain. Ces deux figures sont adaptées de Burigana et al. [14].

Les fluctuations thermiques

Les fluctuations thermiques du satellite sont responsables de maints bruits et effets systématiques, en particulier d'une augmentation du bruit basse fréquence issu des chaînes électroniques¹¹. En effet, par inertie thermique, les fluctuations de température se manifestent essentiellement sous forme de lentes dérives au sein des données temporelles. On rappelle que la stratégie d'observation adoptée permet de réduire largement la plupart des bruits : à chaque pointage de l'axe de rotation du satellite, soixante cercles coïncidents sont décrits. Le fait de combiner ces soixantes observations en un seul cercle opère un filtrage efficace des bruits (voir figure II.23). Dès lors, seuls les composantes synchrones avec la vi-

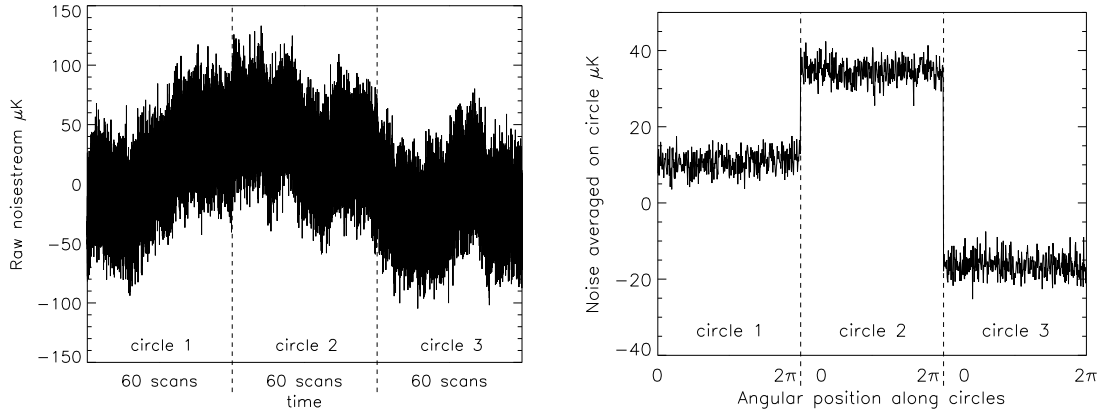


FIG. II.23: Le traitement du bruit basse fréquence. A gauche, simulation de 3 heures de données temporelles de PLANCK, correspondant à l'observation de 3 anneaux sur le ciel. Les données sont affectées de bruits aléatoires auxquels se superposent des modulations basse-fréquence. A droite, bruit le long des 3 anneaux résultant de la co-addition des données représentées à gauche. Après projection des données sur le ciel, et à condition que la fréquence (f_{knee}) reste inférieure à la fréquence de rotation du satellite (f_{spin}), le bruit résiduel est bien modélisé par une constante de valeur différente pour chaque cercle co-additionné. Ces deux figures sont tirées de Revenu et al. [49].

tesse de rotation du satellite ou ses harmoniques perdurent au sein des données. Cependant, si ces dernières ne sont pas correctement soustraites des données, elles se propagent dans les cartes sous forme de longues stries révélant la succession des cercles observés – ceux-ci étant affublés d'un décalage de valeur aléatoire, les uns par rapport aux autres. Les méthodes de fabrication de cartes – en particulier les méthode optimales¹² – sont capables de soigner ce problème, mais avec un coût élevé en temps de calcul. C'est pourquoi des outils efficaces bien que sous-optimaux, ont été développés spécifiquement pour le « déstriage » des données, aussi bien de température que de polarisation [49]. De tels algorithmes se basent sur les croisements entre cercles co-additionnés, associés à des pointages différents de l'axe de rotation, pour en extraire les niveaux de bruit résiduel (voir figure II.24).

¹¹Sur tout instrument de détection, les chaînes électroniques génèrent un bruit basse fréquence, dit en « $1/f$ », d'origine mal connue.

¹²On appelle, en général, optimale, une méthode de compression de données n'entraînant aucune perte d'information

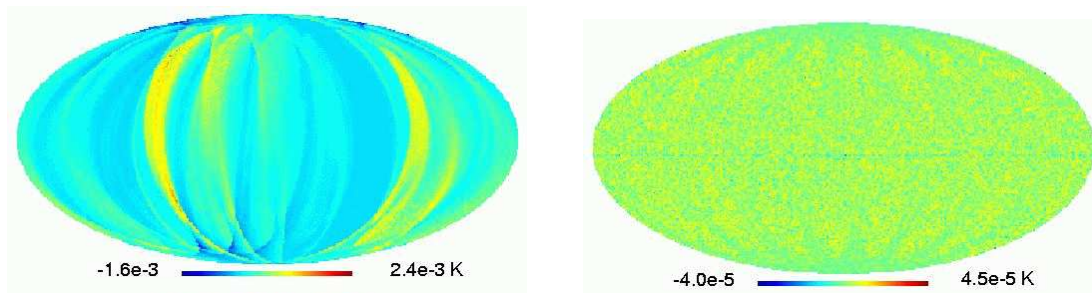


FIG. II.24: Le déstriage des cartes. Le bruit résiduel affectant chaque cercle co-additionné apparaît sous forme de stries dans les cartes fournies par PLANCK. A gauche, carte du paramètre de Stokes Q , issue d'une projection directe de simulation du signal temporel contenant des dérives basse fréquence. A droite, carte de Q résultant d'un algorithme de déstriage développé par B. Revenu [48]. A noter, le changement d'échelle de couleur entre les deux cartes.

Les bruits de l'électronique

Tout d'abord, dans le cas d'une mesure radiométrique, la composante de bruit en $1/f$ a pour origine principale les fluctuations des gains des transistors (HEMT). Ainsi, le concept de la mesure de l'instrument LFI a été essentiellement pensé pour limiter ce bruit basse fréquence. En effet, le signal issu du ciel est continuellement comparé à un signal stable à 4 K tenant lieu de référence, ce qui limite les conséquences des variations de l'amplification en début de la chaîne de détection. Ensuite, ces deux signaux sont régulièrement interchangés à un rythme rapide (quelques kHz), diminuant cette fois, l'impact des amplificateurs situés en bout de chaîne. Par ailleurs, lors du processus de réduction de données à bord du satellite, un facteur de modulation de gain (noté r) vient compenser la différence entre l'émission du corps noir de référence à 4 K et la température du ciel. Mennella et al. [38] montrent que ce facteur r doit être déterminé avec une précision meilleure que $\pm 0.2\%$ pour une réduction efficace du bruit en $1/f$ issu de l'électronique.

Ensuite, l'instrument HFI de PLANCK est également affecté par ce type de bruit de part son électronique de lecture. Mais, en sus des bruits en $1/f$, d'autres types de contaminations peuvent être engendrées au niveau de l'électronique. Ce sont par exemple, les effets de diaphonie –une chaîne électronique produisant un signal dans une chaîne voisine par induction.

Les erreurs de caractérisation de l'instrument

D'une manière générale, les écarts entre les caractéristiques supposées ou déterminées et les caractéristiques réelles de l'instrument sont susceptibles de créer des bruits systématiques. Nombre d'entre eux se traduisent en terme de déformation des lobes effectifs de l'instrument [51]. Par exemple, une erreur de détermination de la constante de temps d'une chaîne de détection aura pour conséquence d'étirer le lobe associé, le long de la ligne de balayage du ciel. Ainsi, cette erreur introduira le même type de biais, dans la reconstruction des spectres polarisés du CMB, qu'un lobe intrinsèquement elliptique. Dans le même ordre d'idée, une erreur de reconstruction du plan focal, c'est-à-dire une imprécision dans la détermination

des positions relatives des détecteurs projetées sur le ciel, induira des différences entre les lobes des détecteurs qui ne sont pas logés dans le même cornet, perturbant à leur tour, l'extraction des spectres de puissance angulaire. Ces deux derniers effets, étudiés par C. Rosset sont illustrés à la figure II.25

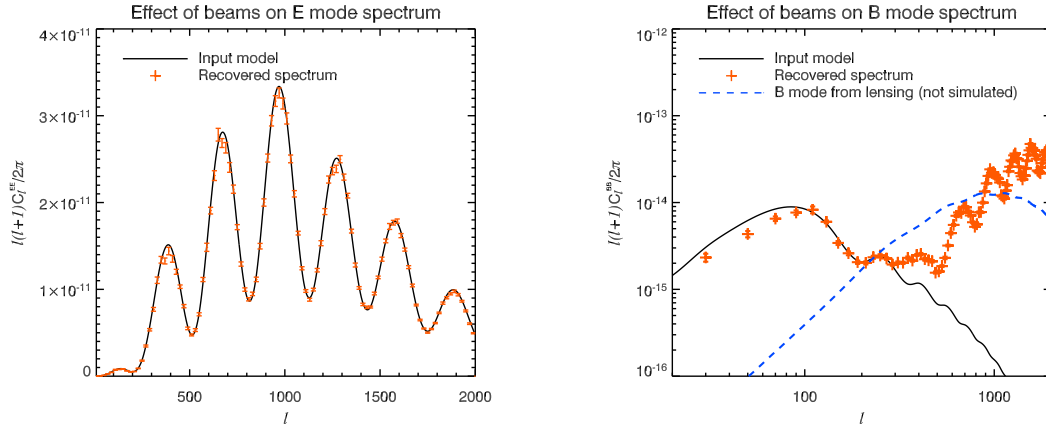


FIG. II.25:

II.1.5 Fiche technique.

Dans ce paragraphe, nous résumons les principales caractéristiques techniques de PLANCK par la donnée de quelques chiffres clef...

Performances nominales de LFI			
Fréquences centrales (GHz)	30	44	70
largeur de bande (GHz)	6	8.8	14
Nombres de détecteurs (HEMT)	2	3	6
Résolution angulaire (FWHM arcmin)	33	24	14
Sensibilité (mK Hz ^{-1/2})	0.17	0.20	0.27
Bruit par pixel, Température (σ_{pix}^T μK/K)	2.0	2.7	4.7
Bruit par pixel, Polarisation (σ_{pix}^P μK/K)	2.8	3.9	6.7

TAB. II.1: Résumé des performances de l'instrument LFI : chaque sous-système a été conçu pour atteindre ou dépasser le niveau de performances requises pour accéder aux objectifs scientifiques de PLANCK. Les deux dernières lignes du tableau, indiquent la rms du bruit par élément de résolution angulaire (soit un pixel carré, de côté égal à la largeur à mi-hauteur du lobe considéré) accessible après 14 mois de mission. Ces valeurs sont issues du *Blue Book* [17].

Pour conclure cette partie descriptive de la mission PLANCK, on a pu mesurer l'étendue et l'ambition de ses objectifs scientifiques – l'enjeu premier étant de fournir une mesure des observables du CMB d'une qualité sans précédent, ce qui permettrait d'accéder aux conditions qui prévalaient dans l'Univers très primordial et d'affiner notre connaissance de

Performances nominales de HFI						
Fréquences centrales (GHz)	100	143	217	353	545	857
largeur de bande (GHz)	33	47	72	116	180	283
Nombres de détecteurs non-polarisés	0	4	4	4	4	4
Nombres de détecteurs polarisés (PSB)	8	8	8	8	0	0
Résolution angulaire (FWHM arcmin)	9.5	7.1	5	5	5	5
Sensibilité (NET $\mu\text{K s}^{1/2}$)	50	62	91	277	1998	91 000
Bruit par pixel, Température ($\sigma_{pix}^T \mu\text{K/K}$)	2.5	2.2	4.8	14.7	147	6700
Bruit par pixel, Polarisation ($\sigma_{pix}^P \mu\text{K/K}$)	4.0	4.2	9.8	29.8	–	–

TAB. II.2: Résumé des performances de l'instrument HFI : de même que pour LFI, chaque sous-système de HFI a été conçu pour atteindre ou dépasser le niveau de performances requis. Néanmoins, même avec une sensibilité deux fois moindre que celle attendue, les objectifs scientifiques principaux de PLANCK pourront encore être remplis. Les deux dernières lignes du tableau, indiquent la rms du bruit par élément de résolution angulaire susceptible d'être atteinte après 14 mois de mission

l'histoire de son évolution. Pour cela, la conception des instruments embarqués a été pensée et optimisée afin d'atteindre le haut niveau de performance que requiert la mesure, mais aussi de manière à s'affranchir le plus possible des effets systématiques et à assurer un bon contrôle des bruits de toutes origines. Cependant, en sus de l'effort technologique, le développement de méthodes d'analyse de données performantes et optimisées s'avère nécessaire pour garantir des données scientifiquement exploitables de haute qualité. Une telle optimisation n'est possible qu'à condition de disposer de simulations suffisamment fidèles au signal que fournira PLANCK. Ainsi, la création d'une chaîne de simulation, la plus complète possible, incluant toutes sources de bruits susceptibles de contaminer le signal cosmologique, est dévolue au groupe « simulation » de la collaboration PLANCK, sous la responsabilité du MPA (*Max Planck Institut für Astrophysik*) de Garching [47]. Mais, avant la phase de test des performances d'une méthode de traitement de données, il est souhaitable, alors que l'on développe la méthode, de disposer d'un outil de simulation moins raffiné, mais plus rapide, plus facile à manipuler. Fournir un tel outil à l'équipe en charge de la mise au point des méthodes d'analyse, constitue l'objet de mon travail tel qu'il est décrit au chapitre suivant.

II.2 Simulation rapide de l'expérience PLANCK

D'une manière générale, lors des premières étapes de développement d'une méthode d'analyse de données, une chaîne de simulations suffisamment évoluée pour reproduire la forme – même dans un cas très idéalisé – des données à analyser, s'avère nécessaire. De plus, le choix des paramètres et hypothèses d'une telle chaîne de simulations doit être parfaitement accessible, contrôlable et modifiable afin de tester efficacement la méthode. Aussi, la simulation doit être suffisamment rapide pour permettre d'effectuer des tests dans de nombreux cas de figure et ce, dans un temps raisonnable. On peut encore demander à l'outil qu'il fournisse les simulations sous forme de fichiers dans un format standard pour la méthode d'analyse, ce qui évite de multiplier les opérations de mise en forme des données.

Ensuite, pour les derniers tests et l'optimisation de la méthode, un tel outil n'est plus suffisant. Une chaîne de simulations complète, la plus réaliste possible, englobant toutes les contributions susceptibles de venir masquer le signal, devient nécessaire afin de valider la méthode.

Au moment où est né le projet de simulateur rapide de données de PLANCK-HFI, s'il existait une équipe, au sein de la collaboration, dont l'objectif était de fournir une chaîne de simulations réalistes très complète [47] [46], il incombait à chaque développeur de méthodes d'analyse de se doter de sa propre simulation simplifiée. Plus encore, le mode de fonctionnement adopté par la collaboration PLANCK était celui du « serveur de simulation » – c'est-à-dire que pour les tests des méthodes d'analyse, il revenait à chacun de demander la simulation appropriée auprès de l'équipe compétente – celle-ci se chargeant de la produire afin de répondre au mieux à ses besoins. Une telle méthode s'est rapidement avérée inadaptée – son inconvénient majeur, en sus d'engendrer des délais inévitables, réside dans le fait que l'utilisateur de la simulation ignore les détails des choix qui ont prévalu à sa production, ce qui lui laisse une incertitude sur ce qui a été exactement simulé. Récemment, pour pallier à ce problème, le projet s'est développé au sein du groupe d'analyse des données de HFI, d'acquérir la maîtrise de la chaîne de simulation, afin que chacun apprenne à l'utiliser à sa convenance [43]. Il n'en reste pas moins le besoin de disposer de simulations rapides et maniables – ce qui fait que le simulateur que nous présentons dans ce qui suit, garde tout son intérêt et son actualité.

Ainsi, nous explicitons les caractéristiques requises de l'outil de simulation qui ont guidé sa conception, avant de le décrire en détail pour ensuite en donner un exemple d'application.

II.2.1 Le « cahier des charges »

En se basant sur l'utilisation auquel on le destine – la génération rapide de signal mimant de façon idéalisée, celui de PLANCK-HFI, afin de faciliter le développement de méthodes d'analyse des données – on identifie les caractéristiques que doit présenter le simulateur, ainsi que les résultats qu'il doit pouvoir fournir.

Tout d'abord, les méthodes d'analyse des données de PLANCK-HFI tendent toutes vers un même objectif, celui d'extraire l'information cosmologique du signal brut issu de l'instrument. Ainsi, pour tester ces méthodes sur des simulations, celles-ci doivent contenir une telle information. La première étape de notre chaîne de simulation consiste donc à **reproduire les observables du CMB**. Il peut être également intéressant de laisser la possibilité d'un ajout ultérieur de composantes d'émission astrophysique, afin de tester la robustesse des méthodes en présence de ces sources de bruit.

Ensuite, la structure, l'organisation du signal simulé doit être proche du signal résultant de l'observation du ciel par PLANCK. Ceci impose de disposer d'un module de **simulation de la stratégie de balayage** du satellite. Là encore, la démarche à adopter consiste à simuler un balayage du ciel idéalisé, tout en offrant la possibilité d'introduire des effets d'erreur de pointage du satellite, dans l'optique d'une étude des conséquences de tels effets systématiques.

Dernier pré-requis minimal pour un simulateur de PLANCK-HFI, les simulations doivent intégrer les caractéristiques principales de l'instrument – telles la résolution des bolomètres,

leur nombre par canaux de fréquence d'observation, l'orientation des polarimètres, etc. Pour cela, **un accès automatique aux paramètres de HFI**, décrivant sa conception, doit être prévu dans la chaîne de simulation. Cependant, comme pour les points précédents, le simulateur doit préserver la possibilité de s'écarter des caractéristiques nominales de HFI. En particulier, il s'avère souhaitable de pouvoir dégrader la résolution des détecteurs pour des tests simples et rapides des méthodes d'analyse.

A partir de ces quelques exigences simples commence à se dessiner la structure du simulateur ; celui-ci devra comprendre au moins deux volets indépendants, l'un chargé de la simulation d'un ciel contenant, au minimum, l'information cosmologique – il devra ainsi assurer le passage des paramètres cosmologiques aux observables du CMB – et l'autre, destiné à reproduire une observation de ce ciel telle que le fournirait PLANCK-HFI. Aussi, l'organisation du simulateur devra être la plus **modulaire** possible – structure qui présente l'avantage d'être aisément complexifiable. En effet, afin d'étendre les utilisations possibles du simulateur, on doit penser sa conception de manière à faciliter les ajouts de modules simulant des sources de bruit ou d'erreurs systématiques supplémentaires. Par exemple, la chaîne de simulations idéalisées pourrait accueillir un module de simulation de lobes non-gaussiens, de bruits thermiques, etc. afin d'évaluer les conséquences d'un effet systématique donné sur les méthodes d'analyse et ce, sans avoir à reconstruire l'ensemble de la chaîne de simulation.

En sus de cette contrainte structurelle, le simulateur devra encore vérifier deux propriétés générales. Tout d'abord, il doit être suffisamment **rapide** pour fournir un grand nombre de réalisations du signal simulé et ce, en un temps non rédhibitoire, afin de permettre une évaluation du bruit des méthodes d'analyse testées. Ensuite, il doit être adapté au format de données **standard** de la chaîne d'analyse de PLANCK-HFI.

En conclusion, nous avons dégagé une stratégie pour la conception de notre simulateur : elle consiste à adopter systématiquement les hypothèses minimales, celles qui permettent de simuler le signal de PLANCK-HFI par les méthodes les plus simples et rapides – quitte à fournir une simulation très idéalisée – mais tout en organisant la structure de manière à faciliter l'insertion a-posteriori de raffinements. Par ailleurs, il ne s'agit pas de ré-écrire ce qui existe déjà. Au contraire, l'objectif est d'insérer dans la chaîne de simulation, le maximum de modules développés au sein de la collaboration et d'en proposer une utilisation simple, en limitant le nombre de leurs paramètres. Dans la suite, nous décrivons la mise en œuvre du simulateur.

II.2.2 Une description détaillée

Le simulateur de PLANCK, qui a gardé le nom encourageant choisi à l'origine, ESPOIR, a en charge à la fois de fournir une simulation épurée du ciel micro-onde – c'est-à-dire contenant le signal CMB auquel il est possible d'ajouter un dipôle – puis de donner une observation de ce ciel sous une forme mimant le signal temporel issu de HFI et ce, dans un cas très idéalisé où la seule source de bruit possible consiste en un bruit blanc gaussien. Pour répondre aux exigences de rapidité et surtout de modularité de l'outil, nous avons choisi de le développer entièrement en C++. Ensuite, tous les mouvements de données sont effectués via PIOLib¹³ (*Planck Input Output Library*), c'est-à-dire avec les outils de la librairie

¹³Une présentation générale, écrit par J.-M. Delouis, de la « philosophie » et de l'organisation de PIOLib est disponible à l'adresse http://www.planck.fr/Piodoc/PIOLib_Overview_V1.0.pdf

de gestion des entrées/sorties développée spécifiquement pour le groupe d'analyse des données de PLANCK-HFI. Enfin, pour faciliter l'utilisation du simulateur, nous avons regroupé tous les paramètres caractérisant le signal temporel qu'il fournira en sortie, dans un fichier unique. De cette façon, l'appel aux modules réalisant les différentes étapes de la simulation devient totalement transparent à l'utilisateur. Quant aux paramètres décrivant l'instrument, ils sont automatiquement lus par ESPOIR dans l'IMo (*Instrument Model*), vaste base de données contenant les fonctionnalités et les paramètres caractérisant les performances de HFI. Après ces quelques aspects généraux de ESPOIR, nous décrivons plus en détail les étapes qui constituent la chaîne de simulations.

La simulation du ciel

La première étape consiste à simuler des cartes de température et de polarisation du CMB à partir d'un modèle cosmologique. Pour le choix de ce dernier, nous nous référons au modèle « standard », dégagé à partir des résultats combinés des meilleures expériences de cosmologie observationnelle, tel qu'il est décrit dans [55]. Si les paramètres cosmologiques caractérisant ce modèle de référence restent en général modifiables par l'utilisateur, le type de modèle est pré-établi : il s'agit d'un modèle Λ -CDM, à quatre dimensions d'espace-temps et avec des conditions initiales des perturbations purement adiabatiques – les modèles plus « exotiques » étant exclus du simulateur.

Ensuite, lorsque le choix du modèle est arrêté, il s'agit de calculer les propriétés statistiques des fluctuations de température et de la polarisation du CMB. Le principe du calcul est de faire évoluer linéairement les perturbations de densité primordiales, déterminées par les paramètres cosmologiques, jusqu'à la surface de dernière diffusion, puis de propager les photons de leur dernière diffusion jusqu'à nous. Pour réaliser ce calcul, nous avons choisi d'utiliser le code public CMBFast¹⁴ créé par U. Seljak et M. Zaldarriaga [52]. Celui-ci fournit les quatre spectres de puissance du CMB sous la forme suivante :

$$D_l^{XX} = \frac{l(l+1)}{2\pi T_{CMB}^2} C_l^{XX}$$

où $X \in \{T, E, B\}$ et $T_{CMB} = 2.726$ K. On donne un exemple de spectres de puissance calculés par le code CMBFast à la figure II.26.

A partir des spectres, il suffit de tirer aléatoirement une réalisation de la température du CMB et de sa polarisation. Là encore, pour ce faire, nous avons recours à un code public, SynFast¹⁵, réalisant la synthèse rapide de cartes des observables du CMB. Les cartes fournies sont alors pixellisées suivant la méthode HEALpix¹⁶ (*Hierarchical Equal Area isoLatitude Pixelization*), particulièrement adaptée à l'analyse des cartes haute résolution de PLANCK. Dès lors, on dispose de cartes des paramètres de Stokes $\{I, Q, U\}$ du CMB, définis dans le repère de coordonnées sphériques $(\vec{e}_\theta, \vec{e}_\phi)$ tels que \vec{e}_θ est tangent au méridien local orienté du Nord au Sud et \vec{e}_ϕ tangent au parallèle local, orienté d'Ouest en Est (voir la figure II.27).

¹⁴Le code est disponible à l'adresse [http : // www.cmbfast.org /](http://www.cmbfast.org/)

¹⁵Une documentation détaillée du code est disponible à l'adresse [http : // healpix.jpl.nasa.gov / html / facilitiesnode11.html](http://healpix.jpl.nasa.gov/html/facilitiesnode11.html)

¹⁶Dans ce schéma de pixellisation, la sphère est divisée en régions couvrant des surfaces égales et dont les barycentres sont alignés sur des cercles isolatitudes. Ces deux caractéristiques facilitent les allers-retours entre espace réel et espace des harmoniques sphériques.

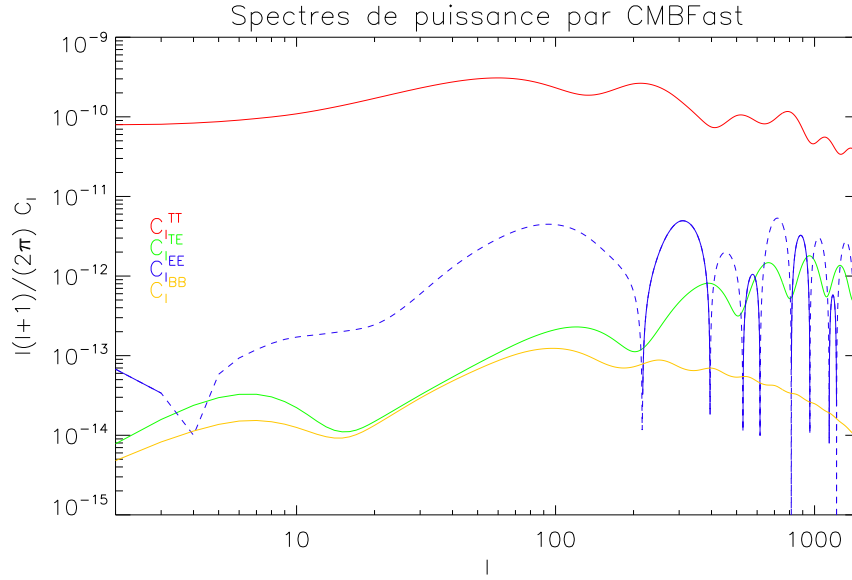


FIG. II.26: Spectres de puissance des observables du CMB calculés par le code CMBFast [64]. De haut en bas, figurent le spectre de température (en rouge), celui de la corrélation entre température et mode E de polarisation (en bleu, la valeur absolue des portions négatives du spectre apparaissant en trait interrompu) et les spectres des modes E (en vert) et B (en orange). Pour ce calcul, le code prend également en compte à la fois l'effet de lentille sur le CMB par les perturbations *linéaires* de densité et l'effet d'une réionisation précoce, caractérisée par une profondeur optique $\tau = 0.17$, telle que le suggèrent les résultats de WMAP [31]. Par ailleurs, le rapport tenseur sur scalaire a été choisi arbitrairement grand ($T/S = 0.7$), de sorte que le spectre des modes B est presque du même ordre de grandeur que celui des modes E. Les autres paramètres cosmologiques ont été fixés suivant le modèle Λ -CDM, extrait de l'ajustement des résultats de « WMAP+ACBAR+CBI+2dFGRS+Ly α », tel qu'il est décrit dans Spergel et al. [55].

Les conventions adoptées pour la mesure des paramètres de Stokes et les choix de repère de coordonnées constituent les principales sources d'erreur lors des manipulations de cartes du CMB. Nous leur accorderons une attention particulière pour toute la description de la chaîne de simulation. Ici, les paramètres de Stokes issus de SynFast ont été définis en cohérence avec le formalisme adopté par U. Seljak et M. Zaldarriaga pour la définition des spectres de puissance issus de CMBFast [64]. On les explicite par :

$$\begin{aligned}
 I(\hat{n}) &= \sum_{lm} a_{lm}^T Y_l^m(\hat{n}) \\
 Q(\hat{n}) &= - \sum_{lm} a_{lm}^E X_{lm}^{(1)}(\hat{n}) + i a_{lm}^B X_{lm}^{(2)}(\hat{n}) \\
 U(\hat{n}) &= - \sum_{lm} a_{lm}^B X_{lm}^{(1)}(\hat{n}) - i a_{lm}^E X_{lm}^{(2)}(\hat{n})
 \end{aligned} \tag{II.2}$$

où ont été introduites les fonctions $X_{lm}^{(1)} = ({}_2Y_l^m + {}_{-2}Y_l^m)/2$ et $X_{lm}^{(2)} = ({}_2Y_l^m - {}_{-2}Y_l^m)/2$, dépendant des harmoniques sphériques de spin 2 ${}_2Y_l^m$ et ${}_{-2}Y_l^m$. Les conventions adoptées

pour les outils de la librairie HEALPix, notamment le code SynFast, sont résumées dans le document *HEALPix Primer* [27].

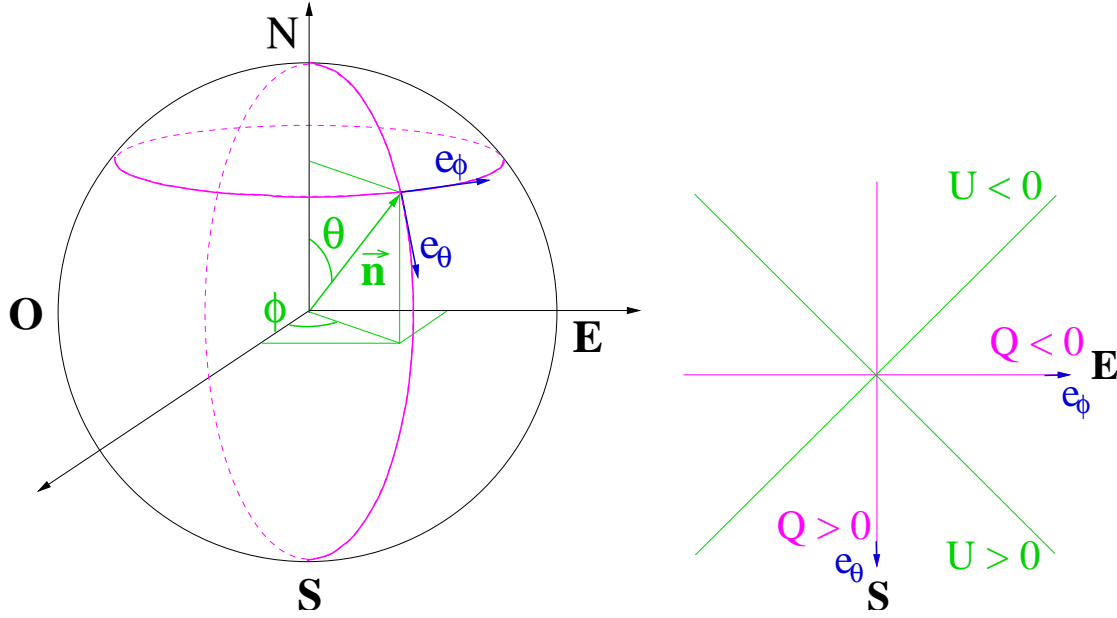


FIG. II.27: Les conventions adoptées par la librairie HEALPix pour la représentation des paramètres de Stokes. On note que ces conventions sont les mêmes que celles suivies par la mission PLANCK (voir le PPDD : *Planck Parameter Definition Document* [2]). À gauche, le repère des coordonnées sphériques. Ce schéma montre la façon dont sont repérés les points dans une direction de pointage donnée \hat{n} . À droite, le signe des paramètres de Stokes Q et U mesurés dans le plan tangent formé par (e_θ, e_ϕ) .

Par ailleurs, la résolution des cartes est choisie par l'utilisateur de ESPOIR par la donnée du paramètre « n_{side} » – le nombre de divisions réalisées sur les douze pixels de base de HEALPix – tels que chaque pixel sous-tend un angle solide $\Omega_{\text{pix}} = 4\pi/(12n_{\text{side}}^2)$.

En sus de la température des anisotropies du CMB et de sa polarisation, il est possible d'ajouter un dipôle, aux simulations du ciel. L'amplitude et la direction choisies sont celles mesurées à partir de la première année de résultats de WMAP [5] ; elles valent respectivement 3.346 ± 0.017 mK et $(l, b) = (263.85^\circ \pm 0.1^\circ, 48.25^\circ \pm 0.04^\circ)$, où l et b sont la longitude et la latitude galactiques. Ces paramètres peuvent être modifiés par l'utilisateur à sa guise.

À l'issu de cette première partie de la simulation, on a obtenu des cartes des paramètres de Stokes du CMB, dont on a choisi la résolution et qui contiennent éventuellement le dipôle (voir un exemple à la figure II.28). Ces cartes sont stockées dans une base de données PIOLib, de manière à rester accessibles à l'utilisateur. De plus, elles restent associées aux spectres de puissance qui ont servi à leur création ainsi qu'à l'ensemble des paramètres cosmologiques les caractérisant, conservés à part, de façon également accessible mais dans un format plus conventionnel¹⁷. De cette façon, avant chaque nouvelle simulation de cartes, ESPOIR parcourt préalablement la base de données afin de s'assurer qu'aucune carte correspondant à

¹⁷Les spectres restent disponibles à l'utilisateur sous forme de fichiers au format FITS *Flexible Image Transport System*

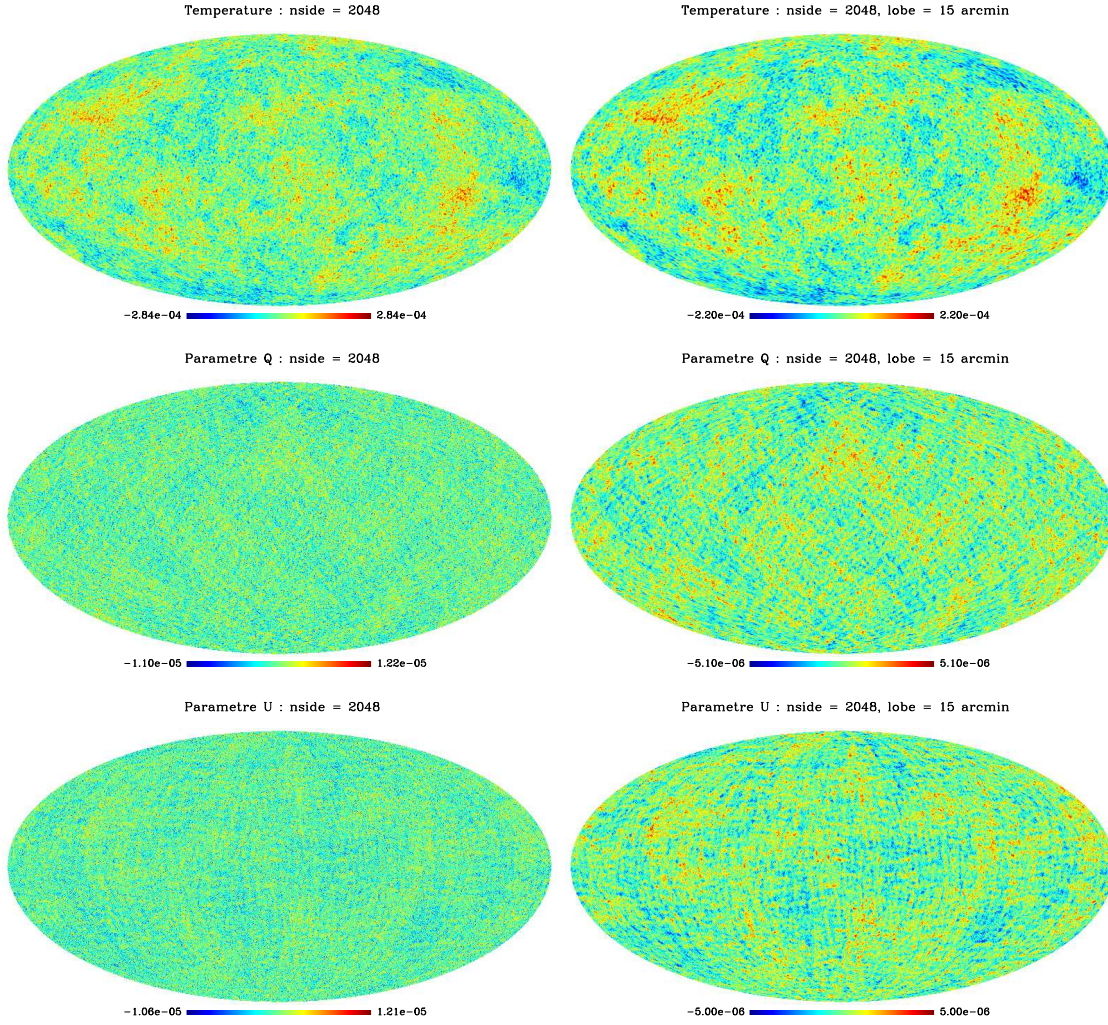


FIG. II.28: Exemples de cartes des paramètres de Stokes fournies par ESPOIR. Ce sont des projections *Mollweide* – type de projections proposé par l’Allemand Karl Mollweide en 1805 – de l’ensemble du ciel. Elles ont été réalisées à partir des spectres de puissance illustrés à la figure II.26, en utilisant le code SynFast (voir le texte). Elles contiennent plus de 50 millions de pixels d’angle solide d’environ 3 minutes d’arc carrées sur le ciel – le paramètre de résolution de HEALPix a été fixé à $n_{side} = 2048$. Par ailleurs, les cartes de la colonne de droite sont convoluées à un lobe gaussien de largeur à mi-hauteur de 15 minutes d’arc. Dans chaque colonne, figurent de haut en bas, les paramètres I, Q et U du CMB.

la nouvelle requête ne pré-existe. Pour cela, il compare les paramètres caractérisant la carte mais aussi l’ensemble des paramètres cosmologiques définissant l’information cosmologique qu’elle contient. Si une carte de même résolution angulaire contenant la même information est trouvée dans la base de données, le code ne lance pas une nouvelle simulation. Cette fonctionnalité participe de deux caractéristiques exigées du code de simulation : tout d’abord, celle d’assurer à l’utilisateur une parfaite connaissance des objets simulés – ici, il a accès aux spectres de puissances associés aux cartes – et ensuite, celle de rapidité – ce qui existe déjà est réutilisé.

La seconde partie de la chaîne de simulation traite du volet détection : il s'agit de simuler la mesure par PLANCK du ciel virtuel que constituent les cartes obtenues.

La simulation de la détection

La deuxième étape de la simulation consiste en la création d'un « détecteur virtuel », capable d'assurer le passage des cartes du ciel simulées au signal temporel de chacun des bolomètres de PLANCK-HFI. Ce module détecteur, de conception très idéalisée, comprend trois sous-ensembles : un pré-observateur des cartes du ciel, adaptant les cartes à la résolution angulaire du détecteur considéré, un simulateur du pointage du satellite et un lecteur des cartes pré-observées, fournissant des simulations de signaux temporels.

Tout d'abord, le pré-observateur réalise la convolution des cartes des paramètres de Stokes simulées avec un lobe gaussien, dont le seul paramètre modifiable est sa largeur à mi-hauteur. Pour fixer celle-ci, l'utilisateur peut soit entrer directement sa valeur, soit sélectionner un des bolomètres de PLANCK-HFI – dans ce cas, le code se charge de lire la valeur de la taille de lobe qui lui est associée dans l'IMo (*Instrument Model*). Toujours suivant la prescription d'utiliser au maximum les codes existants, ESPOIR fait appel à un deuxième outil de la librairie HEALPix, *Smoothing*, pour assurer cette convolution. Ce dernier effectue d'abord la décomposition en harmoniques sphériques de la carte considérée ; la convolution de cette carte par le lobe dans l'espace réel, se ramène alors dans l'espace des harmoniques, à la multiplication de ses coefficients de Fourier par la fonction « fenêtre » du lobe. Enfin, une nouvelle carte est synthétisée à partir des nouveaux coefficients de Fourier ainsi obtenus. Les cartes des paramètres de Stokes « pré-observés » $\{\tilde{I}, \tilde{Q}, \tilde{U}\}$, s'écrivent alors :

$$\begin{aligned}\tilde{I}(\hat{n}) &= \sum_{lm} W_l^T a_{lm}^T Y_l^m(\hat{n}) \\ \tilde{Q}(\hat{n}) &= - \sum_{lm} W_l^P \left(a_{lm}^E X_{lm}^{(1)}(\hat{n}) + i a_{lm}^B X_{lm}^{(2)}(\hat{n}) \right) \\ \tilde{U}(\hat{n}) &= - \sum_{lm} W_l^P \left(a_{lm}^B X_{lm}^{(1)}(\hat{n}) - i a_{lm}^E X_{lm}^{(2)}(\hat{n}) \right)\end{aligned}\tag{II.3}$$

où les a_{lm}^X , $X \in \{T, E, B\}$, sont les coefficients de Fourier des paramètres de Stokes, tels qu'ils apparaissent eq. (II.2), tandis que W_l^T et W_l^P sont les fonctions « fenêtre » des lobes en température et en polarisation respectivement. Dans le cas de lobes gaussiens, Challinor et al. [15] donnent une bonne approximation de ces dernières sous la forme :

$$\begin{aligned}W_l^T &\sim 2\pi\sigma_B^2 \exp[-l(l+1)\sigma_B^2/2] \\ W_l^P &\sim 2\pi\sigma_B^2 \exp[-[l(l+1) - 4]\sigma_B^2/2]\end{aligned}\tag{II.4}$$

où σ_B est relié à la largeur à mi-hauteur du lobe par $\sigma_B = \theta_{FWHM}/2\sqrt{2\ln 2}$.

Ensuite, intervient la simulation du pointage de PLANCK, suivant la stratégie de balayage du ciel décrite dans la première partie de ce chapitre. Il s'agit de fournir les angles sur le ciel définissant la direction de pointage du satellite à chaque instant. Un module très complet, appelé *simmission*, a été développé dans ce but par l'équipe simulation de PLANCK – en particulier par F. van Leeuwen et D. Mortlock [16] [59]. En sus de pouvoir fournir une

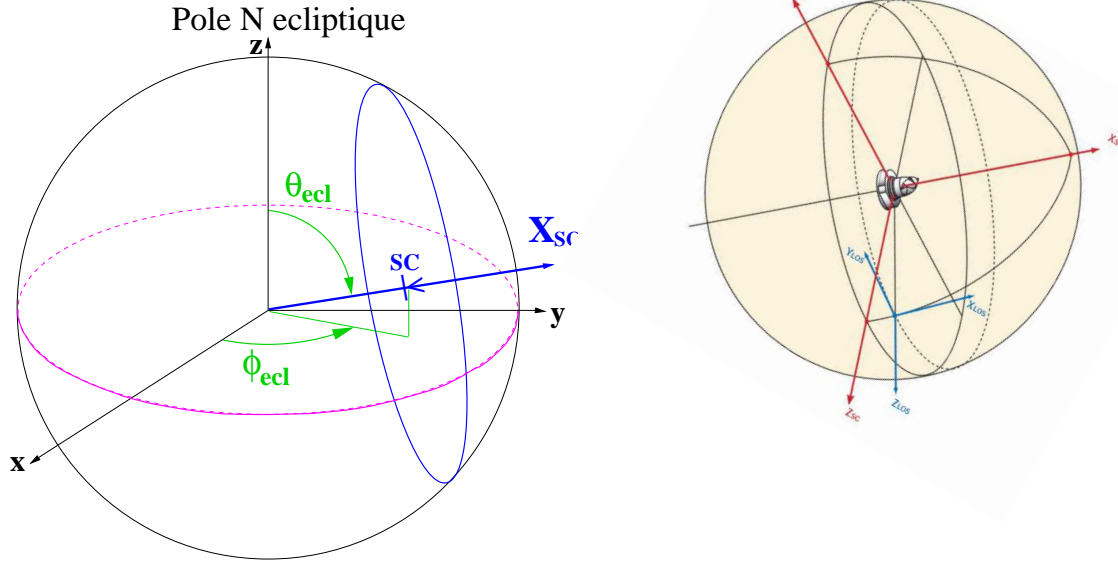


FIG. II.29: Le repérage de la position et l'orientation du satellite. A gauche, les coordonnées écliptiques (θ_{ecl} et ϕ_{ecl}) données par *simmission* pour caractériser l'orientation de l'axe de rotation nominale de PLANCK. Cet axe correspond à l'axe des X dans le repère de référence du satellite (*SpaceCraft reference frame*, SC). Ce repère est schématisé sur la figure de droite, extraite du PPDD (*Planck Parameter Definition Document*) [2]. Son centre O_{SC} est localisé dans le plan de symétrie du satellite, au centre de la base circulaire de celui-ci. Quant à ses axes, ils sont reliés à la structure mécanique du satellite, tel que X_{SC} coïncide avec l'axe de rotation nominal, Z_{SC} est situé dans le plan de symétrie perpendiculairement à X_{SC} et Y_{SC} choisi pour que (X_{SC}, Y_{SC}, Z_{SC}) forment un trièdre direct. Sur la figure de droite, apparaît également le repère de l'axe optique (*Line Of Side reference frame*, LOS). L'axe Z de ce repère coïncide avec l'axe optique du satellite – ce dernier étant défini comme la direction obtenue en éclairant le centre du plan focal. Y_{LOS} est le long de la direction définie par $Z_{LOS} \times X_{SC}$, dans le sens opposé à celui de la direction de balayage sur le ciel. Quant à X_{LOS} , il est défini tel que $(X_{LOS}, Y_{LOS}, Z_{LOS})$ forment un trièdre direct. Ainsi, on passe du repère de l'axe optique (LOS) au repère du satellite (SC) par rotation d'angle $(90^\circ - \theta_b)$ autour de Y_{SC} , où θ_b est l'angle d'ouverture du satellite (valant nominale 85°).

simulation du pointage, pour toute la durée de la mission, pour diverses variantes envisagées de la stratégie de balayage de PLANCK, le programme est prévu pour simuler différentes erreurs de pointage ainsi que les conséquences sur le pointage de certaines sources de bruit (telles la répartition des fluides au sein du satellite susceptible de modifier son centre de gravité, etc.). *Simmission* peut être également utilisé pour simuler la position des planètes du système solaire au cours de la mission. Ainsi, le programme nécessite la donnée de plus d'une soixantaine de paramètres concernant aussi bien la conception du plan focal de PLANCK, les caractéristiques de ses détecteurs ou le tenseur d'inertie du satellite, que la stratégie de balayage. Nous en proposons une utilisation simplifiée, afin de l'insérer dans la chaîne de simulation ESPOIR, où seuls les paramètres se rapportant directement au pointage restent modifiables, les autres étant fixés à leur valeur nominale. En particulier, en sus de l'orien-

tation du satellite en coordonnées écliptiques¹⁸ (voir figure II.29) pour chaque période de pointage – c'est-à-dire nominalelement chaque période d'une heure, *simmission* peut fournir le détail du pointage du satellite au cours de l'observation de chacun des cercles décrits sur le ciel. A l'instar du groupe simulation de Garching, nous n'utilisons pas cette dernière

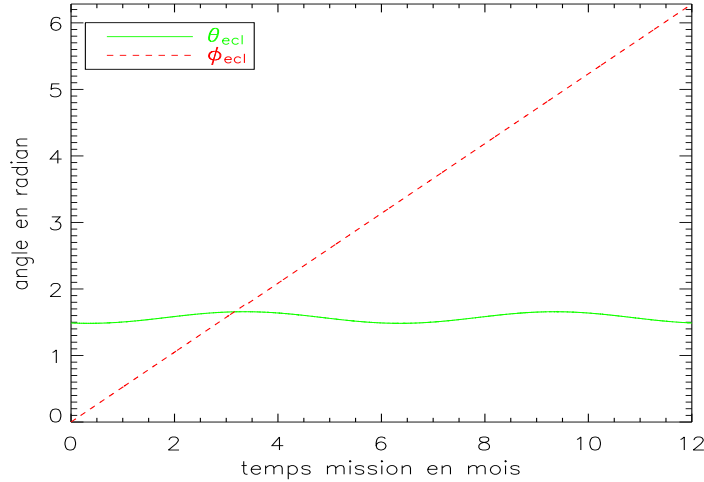


FIG. II.30: Simulation de la variation des coordonnées écliptiques de l'axe de rotation nominal de PLANCK au cours d'une année de mission. Les angles (θ_{ecl} , ϕ_{ecl}) ont été calculés par le programme *simmission*, en choisissant une co-latitude écliptique de 90° pour l'axe de rotation nominal du satellite et en lui imposant une variation de 5° autour du plan de l'écliptique au rythme de deux précessions annuelles. Chaque couple (θ_{ecl} , ϕ_{ecl}) correspond à une heure d'observation du ciel (soit un anneau constitué de 60 cercles décrits en une minute chacun). Ainsi, la longitude écliptique ϕ_{ecl} (en trait rouge interrompu) varie linéairement avec le temps, tandis que le co-latitude ecliptique θ_{ecl} (trait continu vert) oscille lentement autour de 90° au cours de la mission. Chacune de ces courbes est constituée de 8784 points, correspondant à autant de directions de pointage décalées les unes par rapport aux autres, de 3 minutes d'arc sur le ciel.

fonctionnalité du code : nous ne récupérons que les coordonnées de l'axe de rotation nominal du satellite (l'axe X_{SC}) pour chaque anneau de soixante cercles observés. Ceux-ci sont régulièrement espacés d'un angle sur le ciel de l'ordre de 2.5 minutes d'arc – cette valeur, correspondant à un demi-angle de résolution spatiale des détecteurs les plus précis de PLANCK, est nécessaire pour garantir un bon échantillonnage du ciel [33]. Dans ces conditions, pour une année de mission PLANCK, *simmission* nous fournit de l'ordre de 10 000 directions de pointage. A la figure II.30, nous montrons un exemple des résultats obtenus.

Ensuite, à partir de ces informations et en se donnant un modèle simple de rotation du satellite pendant une période de pointage, il est possible de reconstruire la succession des directions observées sur le ciel à chaque instant et ce, avec un niveau de précision de quelques secondes d'arc [46]. On adopte alors le cas le plus simple pour lequel le satellite conserve son axe de rotation nominal durant chacune des périodes de pointage – on note qu'alors, les

¹⁸la longitude écliptique est l'angle, dans le plan de l'écliptique, entre la direction du point vernal (position du Soleil projetée sur l'équateur terrestre au moment du l'équinoxe de printemps) et celle du point considéré. Quant à la latitude écliptique, c'est l'angle entre le plan de l'écliptique et la direction considérée.

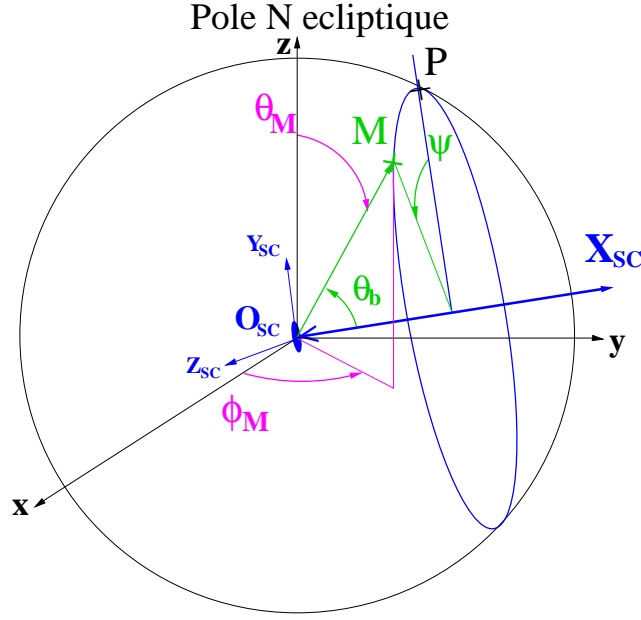


FIG. II.31: Le repérage de chaque échantillon sur le ciel. Une fois la direction de pointage du satellite définie dans le repère de l'écliptique (voir figure II.29), on repère chacun des points observés constituant un cercle, par une phase ψ . Le point P du cercle est choisi comme origine des phases : il est défini comme le point d'intersection, situé le plus au Nord, entre le grand cercle balayé sur le ciel et le cercle d'iso-longitude dans le repère de l'écliptique. Dès lors, pour tout point M du cercle, on peut calculer sa longitude ϕ_M et sa co-latitude θ_M écliptiques, à partir de la donnée de la direction de pointage – les coordonnées de l'axe X_{SC} , l'angle d'ouverture θ_b et la phase.

soixantes cercles composant un anneau sont exactement superposés. Connaissant la direction de l'axe de rotation et l'angle d'ouverture du satellite, on peut repérer tout point observé. En reprenant les notations de la figure II.31, les coordonnées écliptiques du point M, repéré par la phase ψ sur le cercle balayé pour la direction de pointage (θ, ϕ) , s'écriront :

$$\begin{aligned}\theta_M &= \arccos(1 + \tan \theta_b \tan \theta \cos \psi) \\ \phi_M &= \arctan \frac{1 - \tan \theta_b [(\sin \theta)^{-1} (\tan \phi)^{-1} (\sin \psi) + (\tan \theta)^{-1} (\cos \psi)]}{1 + \tan \theta_b [(\sin \theta)^{-1} (\tan \phi) (\sin \psi) - (\tan \theta)^{-1} (\cos \psi)]}\end{aligned}\quad (\text{II.5})$$

Le détail de ce calcul de trigonométrie est donné, avec des notations légèrement différentes, dans la thèse de B. Revenu [48]. Nous sommes dès lors, en mesure d'établir la correspondance entre l'échantillonnage du satellite, pour peu qu'on le précise, et la succession des points observés sur le ciel – c'est-à-dire dans notre cas, des pixels des cartes simulées auxquels appartiennent ces points. On choisit de définir l'échantillonnage de la mesure en fonction de la résolution angulaire précédemment fixée par l'utilisateur. Ainsi, les échantillons seront espacés au maximum de la moitié de la taille du lobe, afin de satisfaire au critère de Nyquist-Shannon¹⁹. L'utilisateur peut aussi choisir de « sur-échantillonner » en fixant le nombre de mesures à plus de deux par lobe. Le choix de l'échantillonnage détermine à la

¹⁹D'après le suédois Harry Nyquist et l'américain Claude E. Shannon, ce critère indique que pour reconstruire un signal spatial entaché d'une certaine résolution angulaire, sans perte d'information, à partir de sa version échantillonnée, la fréquence d'échantillonnage doit être au moins le double de la résolution [53].

fois la manière de discrétiser les cercles et l'écart angulaire entre deux périodes de pointage consécutives. Concernant ce dernier point, ESPOIR se charge d'adapter le fichier de pointage fourni par *simmission* – dans lequel les anneaux consécutifs sont espacés d'un angle équivalent à la moitié du lobe le plus étroit de PLANCK (soit 2.5 arcmin) – à l'échantillonnage demandé. Pour ce faire, on impose à l'utilisateur de choisir une résolution angulaire correspondant à un multiple du plus fin lobe de PLANCK (sous la forme $n \times 5$ arcmin). Alors, suivant l'échantillonnage (m mesures par lobe, $2 \leq m \leq 2n$), on ne récupérera qu'un pointage tous les $m/2n$ pointages donnés par *simmission*. Quant au processus de discrétisation des cercles, il consiste à découper ceux-ci en intervalles réguliers de taille angulaire $\Delta\psi \sim [n \times (5\pi/10800)] / [m \times 2\pi \sin \theta_b]$, repérés en leur point central, par une phase discrétisée sur le cercle (avec les conventions de la figure II.31), telle que le $i^{\text{ème}}$ intervalle soit situé à $\psi_i = i \times \Delta\psi$.

La dernière étape de la chaîne de simulation consiste à extraire le signal temporel de PLANCK-HFI, en combinant les résultats des deux sous-modules précédents, les cartes pré-observées des paramètres de Stokes et les informations de pointage de chaque échantillon. On note que, puisque les hypothèses que nous avons adoptées, impliquent qu'à chaque période de pointage, le même grand cercle est observé sur le ciel, toujours échantillonné de la même manière, le signal temporel se résume à la donnée d'un cercle par heure d'observation – celui-ci n'est pas recopié 60 fois. Cette dernière étape est quasi-transparente pour l'utilisateur, car le seul paramètre qui lui soit demandé, est l'identifiant d'un des cornets de l'instrument HFI (353-4, par exemple). Cette donnée suffit pour qu'ESPOIR fournisse le signal issu du ou des bolomètres – dans le cas de PSB – logés en son sein. En effet, le code accède automatiquement au fichier de description de HFI, l'IMO (*Instrument Model*) afin d'y lire les caractéristiques instrumentales. Si le cornet sélectionné abrite un seul bolomètre, alors le signal fourni par ESPOIR est le simple résultat d'une lecture de la carte de température « pré-observée », que l'on a noté \tilde{I} , suivant l'échantillonnage obtenu à l'étape précédente :

$$s(t) = \tilde{I}[\theta(t), \phi(t)] \quad (\text{II.6})$$

On note que l'on a adopté une nouvelle hypothèse simplificatrice qui consiste à considérer tous les détecteurs comme étant situés au centre du plan focal. Autrement dit, l'image du plan focal sur le ciel est réduite à un point, dans la direction de l'axe optique. De cette façon tous les détecteurs partagent exactement le même pointage $(\theta(t), \phi(t))$.

Dans le cas d'une paire de PSB logés dans un cornet – ils sont alors sensibles à des directions de polarisation orthogonales l'une par rapport à l'autre, les signaux temporels sont de la forme [24] :

$$\begin{aligned} s_a(t) &= \frac{1}{2} \left(\tilde{I}[\theta(t), \phi(t)] + \tilde{Q}[\theta(t), \phi(t)] \cos 2\alpha_a(t) + \tilde{U}[\theta(t), \phi(t)] \sin 2\alpha_a(t) \right) \\ s_b(t) &= \frac{1}{2} \left(\tilde{I}[\theta(t), \phi(t)] - \tilde{Q}[\theta(t), \phi(t)] \cos 2\alpha_a(t) - \tilde{U}[\theta(t), \phi(t)] \sin 2\alpha_a(t) \right) \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

où α_a est l'orientation du polarimètre noté a, exprimée dans le repère choisi pour la mesure des paramètres de Stokes (voir la figure II.27). Cet angle se décompose en une valeur fixe, l'orientation du polarimètre dans le référentiel du plan focal, que le code va lire dans l'IMO, et un angle dépendant du temps, correspondant à l'orientation du plan focal par rapport au repère des coordonnées écliptiques, dans lequel sont représentés les paramètres de Stokes (voir la figure II.32). On adopte alors la factorisation de l'expression (II.7) proposée par B.

Revenu [48] pour écrire :

$$\begin{pmatrix} s_a(t) \\ s_b(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & \cos 2\Delta_b & \sin 2\Delta_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha_a(t) & \sin 2\alpha_a(t) \\ 0 & -\sin 2\alpha_a(t) & \cos 2\alpha_a(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{I}[\theta(t), \phi(t)] \\ \tilde{Q}[\theta(t), \phi(t)] \\ \tilde{U}[\theta(t), \phi(t)] \end{pmatrix} \quad (\text{II.8})$$

La première matrice indique la façon dont sont mesurés les paramètres de Stokes dans un repère lié au plan focal, tourné de façon à ce que l'axe des X_{LOS} coïncide avec l'orientation du polarimètre d'indice a, pris comme référence. L'angle Δ_b est l'orientation relative du second polarimètre – nominalelement 90° . Tandis que la seconde matrice assure la rotation des paramètres de Stokes, autour de l'axe optique, du repère de l'écliptique vers le repère du plan focal (voir la figure II.32).

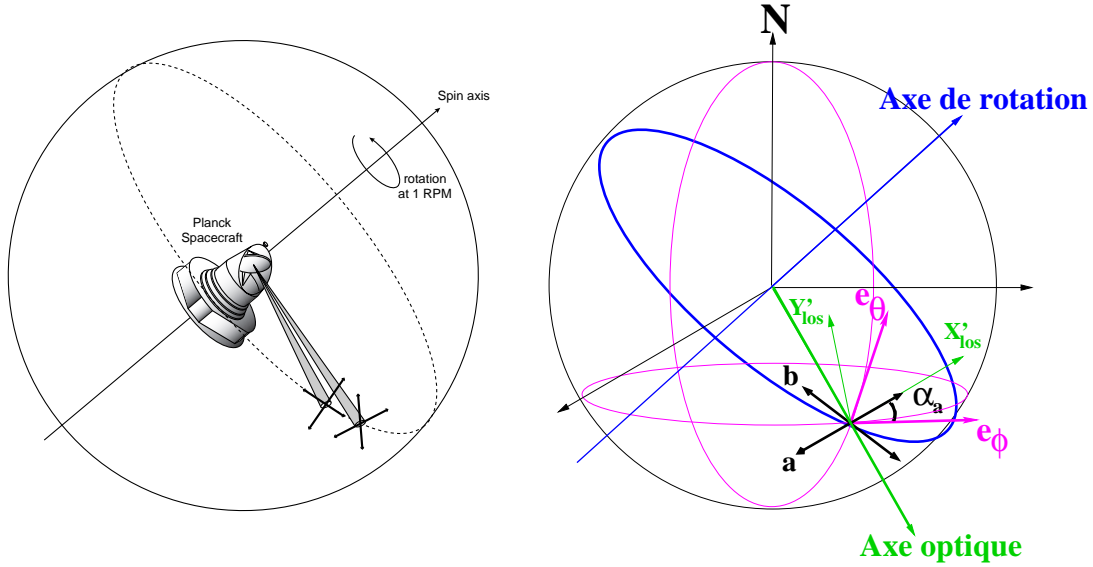


FIG. II.32: Le balayage du ciel par les détecteurs polarisés (PSB, *polarization sensitive bolometers*) de HFI. A gauche, les paires de PSB sont associées deux à deux afin de fournir une mesure de la polarisation dans quatre directions distinctes, le long de la ligne d'observation. Sur ce croquis, les points observés par chacune des paires de PSB sont décalés d'un petit angle le long du cercle, correspondant à l'écart entre les positions de leur cornet respectif dans le plan focal. Pour nous, ces points sont confondus puisque l'on suppose négligeable l'extension du plan focal sur le ciel. A droite, ce schéma reprend la configuration de celui de gauche, en indiquant la manière dont est repérée l'orientation des polarimètres d'une paire de PSB sur le ciel. Les angles des polarimètres sont connus et constants dans le repère du plan focal (LOS). L'axe des X de ce repère, tangent au cercle observé et orienté dans le sens de la progression du balayage, est tourné autour de l'axe optique afin de coïncider avec la direction de l'un des polarimètres (celui d'indice a) – il est alors noté X'_{LOS} . Ensuite, on repère l'orientation du plan focal sur le ciel, en mesurant l'angle α_a entre l'axe X'_{LOS} et l'axe des longitudes e_ϕ dans le repère de référence – celui dans lequel sont mesurés les paramètres de Stokes.

Nous disposons, dès lors, d'une chaîne de simulation complète de l'instrument HFI, assurant le passage d'un modèle cosmologique aux signaux temporels issus de chacun de ses cornets, via une réalisation des cartes des paramètres de Stokes du CMB. Pour finir, on procède au test de la chaîne de simulation en inversant chacune des étapes qui la constitue :

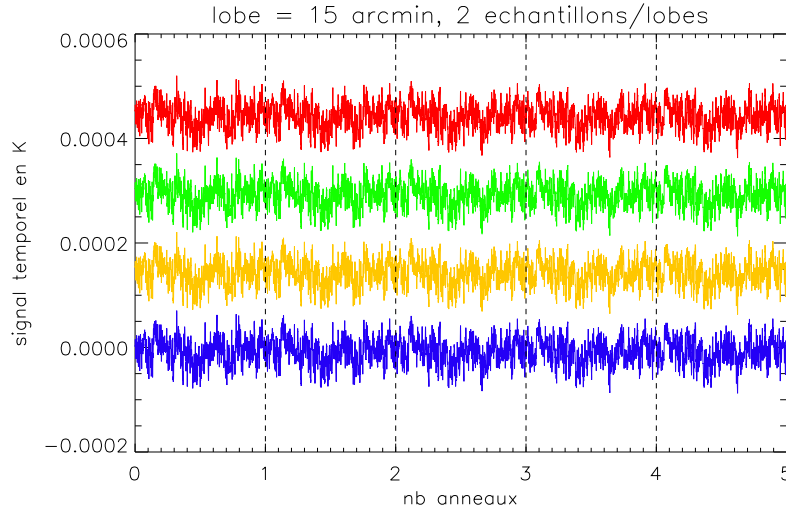


FIG. II.33: Exemple d'une portion des signaux temporels issus de quatre PSB (*Polarization Sensitive Bolometers*) associés – appartenant à deux cornets de même canal fréquentiel, observant les mêmes points sur le ciel et dont les paires de polariseurs possèdent une orientation relative de 45° – tels que peut en fournir ESPOIR . Cet exemple correspond à cinq heures de prise de données avec la stratégie d'observation de PLANCK, soit à cinq anneaux de 60 cercles chacun – parfaitement superposés avec les hypothèses simplificatrices que nous avons adoptées. Il a été produit en choisissant une résolution angulaire de 15 arcmin et un échantillonnage de deux mesures par élément de résolution. Chacun des signaux – puisque tous sont dominés par le terme en \tilde{I} – est très semblable aux autres. Aussi, pour créer cette figure, le signal issu du polarimètre n a été décalé de $n \times (1.5 \times 10^{-4} \text{ K})$, où $n \in \{0, 1, 2, 3\}$. Par ailleurs, on note la quasi-périodicité des signaux sur une période correspondant à l'observation d'un anneau – chaque anneau n'étant décalé par rapport au précédent que de 7.5 arcmin sur le ciel.

il s'agit donc de reconstruire les cartes des paramètres de Stokes à partir des signaux fournis par ESPOIR. Pour retrouver la carte de température, le signal d'un seul bolomètre suffit : il est reprojeté sur le ciel par une simple inversion du processus de lecture de carte qui avait prévalu à sa création (éq. II.6). En revanche, pour une reconstruction simultanée des trois cartes des paramètres de Stokes, il nous faut disposer des quatre signaux issus de deux paires de PSB associées (voir figure II.32) capables de mesurer quatre directions de polarisation distinctes le long de la ligne d'observation. A la figure II.33, on donne un exemple d'une portion du signal issu de polarimètres associés dans une telle configuration. Ensuite, la re-projection sur le ciel de ces signaux est assurée par le module DESPERADO (acronyme de *DEStripping of Polarized Emissions in RADIation Observations*), appartenant à la chaîne de traitement de données de HFI. Ce programme, développé par L. Larquère dans le cadre de sa thèse, à partir des travaux de B. Revenu, est une méthode sous-optimale de fabrication de cartes adaptée au déstriage des données. Pour tester le code ESPOIR, qui fournit des signaux idéaux, non-affectés par des dérives du bruit aux basses-fréquences, nous n'utilisons qu'un sous-module de DESPERADO, celui qui assure le passage des signaux temporels des polarimètres aux mesures des paramètres de Stokes organisées par période de pointage. Il

s'agit d'inverser la matrice $\mathbf{A}(t)$, donnée éq. (II.8) et étendue à quatre signaux, telle que :

$$\mathbf{A}(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & \cos 2\Delta_{b_1} & \sin 2\Delta_{b_1} \\ 1 & \cos 2\Delta_{a_2} & \sin 2\Delta_{a_2} \\ 1 & \cos 2\Delta_{b_2} & \sin 2\Delta_{b_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha_{a_1}(t) & \sin 2\alpha_{a_1}(t) \\ 0 & -\sin 2\alpha_{a_1}(t) & \cos 2\alpha_{a_1}(t) \end{pmatrix}$$

où α_{a_1} est l'angle entre l'orientation du polarimètre a_1 et l'axe e_ϕ du repère de référence sur le ciel ; tandis que les angles Δ_i , $i \in \{b_1, a_2, b_2\}$ sont les orientations par rapport à a_1 des trois autres polarimètres. La dernière étape, consistant à passer des paramètres de Stokes organisés par anneaux observés aux cartes de I, Q et U, est réalisée par l'outil *rings2map* du module de fabrication de cartes HL2_ELDESTINO (*ELementary destriping INvestigating*) développé par G. Lemeur et F. Touze. La comparaison entre les cartes de \tilde{T} , \tilde{Q} et \tilde{U} initiales et ces mêmes cartes reprojetées, permet de tester le module de lecture de cartes de ESPOIR, ainsi que de vérifier la cohérence des conventions adoptées – notamment le repérage des orientations des polarimètres – tout au long de la chaîne de simulation, mais aussi avec les programmes de traitement de données de HFI. La conception de l'ensemble de la chaîne de simulation ainsi que la procédure de test sont résumées sur la figure II.34.

Dès lors, nous disposons avec ESPOIR, d'une chaîne complète de simulations de PLANCK-HFI – des spectres de puissance du CMB aux signaux temporels issus de l'instrument haute fréquence. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous résumerons l'information qu'ESPOIR est capable de fournir sous différentes formes – spectres, cartes, fichiers de pointage, etc. – et ce, dans le format informatique que l'équipe de traitement de données de HFI s'est choisi comme standard. Ainsi, ESPOIR a été spécialement conçu pour les besoins de cette équipe, comme un outil d'aide au développement de méthodes d'analyse des données PLANCK. Après une rapide évaluation de ses performances, nous donnons un exemple de son utilisation au sein de l'équipe de traitement de données.

II.2.3 Résultats et applications

La logique qui a prévalu à la conception d'ESPOIR était basée sur trois exigences : la modularité, la standardisation et la rapidité. Celles-ci ont été définies pour répondre aux besoins de l'équipe de traitement de données de PLANCK-HFI, lors de la phase de développement de nouvelles méthodes d'analyse. Nous vérifions ici, que ces exigences ont bien été satisfaites.

Tout d'abord, nous avons pu décrire dans la partie précédente, le schéma d'organisation d'ESPOIR, intégrant différents programmes existants, utilisés comme sous-modules (voir figure II.34). Un tel schéma facilite l'ajout éventuel de fonctionnalités supplémentaires – par exemple, un module de génération de bruit basse fréquence peut être aisément inséré dans la chaîne de simulation.

Ensuite, toutes les informations qu'est capable de fournir ESPOIR, à l'issu de chacune des étapes de la chaîne de simulation, sont collectées dans une base de données de la librairie PIOLib (voir figure II.35). De cette façon, les simulations ESPOIR, puisqu'elles sont accessibles dans le format standard du traitement de données de PLANCK-HFI, peuvent être directement utilisées comme entrées des programmes d'analyse, tandis que la base de données ainsi créée peut en accueillir les sorties.

Dernier point, nous testons la rapidité de ESPOIR. On trouve qu'une simulation des signaux temporels d'une paire de PSB, à la résolution spatiale de PLANCK-HFI, pour une durée de mission de six mois, nécessite un temps de calcul de 2h30 sur l'un des processeurs de la machine ACICMB²⁰ du Centre de Calcul de Lyon. Pour préciser cette évaluation, nous passons en revue les étapes requises pour obtenir une telle simulation pour l'un des cornets de HFI – disons le « 217-8 » pour fixer les idées. Tout d'abord, la résolution spatiale du cornet sélectionné détermine le degré de détail nécessaire pour la simulation du ciel. Pour notre exemple, la largeur à mi-hauteur du lobe est de $\theta_{FWHM} = 5$ arcmin. Ceci impose de générer des cartes des paramètres de Stokes contenant ~ 12 millions de pixels – où l'on a choisi le paramètre de résolution HEALpix, nside, tel que $4\pi/12n_{side}^2 \lesssim \theta_{FWHM}^2$ en sr, soit, puisque nside est une puissance de deux, $n_{side} \geq 1024$. Ensuite, puisqu'on veut que ces cartes soient des réalisations des spectres de puissance du CMB, leur résolution donne l'échelle jusqu'à laquelle ces derniers doivent être calculés. Une évaluation rapide indique que le calcul doit être mené jusqu'à des multipôles de l'ordre de 2500 – puisque $l_{max} \sim 200/\theta_{FWHM}$ en degré ~ 2500 . Enfin, la durée de la mission choisie combinée avec la résolution spatiale et la nécessité d'échantillonner à une fréquence d'au moins deux fois par élément de résolution impose le nombre de périodes de pointage – i. e. d'anneaux – que doit comprendre la simulation. Dans le cadre de notre exemple, six mois de mission correspondant à une demi-révolution autour du Soleil, le nombre d'anneaux simulé est tel que $n \times \theta_{FWHM}/2 = 2\pi$, soit $n = 8640$. Lorsque toutes ces étapes ont été réalisées une première fois, les cartes pré-observées dans le canal 217 GHz de HFI ainsi que le pointage du satellite sont disponibles dans la base de données. Dès lors, la simulation des signaux issus d'une seconde paire de PSB, de même résolution angulaire que la précédente, ne requiert plus que 45 minutes de temps de calcul sur la même machine.

Toutes ces caractéristiques du programme ESPOIR en ont fait un outil privilégié pour le développement de méthodes de traitement de données de HFI, en particulier de méthodes de déstriage des cartes observées. Ainsi, les simulations ESPOIR ont été un outil essentiel pour la création des programmes XDESPERADO puis PIXDESPERADO, mis au point par L. Larquère [34] et appartenant à la chaîne d'analyse des données HFI.

Ces deux méthodes, inspirées du travail précurseur de B. Revenu [48], se basent sur la stratégie particulière d'observation du ciel par PLANCK, pour procéder au destriage des données. On rappelle qu'une carte fournie par PLANCK est constituée d'une série d'anneaux contigus, dont les centres sont peu à peu décalés au cours du temps – chaque anneau résultant de la co-addition de 60 cercles décrits sur le ciel pendant une période de pointage. L'un des intérêts de ce processus de co-addition est de réduire le bruit basse fréquence affectant les observations. Comme mentionné dans la première partie de ce chapitre, pour peu que la forme du spectre du bruit remplisse certaines conditions ($f_{knee} < f_{scan}$), le bruit résiduel le long d'un anneau n'est plus alors qu'une simple constante (voir figure II.23). Ce sont les valeurs de ces constantes pour chacun des anneaux que les méthodes de déstriage présentées s'attachent à évaluer. Pour cela, elles utilisent la redondance des observations au niveau des intersections des anneaux. Ainsi, à partir du fait qu'aux intersections, le signal sous-jacent est le même pour chacun des anneaux, on parvient à extraire les valeurs des constantes de bruit. Techniquement, cela se traduit par l'inversion d'un système linéaire à autant d'équa-

²⁰CCACICMB est un ordinateur de type *Compaq ES40* muni de quatre processeurs disposant de 4.5 GBytes de mémoire vive chacun. Cette machine est capable de traiter jusqu'à $\lesssim 7.10^9$ opérations par secondes (7 GFlops).

tions que d'intersections et autant d'inconnues que d'anneaux. C'est cette inversion que réalise le programme XDESPERADO (*cross DESTriping of Polarized Emissions in RADiation Observations*). A cause de la taille du système à inverser (de l'ordre de quelques dizaines de milliers au carré), ce programme demande force mémoire et force temps de calcul. Ces deux exigences rendent le processus de son développement et de son optimisation particulièrement lent et fastidieux. Pour cette raison, les simulations ESPOIR, puisqu'elles offrent la possibilité de choisir une résolution spatiale dégradée par rapport aux performances de PLANCK ainsi que la fréquence d'échantillonnage souhaitée, se sont avérées un outil clef de la mise au point de XDESPERADO.

Cette méthode de déstriage, s'appuyant sur les croisements entre anneaux, se heurte au problème de la définition du point d'intersection sur des anneaux constitués d'un nombre discret d'échantillons. Ainsi, deux approches du problème ont été étudiées par L. Larquère, donnant lieu aux deux versions de mise en œuvre du déstriage. Ainsi, dans la version XDESPERADO, le passage du discret au continu est résolu par une interpolation de la valeur au centre de l'échantillon auquel appartient le point d'intersection vers le lieu exact du point. Cette interpolation, en sus de compliquer l'algorithme, introduit une source d'incertitudes supplémentaires. C'est pourquoi, une seconde version a été créée conduisant au programme PIXDESPERADO. Cette fois, puisque le déstriage a vocation à produire des cartes, ce n'est plus la mesure sur les anneaux qui est considérée mais directement l'élément de résolution sur la carte. L'hypothèse d'égalité du signal au point d'intersection est attendue au pixel auquel appartient ce point. Pour tester cette méthode et pour déterminer la pixelisation la plus adaptée, les simulations ESPOIR se sont avérées là encore particulièrement adaptées. En effet, pour évaluer la méthode dans les conditions les plus favorables – c'est-à-dire dans le cas où le signal est effectivement constant dans tout le pixel – il faut pouvoir simuler les cartes de CMB initiales, directement pixelisées à la résolution adéquate. Cette option est offerte par ESPOIR.

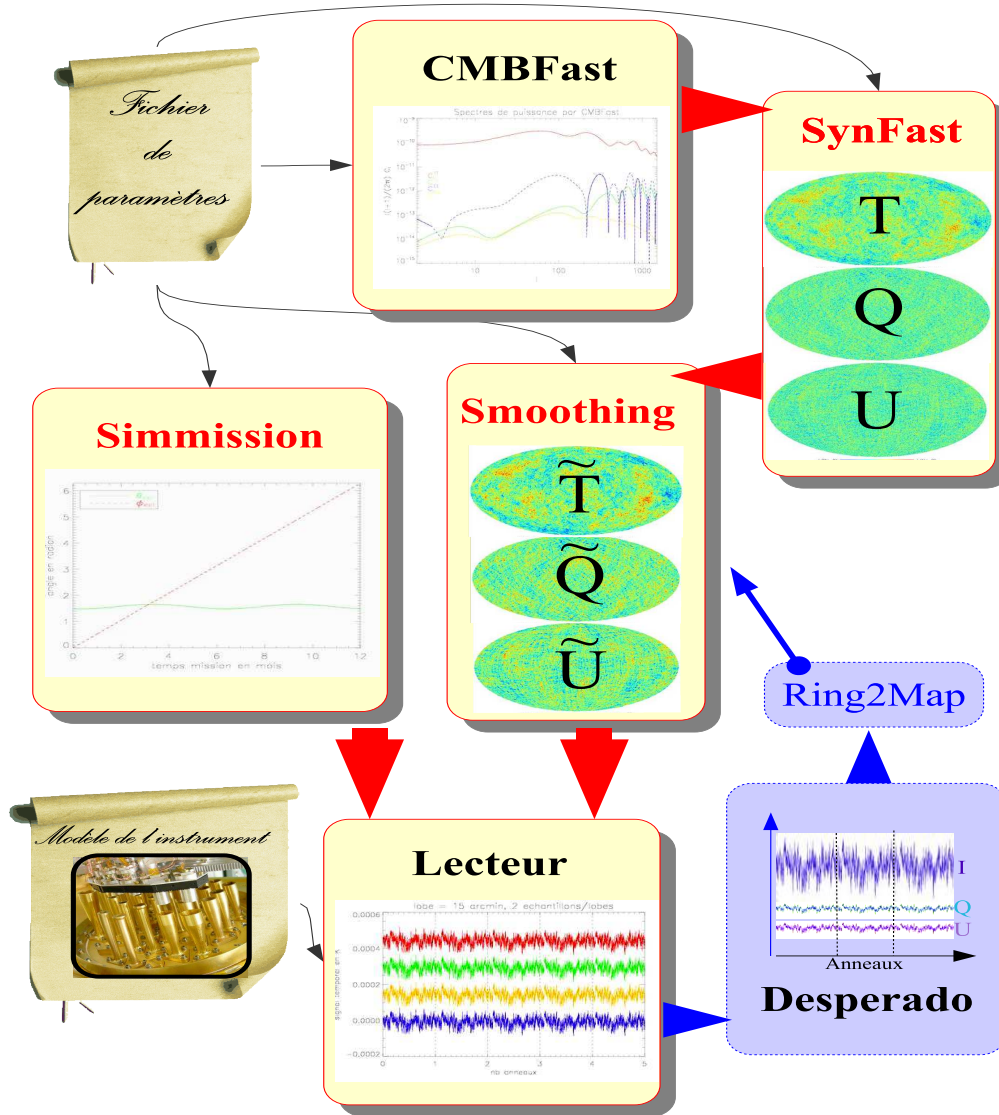


FIG. II.34: Schéma résumant les étapes de la chaîne de simulation ESPOIR. Tous les paramètres demandés à l'utilisateur sont regroupés au sein d'un fichier de paramètres global, auquel chacun des sous-modules de ESPOIR peut accéder (les fines flèches noires). Ensuite, les spectres de puissance du CMB sont calculés par CMBFast. À partir de ceux-ci, SynFast réalise les cartes des paramètres de Stokes $\{T, Q, U\}$, puis Smoothing convolue ces dernières par un lobe gaussien pour fournir les cartes « pré-observées » $\{\tilde{T}, \tilde{Q}, \tilde{U}\}$. Parallèlement, le module Simmission assure la simulation du pointage du satellite. Enfin, à partir des cartes pré-observées et du pointage, le module « lecteur » produit le ou les signaux temporels issus d'un cornet de HFI, choisi par l'utilisateur. Pour cela, il va lire les caractéristiques instrumentales du cornet considéré directement dans le fichier du modèle de l'instrument. Ce fichier contient toutes les informations concernant HFI, issues du processus de calibration au sol de l'instrument. Ainsi, la photo en bas à gauche est une vue des cornets situés au plan focal d'un instrument semblable à HFI et destiné à la calibration (*Cryogenic Qualification Model*), prise à l'automne 2004, lors des tests de diaphonie effectués à l'IAS (Institut d'Astrophysique Spatiale). En bas à droite, les signaux temporels produits par ESPOIR sont reprojétés sous forme de cartes via les programmes DESPERADO et Rings2Map (voir le texte).

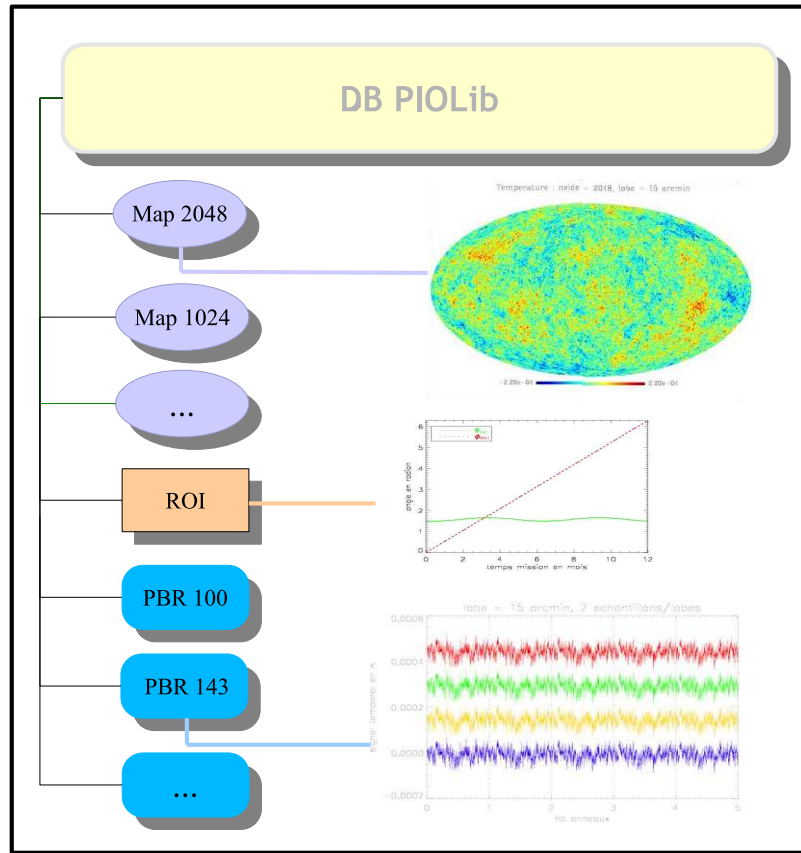


FIG. II.35: Schéma de l'organisation de la base de données PIOLib créée par ESPOIR pour la mise à disposition de ses résultats. Selon le standard PIOLib, chaque objet produit par le code est classé dans un sous-répertoire d'objets partageant le même format – même type, même taille, etc. Trois types de contenant sont utilisés : le type « Map » sous lequel sont enregistrées les cartes des paramètres de Stokes, le type « ROI » (*Ring Ordered Data*) qui accueille les fichiers de pointage et le type « PBR » (*Phase-Binned Ring*) pour les signaux par période de pointage. La base de données est créée lors de la première utilisation de ESPOIR, ensuite lors de simulations ultérieures, même avec des choix différents des paramètres du code, la même base pourra être complétée. Aussi, elle pourra accueillir les objets produits par les méthodes d'analyse appliquées aux simulations ESPOIR.

Bibliographie

- [1] N. Aghanim, A. de Luca, F. R. Bouchet, R. Gispert, and J. L. Puget, *Cosmology with Sunyaev-Zeldovich observations from space.*, A&A, **325** (1997), pp. 9–18.
- [2] R. Ansari, K. Benabed, J.-P. Bernard, F. R. Bouchet, C. Burigana, A. Challinor, D. Clements, F. Couchot, J. Delabrouille, P. Fosalba, G. de Gasperis, N. Lama, D. Maino, L. Mendes, A. Moneti, F. Pasian, S. Prunet, J.-L. Puget, M. Sandri, J.-F. Sygnet, and F. Van Leeuwen, *Planck Parameter Definition Document*, tech. report, L2, 2005.
- [3] D. Barbosa, J. G. Bartlett, A. Blanchard, and J. Oukbir, *The Sunyaev-Zel'dovich effect and the value of Ω_0* , A&A, **314** (1996), pp. 13–17.
- [4] J. G. Bartlett, *Searching and Studying Clusters with the SZ Effect (Invited Speaker)*, in ASP Conf. Ser. 268 : Tracing Cosmic Evolution with Galaxy Clusters, 2002, p. 101.
- [5] C. L. Bennett, M. Halpern, G. Hinshaw, N. Jarosik, A. Kogut, M. Limon, S. S. Meyer, L. Page, D. N. Spergel, G. S. Tucker, E. Wollack, E. L. Wright, and 9 co-authors, *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Preliminary Maps and Basic Results*, ApJS, **148** (2003), pp. 1–27.
- [6] A. Benoît and [Archéops collaboration], *Archeops : a high resolution, large sky coverage balloon experiment for mapping cosmic microwave background anisotropies*, Astroparticle Physics, **17** (2002), pp. 101–124.
- [7] ———, *First detection of polarization of the submillimetre diffuse galactic dust emission by Archeops*, A&A, **424** (2004), pp. 571–582.
- [8] A. Benoit, P. Camus, P. Crespi, J.-J. Fourmond, G. Guyot, K. Madet, L. Sentis, and S. Triqueneaux, *Design of the Planck/HFI Dilution System*, in ICEC 19 Proc, Grenoble, 22-26 Jul 2002.
- [9] A. Benoit and S. Pujol, *Dilution refrigerator for space applications with a cryocooler.*, Cryogenics., **34(5)** (1994), pp. pp 421–423.
- [10] B. A. Benson, S. E. Church, P. A. R. Ade, J. J. Bock, K. M. Ganga, J. R. Hinderks, P. D. Mauskopf, B. Philhour, M. C. Runyan, and K. L. Thompson, *Peculiar Velocity Limits from Measurements of the Spectrum of the Sunyaev-Zeldovich Effect in Six Clusters of Galaxies*, ApJ, **592** (2003), pp. 674–691.
- [11] F. R. Bouchet, R. Gispert, N. Aghanim, J. R. Bond, A. de Luca, E. Hivon, and B. Maffei, *Simulations of the Microwave Sky and of Its "Observations"*, Space Science Reviews, **74** (1995), pp. 37–43.
- [12] T. W. Bradshaw and A. H. Orłowska, *Technology developments on the 4 K cooling system for 'Planck' and FIRST*, in ESA SP-400 : Sixth European Symposium on Space Environmental Control Systems, 1997, pp. 465–+.
- [13] M. Bucher, K. Moodley, and N. Turok, *Constraining Isocurvature Perturbations with Cosmic Microwave Background Polarization*, Physical Review Letters, **87** (2001), p. 191301.
- [14] C. Burigana, D. Maino, K. M. Górski, N. Mandolesi, M. Bersanelli, F. Villa, L. Valenziano, B. D. Wandelt, M. Maltoni, and E. Hivon, *PLANCK LFI : Comparison between Galaxy Straylight Contamination and other systematic effects*, A&A, **373** (2001), pp. 345–358.

- [15] A. Challinor, P. Fosalba, D. Mortlock, M. Ashdown, B. Wandelt, and K. Górski, *All-sky convolution for polarimetry experiments*, Phys. Rev. D, **62** (2000), p. 123002.
- [16] A. D. Challinor, D. J. Mortlock, F. van Leeuwen, A. N. Lasenby, M. P. Hobson, M. A. J. Ashdown, and G. P. Efstathiou, *Harmonic analysis of cosmic microwave background data - II. From ring-sets to the sky*, MNRAS, **331** (2002), pp. 994–1010.
- [17] T. P. Consortium, *The Scientific Programme of Planck 2004 (Blue Book)*. ESA Publication Division, jan 2005.
- [18] A. Cooray, *Integrated Sachs-Wolfe effect : Large scale structure correlation*, Phys. Rev. D, **65** (2002), p. 103510.
- [19] F. Couchot, J. Delabrouille, J. Kaplan, and B. Revenu, *Optimised polarimeter configurations for measuring the Stokes parameters of the cosmic microwave background radiation*, A&AS, **135** (1999), pp. 579–584.
- [20] M. Cruz, E. Martínez-González, P. Vielva, and L. Cayón, *Detection of a non-Gaussian spot in WMAP*, MNRAS, **356** (2005), pp. 29–40.
- [21] L. Danese, L. Toffolatti, A. Franceschini, M. Bersanelli, and N. Mandolesi, *Sub-degree Anisotropy Observations : Ground-Based, Balloon-Borne and Space Experiments*, Astrophysical Letters Communications, **33** (1996), p. 257.
- [22] P. de Bernardis, *Boomerang results*, in 35th COSPAR Scientific Assembly, 2004, p. 4557.
- [23] P. de Bernardis and S. Masi, *CMB cosmology : current status and experimental trends*, Memorie della Societa Astronomica Italiana Supplement, **2** (2003), p. 32.
- [24] J. Delabrouille, *Measuring CMB polarisation with the Planck mission*, Ap&SS, **290** (2004), pp. 87–103.
- [25] J. Delabrouille, J. Kaplan, M. Piat, and C. Rosset, *Polarization experiments*, Comptes Rendus Physique, **4** (2003), p. 925.
- [26] A. Diaferio, A. Nusser, N. Yoshida, and R. A. Sunyaev, *Superclusters with thermal Sunyaev-Zel'dovich effect surveys*, MNRAS, **338** (2003), pp. 433–442.
- [27] K. M. Gorski, B. D. Wandelt, F. K. Hansen, E. Hivon, and A. J. Banday, *The HEALPix Primer*, astro-ph/9905275, 1999.
- [28] M. Kaplinghat, L. Knox, and Y.-S. Song, *Determining Neutrino Mass from the Cosmic Microwave Background Alone*, Physical Review Letters, **91** (2003), p. 241301.
- [29] L. Knox, *Determination of inflationary observables by cosmic microwave background anisotropy experiments*, Phys. Rev. D, **52** (1995), pp. 4307–4318.
- [30] L. Knox, A. Cooray, D. Eisenstein, and Z. Haiman, *Probing Early Structure Formation with Far-Infrared Background Correlations*, ApJ, **550** (2001), pp. 7–20.
- [31] A. Kogut, D. N. Spergel, C. Barnes, C. L. Bennett, M. Halpern, G. Hinshaw, N. Jarosik, M. Limon, S. S. Meyer, L. Page, G. S. Tucker, E. Wollack, and E. L. Wright, *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Temperature-Polarization Correlation*, ApJS, **148** (2003), pp. 161–173.
- [32] J. M. Kovac, E. M. Leitch, C. Pryke, J. E. Carlstrom, N. W. Halverson, and W. L. Holzapfel, *Detection of polarization in the cosmic microwave background using DASI*, Nature, **420** (2002), pp. 772–787.
- [33] J. M. Lamarre, J. L. Puget, F. Bouchet, and 23 co-authors, *The Planck High Frequency Instrument, a third generation CMB experiment, and a full sky submillimeter survey*, New Astronomy Review, **47** (2003), pp. 1017–1024.
- [34] L. Larquère, *Contribution à la préparation de l'analyse des données PLANCK*, PhD thesis, Univ. Paris 7, 2005.
- [35] A. Linde, *Current understanding of inflation*, New Astronomy Review, **49** (2005), pp. 35–41.
- [36] S. Mei and J. G. Bartlett, *Cosmological constraints from a 2D SZ catalog*, A&A, **425** (2004), pp. 1–8.

- [37] A. Mennella, M. Bersanelli, B. Cappellini, D. Maino, P. Platania, S. Garavaglia, R. C. Butler, N. Mandolesi, F. Pasian, O. D'Arcangelo, A. Simonetto, and C. Sozzi, *The Low Frequency Instrument in the ESA PLANCK mission*, in AIP Conf. Proc. 703 : Plasmas in the Laboratory and in the Universe : New Insights and New Challenges, Apr. 2004, pp. 401–404.
- [38] A. Mennella, M. Bersanelli, M. Seiffert, D. Kettle, N. Roddis, A. Wilkinson, and P. Meinhold, *Offset balancing in pseudo-correlation radiometers for CMB measurements*, A&A, **410** (2003), pp. 1089–1100.
- [39] M.-A. Miville-Deschênes, G. Lagache, and J.-L. Puget, *Power spectrum of the cosmic infrared background at 60 and 100 with IRAS*, A&A, **393** (2002), pp. 749–756.
- [40] J. A. Murphy, R. Colgan, E. Gleeson, B. Maffei, C. O'Sullivan, and P. A. R. Ade, *Corrugated horn design for HFI on PLANCK*, in AIP Conf. Proc. 616 : Experimental Cosmology at Millimetre Wavelengths, May 2002, pp. 282–289.
- [41] L. Perivolaropoulos, *Statistics of microwave background fluctuations induced by topological defects*, Phys. Rev. D, **48** (1993), pp. 1530–1538.
- [42] M. Piat, B. Leriche, J.-P. Torre, J.-M. Lamarre, A. Benoit, and J.-P. Crussaire, *Thermal Architecture Design Tests for the Planck/HFI Instrument*, NI&MPR A, **444** (2000).
- [43] S. Plaszczynski and C. Rosset, *Documentation of Lescon scripts*, tech. report, PLANCK-HFI L2, oct 2005.
- [44] L. Pogosian, *The evolving dark energy equation of state and cosmic microwave background/large scale structure cross-correlation*, Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics, **4** (2005), p. 15.
- [45] E. D. Reese, *Measuring the Hubble Constant with the Sunyaev-Zel'dovich Effect*, in Measuring and Modeling the Universe, 2004, p. 138.
- [46] M. Reinecke and K. Dolag, *Compilation and Usage of the Planck Simulation Modules*, dec 2004.
- [47] M. Reinecke, K. Dolag, R. Hell, M. Bartelmann, and T. Ensslin, *A simulation pipeline for the Planck mission*, A&A, (2005).
- [48] B. Revenu, *Anisotropies et polarisation du rayonnement fossile : méthode de détection et traitement de données.*, PhD thesis, Univ. Paris 7, 2000.
- [49] B. Revenu, A. Kim, R. Ansari, F. Couchot, J. Delabrouille, and J. Kaplan, *Destriping of polarized data in a CMB mission with a circular scanning strategy*, A&AS, **142** (2000), pp. 499–509.
- [50] A. Riazuelo, J. Weeks, J.-P. Uzan, R. Lehoucq, and J.-P. Luminet, *Cosmic microwave background anisotropies in multiconnected flat spaces*, Phys. Rev. D, **69** (2004), p. 103518.
- [51] C. Rosset, *Contribution à la mesure de la polarisation du fond diffus cosmologique dans le cadre des programmes ARCHEOPS et PLANCK.*, PhD thesis, Univ. Paris 7, 2003.
- [52] U. Seljak and M. Zaldarriaga, *A Line-of-Sight Integration Approach to Cosmic Microwave Background Anisotropies*, ApJ, **469** (1996), p. 437.
- [53] C. E. Shannon, *"communication in the presence of noise"*, Proc. IRE, **37** (1949), pp. 10–21.
- [54] G. F. Smoot, C. L. Bennett, A. Kogut, J. Aymon, C. Backus, G. de Amici, K. Galuk, P. D. Jackson, P. Keegstra, L. Rokke, L. Tenorio, S. Torres, S. Gulkis, M. G. Hauser, M. Janssen, J. C. Mather, R. Weiss, D. T. Wilkinson, E. L. Wright, N. W. Boggess, E. S. Cheng, T. Kelsall, P. Lubin, S. Meyer, S. H. Moseley, T. L. Murdock, R. A. Shafer, and R. F. Silverberg, *First results of the COBE satellite measurement of the anisotropy of the cosmic microwave background radiation*, Advances in Space Research, **11** (1991), pp. 193–205.
- [55] D. N. Spergel, L. Verde, H. V. Peiris, E. Komatsu, M. R.olta, C. L. Bennett, M. Halpern, G. Hinshaw, N. Jarosik, A. Kogut, M. Limon, S. S. Meyer, L. Page, G. S. Tucker, J. L. Weiland, E. Wollack, and E. L. Wright, *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Determination of Cosmological Parameters*, ApJS, **148** (2003), pp. 175–194.
- [56] M. Tegmark, *CMB mapping experiments : A designer's guide*, Phys. Rev. D, **56** (1997), pp. 4514–4529.

- [57] M. Tucci, E. Martínez-González, P. Vielva, and J. Delabrouille, *Limits on the detectability of the CMB B-mode polarization imposed by foregrounds*, MNRAS, **360** (2005), pp. 935–949.
- [58] M. S. Turner and M. White, *Dependence of inflationary reconstruction upon cosmological parameters*, Phys. Rev. D, **53** (1996), pp. 6822–6828.
- [59] F. van Leeuwen, A. D. Challinor, D. J. Mortlock, M. A. J. Ashdown, M. P. Hobson, A. N. Lasenby, G. P. Efstathiou, E. P. S. Shellard, D. Munshi, and V. Stolyarov, *Harmonic analysis of cosmic microwave background data - I. Ring reductions and point-source catalogue*, MNRAS, **331** (2002), pp. 975–993.
- [60] L. Wade, *An Overview of the Development of Sorption Refrigeration*, in Advances in Cryogenic Engineering, vol. 37, New York, plenum press ed., 1991, pp. pp 1095–1105.
- [61] E. L. Wright, *CMB Observational Techniques and Recent Results.*, in Frontiers of the Universe. Proceedings of the Cargèse School, France, 8-20 Sept, 2003.
- [62] C. Rosset, XXXIX^{es} Rencontres de Moriond "Exploring the Universe", La Thuile, Italy, *Systematic Effects in CMB Polarization Measurements*, 2004.
- [63] V. B. Yurchenko, J. A. Murphy, and J. M. Lamarre, *Ultrafast multireflector physical-optics beam simulations for the HFI instrument on the ESA PLANCK Surveyor*, Proceedings.SPIE Int.Soc.Opt.Eng., **5487** (2004), pp. 542–549.
- [64] M. Zaldarriaga and U. Seljak, *All-sky analysis of polarization in the microwave background*, Phys. Rev. D, **55** (1997), pp. 1830–1840.

Au-delà du modèle standard avec le fond diffus cosmologique

III. Les contraintes sur la masse des neutrinos.

Le contexte scientifique

Le Modèle Standard de la physique des particules décrit trois familles de neutrinos de masse nulle. Or, les mesures des oscillations des neutrinos montrent que ces derniers possèdent une masse finie. Ainsi, ces résultats constituent la première indication claire d'une physique « au-delà du Modèle Standard ». On appelle oscillation des neutrinos le fait qu'ils puissent passer d'un état de saveur à un autre au cours du temps. Cette propriété s'interprète par le fait que les états propres de l'interaction faible (ν_e, ν_μ, ν_τ) ne coïncident pas avec les états propres de masse (ν_1, ν_2, ν_3). On peut alors exprimer les premiers en terme d'une combinaison linéaire des seconds, de sorte que :

$$\nu_\alpha = U_{\alpha i} \nu_i, \alpha \in (e, \mu, \tau), i \in (1, 2, 3)$$

La matrice unitaire $U_{\alpha i}$ est la matrice de mélange des neutrinos, définie par quatre paramètres¹. L'amplitude de probabilité d'oscillation d'un état de saveur à un autre sur une distance L , pour des neutrinos d'énergie E , est proportionnelle à $\exp[-i|\Delta m_{ij}^2|L/2E]$, où Δm_{ij}^2 est la différence quadratique des masses $|m_i^2 - m_j^2|$. C'est pourquoi ces différences de masse peuvent être extraites des mesures du taux d'oscillation soit des neutrinos électroniques en provenance du Soleil, soit des neutrinos muoniques, créés par les rayons cosmiques dans l'atmosphère terrestre, soit encore des neutrinos issus de réacteurs nucléaires. Les analyses combinées des données des expériences les plus récentes donnent [2] [13] :

$$\begin{aligned} \Delta m_{\text{atm}}^2 &= \Delta m_{32}^2 = (2.4_{-0.6}^{+0.5}) \times 10^{-3} \text{ eV}^2 (2\sigma) \\ \Delta m_{\text{sun}}^2 &= \Delta m_{21}^2 = (8.0_{-0.6}^{+0.7}) \times 10^{-5} \text{ eV}^2 (2\sigma) \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

Ces contraintes sur Δm_{sun}^2 seront améliorées par les prochaines données de KamLAND², et celles sur Δm_{atm}^2 par les expériences sur les neutrinos de réacteur, telles MINOS³ ou

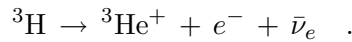
¹Il s'agit des trois angles de mélange θ_{12} , θ_{23} et θ_{13} , plus une phase δ , caractérisant le degré de violation de CP autorisé. Aux paramètres précédents, on peut ajouter, pour plus de généralité quant à la nature des neutrinos, deux phases de violation de CP de Majorana.

²page web du *Kamioka Liquid scintillator Anti-Neutrino Detector* : <http://www.awa.tohoku.ac.jp/html/KamLAND/>

³page web du *Main Injector Neutrino Oscillation Search* : <http://www.numi.fnal.gov/>

OPERA⁴. Par ailleurs, l'expérience LSND⁵ a mesuré une différence de masse supérieure aux deux précédentes, qui pourrait être expliquée par l'existence d'une quatrième famille de neutrinos stériles. L'expérience MiniBooNE⁶ devrait permettre de confirmer ou d'infirmer définitivement ce résultat. Cependant, ces expériences de mesure des oscillations sont insensibles à l'échelle absolue de masse des neutrinos. Pour accéder à cette échelle, deux types d'expériences sont développées : l'étude de la désintégration du tritium et la recherche de désintégrations double- β sans émission de neutrinos.

La radioactivité β fournit un moyen simple de mesurer la masse du neutrino électronique. En effet, si celui-ci est massif, il emporte au minimum une partie égale à son énergie de masse $m_\nu c^2$ de l'énergie libérée lors de la désintégration β , de sorte que le spectre en énergie de l'électron émis soit tronqué (voir figure III.1). De part sa configuration hydrogénoïde et sa durée de vie adaptée, le noyau de tritium s'avère un bon émetteur β pour l'étude de la cinématique de l'électron émis dans la réaction :



Ainsi, les expériences qui analysent cette réaction permettent d'accéder au paramètre de masse effective m_β , défini par :

$$m_\beta = \left[\sum_i |U_{ei}|^2 m_i^2 \right]^{1/2} .$$

Les deux plus récentes expériences de désintégration du tritium, Mainz [23] et Troitsk [26], fournissent la meilleure limite supérieure actuelle, qui est de :

$$m_\beta < 2.2 \text{ eV (95\% C. L.)}$$

Ces résultats seront améliorés par l'expérience KATRIN⁷ [42], prévue pour 2008. Après trois ans de mesure, elle atteindra une sensibilité à la masse effective du neutrinos de $m_\beta < 0.2$ eV (90% C.L.). Ensuite, une fois combinée aux résultats des expériences d'oscillations, une telle sensibilité permettrait d'imposer une limite supérieure sur la masse des neutrinos, tel que :

$$m_\nu < 0.35 \text{ eV (90\% C. L.)}$$

Avec les expériences de mesure de désintégrations double- β , des contraintes plus strictes encore peuvent être imposées, mais seulement si les neutrinos s'avèrent être des particules de Majorana. En effet, dans certains noyaux tels le molybdène ^{100}Mo ou le xénon ^{136}Xe par exemple, deux désintégrations β peuvent se produire simultanément. Dans ce cas, deux neutrinos sont émis. Mais cette réaction peut aussi exister sans émission de neutrinos (voir figure III.2) si ceux-ci sont leur propre antiparticule. Ainsi, la détection d'une telle désintégration ($\beta\beta 0\nu$) déterminerait la nature des neutrinos en tant que particules massives de type Majorana [31].

⁴page web du *Oscillation Project with Emulsion-tRacking Apparatus* : <http://opraweb.web.cern.ch/opraweb/index.shtml>

⁵les résultats du *Liquid Scintillator Neutrino Detector* : <http://dnp.nsl.msui.edu/current/lsnd.html>

⁶page web du *Mini Booster Neutrino Experiment* : <http://www-boone.fnal.gov/>

⁷page web du *Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment* : <http://www-ik.fzk.de/~katrin/index.html>

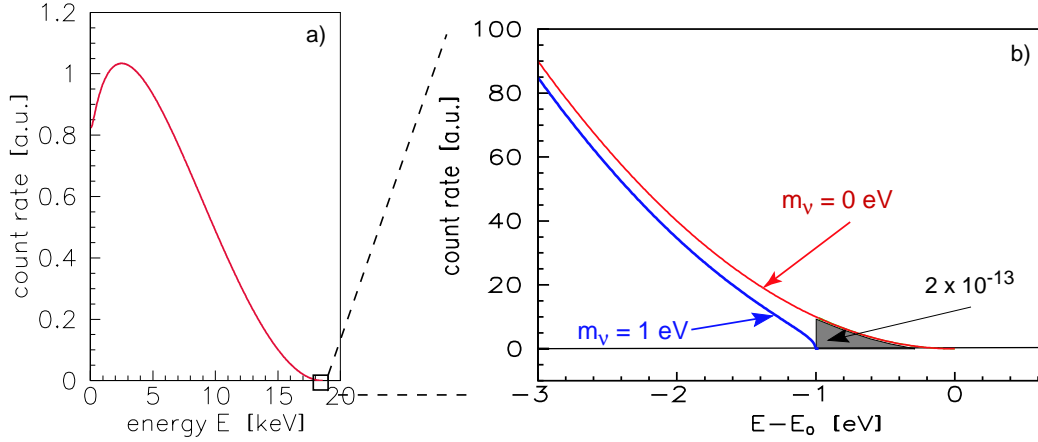


FIG. III.1: Spectre en énergie de l'électron émis lors de la désintégration β du tritium : a) vue de l'ensemble du spectre, b) zoom sur la zone d'énergie maximale de l'électron : en rouge, spectre de l'électron dans le cas où l'antineutrino émis est de masse nulle ; en bleu, cas d'un antineutrino de 1 eV. (cette figure est issue de [42])

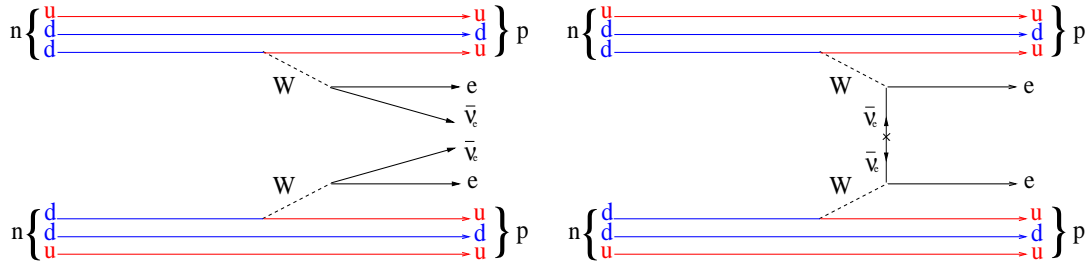


FIG. III.2: A gauche, diagramme de la désintégration double- β avec émission de deux antineutrinos électroniques. A droite, exemple de contribution aux désintégrations double- β sans émission de neutrinos : ce diagramme est permis si les neutrinos sont des particules massives de Majorana.

La recherche de ces désintégrations se fait par l'étude de la cinématique des deux électrons émis : le fait que ceux-ci puissent ou non emporter toute l'énergie libérée dans la réaction nucléaire signe le type de désintégration qui s'est produite. Par ailleurs, le taux de réaction $\beta\beta 0\nu$ dépend d'un paramètre de masse effectif des neutrinos, qui s'exprime en fonction de la matrice de mélange de la manière suivante [1] :

$$\langle m_{\beta\beta} \rangle = \left| \sum_i |U_{ei}|^2 m_{\nu_i} e^{i\alpha_i} \right|$$

Du fait de la dépendance dans les phases α_i de violation de CP, la somme sur les états de masse ν_i peut partiellement s'annuler. Ainsi, le paramètre $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ contraint l'échelle absolue de masse des neutrinos mais d'une manière dépendante de paramètres non-mesurés de leur matrice de mélange.

Dès lors, dans ce contexte, l'apport de la cosmologie observationnelle aux contraintes

sur l'échelle absolue de masse des neutrinos est particulièrement intéressant, puisque les résultats issus d'expériences radicalement indépendantes, de physique des particules ou de cosmologie viennent se compléter et s'enrichir l'un l'autre.

III.1 Les signatures cosmologiques des neutrinos

Les neutrinos figurent parmi les particules les plus abondantes de l'Univers juste après les photons. Au début de l'Univers, pendant l'époque de domination du rayonnement, leur contribution à la densité totale est comparable à celle des photons ($\rho_\nu \sim 0.4\rho_r$). Ainsi, ils influent largement sur la dynamique de l'Univers à cette époque. Juste après l'égalité matière-rayonnement, leur rôle est encore suffisamment prégnant pour perturber les processus responsables des anisotropies primordiales du CMB. Ensuite, la croissance des structures est également modifiée à la fois par le fond de neutrinos et par leurs perturbations de densité. Ainsi, de par leur rôle dans l'Univers primordial, on s'attendrait à ce qu'ils laissent une empreinte évidente dans le spectre des anisotropies du CMB et le spectre de la matière.

III.1.1 Le neutrino standard en cosmologie

Tout d'abord, nous présentons quelques éléments concernant le traitement standard du secteur des neutrinos en cosmologie – leur histoire thermique, leur densité d'énergie. Dans l'Univers primordial, à des températures de l'ordre de la dizaine de MeV, les neutrinos sont en équilibre thermodynamique, maintenu via les interactions faibles avec les autres leptons. Ainsi, les neutrinos subissent soit des collisions élastiques, soit des annihilations du type :

$$\begin{aligned} \nu_x + \bar{\nu}_x &\leftrightarrow x^+ + x^- \text{ annihilation} \\ \nu_x + x^+ &\leftrightarrow \nu_x + x^+ \text{ diffusion élastique} \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

où x appartient à l'une des 3 familles leptoniques (e, μ, τ). Puis à mesure que l'Univers s'étend, l'équilibre devient de plus en plus difficile à maintenir, le taux d'interaction faible devenant du même ordre de grandeur que le taux d'expansion. Lorsque le libre parcours moyen des neutrinos dépasse le rayon de Hubble, les neutrinos se découplent du reste de l'Univers. Une évaluation basée sur le critère $\Gamma_\nu = H$, où $\Gamma_\nu = n_\nu \langle \sigma_\nu v \rangle$ est le taux moyen d'interaction des neutrinos et $H = \sqrt{(8\pi\rho_r/3m_P^2)}$ le paramètre de Hubble, nous donne une température de découplage des neutrinos de l'ordre du MeV. Un calcul plus fin (voir par exemple les travaux de N. Fornengo, C. Kim et J. Song [14]), conduit à $T_{dec} \sim 2\text{MeV}$. Après leur découplage, les neutrinos se propagent librement, conservant leur statistique de Fermi-Dirac acquise lors de la phase d'équilibre. En effet, les neutrinos ne bénéficient plus d'aucun transfert d'entropie. Lorsque la température de l'Univers devient de l'ordre de la masse de l'électron, électrons et positrons s'annihilent presque en totalité en photons; ils n'ont plus assez d'énergie pour s'annihiler en une paire neutrino-antineutrino. De ce fait, la température du fond de photons reste légèrement plus élevée que celle du fond de neutrinos, de sorte que $T_\nu = (4/11)^{\frac{1}{3}}T_\gamma$.⁸ Ainsi, la densité d'énergie par famille de neutrinos à deux

⁸Après l'annihilation électron-positron, la densité numérique de photons se trouve augmentée d'un facteur 11/4. Ce facteur provient du rapport entre le nombre de degrés de liberté avant (2 états d'hélicité du photon

états de spin, pour des températures en-deçà du MeV, est donnée par :

$$\rho_\nu = \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{15} \left(\frac{4}{11} \right)^{\frac{4}{3}} T_\gamma^4$$

Alors, avec certaines hypothèses simplificatrices, et en supposant que les seules espèces relativistes qui peuplent l'Univers sont le photon et les trois familles de neutrinos connues, la densité d'énergie de l'Univers sous forme de rayonnement est donnée par :

$$\rho_r = \left[1 + 3 \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11} \right)^{\frac{4}{3}} \right] \rho_\gamma \quad (\text{III.3})$$

Cette relation n'est exacte que dans la limite d'un découplage instantané des neutrinos.

III.1.2 Variations de la densité d'énergie relativiste

Quelles seraient les conséquences d'une augmentation de la densité du rayonnement par rapport à la description standard précédente? Si de telles conséquences observationnelles existent, elles pourraient nous permettre de tester certaines propriétés non-standards des neutrinos, comme l'existence d'une famille de neutrinos stériles, une asymétrie neutrinos-antineutrinos, ou d'affiner le modèle de leur découplage. Par exemple, le fait que l'annihilation e^+e^- survienne très peu de temps après le découplage des neutrinos autorise un faible transfert d'entropie en leur faveur : le canal de désintégration $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}$ n'est pas totalement supprimé. Ceci a pour conséquences de distordre légèrement la distribution de Fermi-Dirac des neutrinos et d'augmenter faiblement le rapport T_ν/T_γ . Tous ces effets non-standards sont habituellement paramétrés par une seule quantité : le nombre effectif de familles de neutrinos relativistes, noté N_{eff} . Dès lors, la relation (III.3) devient :

$$\rho_r = \left[1 + N_{\text{eff}} \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11} \right)^{\frac{4}{3}} \right] \rho_\gamma \quad (\text{III.4})$$

Même dans le cas de trois familles de neutrinos, un calcul précis tenant compte à la fois de l'effet du découplage non-instantané et des corrections QED (voir par exemple [28]), conduit à la valeur $N_{\text{eff}} = 3.04$.

Ce paramètre est essentiellement contraint par la nucléosynthèse primordiale en comparant les valeurs prédites et observées des abondances primordiales des éléments légers. En effet, une augmentation de la densité des neutrinos accélérerait le taux d'expansion pendant l'ère de domination du rayonnement. Ainsi, les réactions nucléaires convertissant neutrons en protons seraient gelées plus tôt, de sorte que la fraction d'hélium observée se trouverait accrue. Les contraintes actuelles [17], obtenues en combinant les données de la nucléosynthèse et la valeur de la densité de baryons issue des résultats de WMAP, sont $N_{\text{eff}} = 2.6^{+0.4}_{-0.3}$ (95% C. L.), en accord avec la valeur standard.

Cependant, puisque la densité des neutrinos joue sur la dynamique de l'Univers, le paramètre N_{eff} devrait pouvoir être contraint par le CMB ou les grandes structures. Tout

+ 2 états de polarisation pour chacun des fermions e^+ et e^- , qui font 11/2) et après (seuls restent les photons) l'annihilation électron-positron. Ensuite, on utilise le fait que la densité numérique d'une espèce relativiste varie telle que $n \propto T^3$ pour déduire l'augmentation de température des photons par rapport aux neutrinos.

d'abord, à densité de matière constante, un taux d'expansion plus élevé, dû à la contribution des neutrinos, diminuerait la taille de l'horizon du son pour le fluide de photons et de baryons et par conséquent, l'échelle spatiale des oscillations acoustiques du CMB. Dans le spectre des fluctuations du CMB, cet effet se traduirait par un décalage des pics acoustiques vers les petites échelles. Par ailleurs, si la densité de radiation est accrue, cela retarderait le moment de l'égalité matière-rayonnement. Le découplage des photons interviendrait dans un Univers faiblement dominé par la matière, de sorte que les photons subiraient un fort effet Sachs-Wolfe intégré précoce⁹ au sortir de la surface de dernière diffusion. Cet effet augmenterait la hauteur du premier pic acoustique du spectre du CMB. Aussi, l'époque de domination de la matière étant retardée, il faut patienter plus longtemps avant de voir croître les perturbations déjà entrées dans l'horizon. Ainsi, l'amplitude du spectre de puissance de la matière se trouve diminuée.

Pourtant tous ces effets n'ont que de très faibles conséquences observationnelles accessibles aux expériences actuelles. La raison en est double. D'abord, les signatures de la densité des neutrinos sont dégénérées avec d'autres paramètres cosmologiques [7]. Par exemple, on peut garder le moment de l'égalité matière-rayonnement inchangé, même pour une densité de neutrinos augmentée, pour peu que l'on varie la densité de matière noire froide plus baryon en proportion. Par ailleurs, les signatures des variations de ρ_ν souffrent d'une *dégénérescence conforme* [5] : les intervalles de temps et de distances sont modifiés de façon similaire de sorte que les *redshifts* et les angles observés restent les mêmes. Finalement, les signatures non-dégénérées sont à rechercher dans les impacts gravitationnels des perturbations de densité du fond de neutrinos. Par exemple, Bashinsky et al. [5] trouvent que le fait que les neutrinos puissent s'échapper des perturbations de densité à des vitesses plus grandes que la vitesse du son dans le fluide de photons et baryons, cause un déphasage des oscillations acoustiques. Ensuite, ce déphasage se traduit par un décalage indépendant du multipôle $\Delta l \sim -4\Delta N_{\text{eff}}$ dans les spectres de température et de polarisation du CMB. Ceci explique pourquoi les contraintes sur N_{eff} fournies par le CMB et les grandes structures sont bien moins fortes que celles issues de la nucléosynthèse primordiale. Ainsi, en combinant les données de WMAP, celles d'autres expériences CMB et du sondage de galaxies *2dFGRS*, en fixant $\Omega = 1$ et en incluant la valeur du paramètre de Hubble fournie par HST [9], on obtient la contrainte $N_{\text{eff}} = 3.54^{+3.3}_{-2.1}$ (95% C. L.). Cependant, les mesures des spectres du CMB à hauts multipôles telles celles que fournira le satellite PLANCK, pourraient partiellement lever les dégénérescences sus-citées et ainsi, améliorer les contraintes sur N_{eff} . Par exemple, R. Bowen et al. [7] prévoient que PLANCK sera sensible à des ΔN_{eff} de l'ordre de 0.2.

III.1.3 Les neutrinos massifs

Dès les années 70, l'idée a été émise d'attribuer une masse aux neutrinos pour expliquer l'origine de la matière noire. En effet, alors que les neutrinos relativistes contribuent de manière infime à la densité totale de l'Univers ($\Omega_r \sim 5.6 \cdot 10^{-6}$ par famille de neutrinos), les neutrinos non-relativistes, même légers – par exemple, il suffit qu'ils aient une masse supérieure au millièème d'électron-Volt pour ne plus être relativistes aujourd'hui – peuvent avoir

⁹Le rayonnement est encore suffisamment prégnant pour perturber le potentiel gravitationnel. Ainsi si un photon traverse un puits de potentiel dont la croissance est freinée par l'effet du rayonnement, le bilan de l'énergie gagnée en tombant dans le puits et celle perdue à la remontée du puits sera positif.

une contribution non négligeable. Ainsi, pour des neutrinos non-relativistes, le paramètre de densité $\Omega_\nu = \rho_\nu/\rho_{\text{crit}}$ est proportionnel à la densité numérique de neutrinos. Il s'écrit :

$$\Omega_\nu = \frac{\sum_i m_{\nu_i}}{93.2 \text{ eV}} h^{-2}.$$

Ainsi, on trouve qu'une masse de l'ordre de la dizaine d'électrons-Volt par espèce de neutrinos suffirait à fermer l'Univers ! C'est la première contrainte (Gerstein et Zeldovitch [15]) imposée par la cosmologie sur l'échelle absolue de masse des neutrinos. Cependant, les neutrinos ne peuvent constituer la majeure partie de la matière noire de l'Univers (modèle HDM), puisqu'alors les grandes structures se formeraient par fragmentation des plus grandes pour donner les plus petites (scénario *top-down*), ce qui est observationnellement exclu. Plus encore, les données actuelles sur le CMB et les grandes structures sont compatibles avec $M_\nu = 0$. Puisqu'on sait d'après les mesures d'oscillation des neutrinos qu'au moins deux espèces possèdent une masse non-nulle, la question est de trouver la limite supérieure de masse autorisée par la cosmologie.

Dès lors, les neutrinos massifs doivent être pris en compte dans le bilan du contenu en énergie de l'Univers, ce qui revient à modifier en proportion l'ensemble ou certaines des contributions à la densité totale. Cependant, pour une masse des neutrinos de l'ordre de l'électron-Volt, leur contribution à la densité d'énergie n'est que marginalement détectable puisqu'elle affecte les observables cosmologiques de façon dégénérée avec les autres paramètres. En revanche, les neutrinos massifs laissent une signature bien identifiable dans les perturbations de densité de par leur effet de *free-streaming*.

Les neutrinos sont aveugles, insensibles à la gravité des perturbations de densité qu'ils parviennent à traverser pendant un temps de Hubble. Par analogie au formalisme de *Jeans*, une bonne évaluation de la taille caractéristique des plus grandes perturbations traversées est donnée par :

$$\lambda_{\text{fs}} \simeq v_\nu \sqrt{\pi/G\rho_m}.$$

La vitesse des neutrinos v_ν est de l'ordre de la vitesse de la lumière tant qu'ils restent dans le régime relativiste puis, une fois non-relativistes, elle représente la vitesse thermique des neutrinos ($v_\nu \simeq T_\nu/\rho_\nu$). Ainsi, les neutrinos ont tendance à s'échapper librement des fluctuations de densité dont la taille est telle que $\lambda \lesssim \lambda_{\text{fs}}$. Dès lors, tant qu'ils sont relativistes, leur longueur de *Jeans* étant très proche de rayon de Hubble, les neutrinos ne peuvent contribuer à la croissance des fluctuations de densité, puisqu'ils s'échappent de toutes celles entrées dans l'horizon. En revanche, une fois non-relativistes, les neutrinos participent, par effondrement gravitationnel, à la croissance des perturbations de densité pour peu qu'elles soient plus grandes que leur longueur de *Jeans*. Ils continuent à s'échapper et donc à affaiblir les perturbations dont l'échelle est en-deçà de cette limite. Ainsi, la signature des neutrinos massifs est liée au moment où ils deviennent non-relativistes, qui lui-même dépend de leur masse : plus une espèce de neutrinos est massive et plus sa transition non-relativiste surviendra tôt dans l'histoire de l'Univers. On distingue alors plusieurs intervalles de masse qui conduiront à des signatures différentes :

les neutrinos « lourds » : $m_\nu \gtrsim 0.3 \text{ eV}$

Pour laisser une empreinte dans le spectre de puissance primordial du CMB autre que celle résultant de la contribution Ω_ν au bilan énergétique de l'Univers, les neutrinos doivent

être suffisamment massifs pour que leur transition non-relativiste ait lieu avant le découplage des photons – c’est-à-dire qu’ils doivent posséder des masses au moins de l’ordre de la température de l’Univers au découplage $T_{\text{dec}} \sim 0.3 \text{ eV}$. Dans ce cas, les neutrinos commencent à contribuer au contenu matériel des perturbations plus grandes que leur longueur de *Jeans* parmi celles entrées dans l’horizon. Cela se traduit, dans le spectre de puissance, par un léger accroissement des pics acoustiques aux multipôles correspondants.

les neutrinos intermédiaires : $0.3 \text{ eV} < m_\nu \lesssim 10^{-3} \text{ eV}$

Si l’échelle de masse des neutrinos est inférieure à 0.3 eV , leur signature au sein des spectres angulaires du CMB provient uniquement de leur contribution Ω_ν à la densité d’énergie critique. A densité d’énergie totale fixée, cette contribution affecte soit la géométrie de l’Univers, soit le moment de l’égalité matière-rayonnement, soit encore celui de l’égalité matière-énergie noire. En revanche, le fait que les neutrinos passent à un régime non-relativiste durant la formation des grandes structures aura des répercussions dans le spectre de puissance linéaire de la matière. En effet, les neutrinos massifs laissent une signature caractéristique dans le spectre de la matière, qui consiste en un affaiblissement de toutes les échelles de structure en-deçà de l’échelle de *free-streaming* des neutrinos au moment de leur transition non-relativiste ($\lambda_{\text{fs}}(t_{\text{nr}})$). Cette échelle caractéristique est habituellement donnée en terme du nombre d’onde comobile¹⁰ [20] [9] :

$$k_{\text{nr}} = 0.026 \left(\frac{m_\nu}{1 \text{ eV}} \right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\Omega_m h^2} \text{ Mpc}^{-1} \quad (\text{III.5})$$

Seules les plus grandes structures, celles dont la taille dépassait déjà la longueur de *Jeans* à la transition non-relativiste, ne sont pas affectées par le *free-streaming* des neutrinos. Au contraire, les structures les plus affaiblies sont celles qui aujourd’hui encore, sont plus petites que la longueur de *Jeans*. Entre ceux deux extrêmes, s’inscrivent les structures telles que $k > k_{\text{nr}}$ qui ont ensuite grandi de sorte que les neutrinos ne puissent plus s’en échapper. Au final, l’impact des neutrinos massifs sur le spectre de la matière est résumé dans la figure III.3.

les neutrinos légers : $m_\nu < 10^{-3} \text{ eV}$

Les neutrinos dont la masse est inférieure ou de l’ordre du millièème d’électron-Volt sont encore dans le régime relativiste aujourd’hui. Ainsi, ils s’échappent de toute perturbation entrée dans le rayon de Hubble tout en contribuant de manière négligeable à la densité des perturbations super-Hubble. Cette masse constitue donc la limite inférieure des échelles de masse de neutrinos accessibles à la cosmologie. Cependant, les expériences de mesure d’oscillations de neutrinos atmosphériques [27] indiquent qu’au moins une espèce de neutrinos possède une masse (absolue) de l’ordre du centième d’électron-Volt.

Ainsi, grâce à la signature que les neutrinos impriment aux perturbations de densité de part leur effet de *free-streaming*, la cosmologie s’avère un puissant outil pour contraindre l’échelle absolue de masse des neutrinos en complément des expériences traditionnelles de

¹⁰ $k_{\text{nr}} = 2\pi/\lambda_{\text{fs}}(t_{\text{nr}})$, où l’on évalue λ_{fs} avec davantage de précision que par l’analogie de *Jeans*, en calculant l’intégrale : $\lambda_{\text{fs}} = \int_0^{t_{\text{nr}}} v_\nu(t)/a(t) dt$

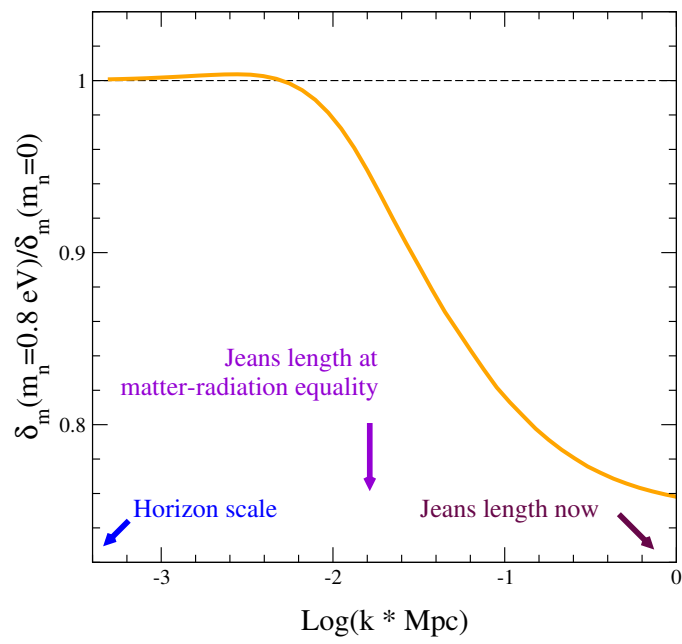


FIG. III.3: Rapport entre les contrastes de densité en présence d'une famille de neutrinos de masse $m_\nu = 0.8 \text{ eV}$ et sans neutrinos massifs (cette figure a été créée par M. Kaplinghat pour [4])

physique des neutrinos. Plus encore, elle sera capable, avec la génération d'expériences futures (voir le chapitre III.3), de contraindre la hiérarchie de masse des neutrinos.

La hiérarchie de masse

Les mesures des oscillations de neutrinos solaires et atmosphériques fournissent respectivement les écarts de masse entre les états propres de l'interaction faible ν_1 et ν_2 d'une part, et ν_2 et ν_3 . L'écart de masse entre les états ν_1 et ν_3 n'étant pas contraint, il reste une incertitude sur la hiérarchie de masse. En effet (voir figure III.4), on peut classer les neutrinos de deux façons différentes sur une échelle de masse : soit telle que $m(\nu_1) < m(\nu_2) < m(\nu_3)$ – on appelle cette possibilité *hiérarchie normale* – soit telle que $m(\nu_3) < m(\nu_1) < m(\nu_2)$ – dans une *hiérarchie inversée*.

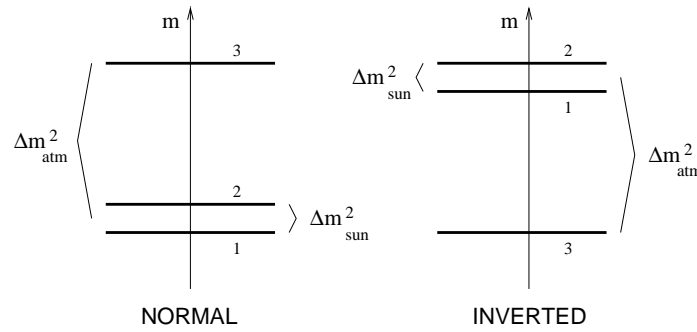


FIG. III.4: Les deux classements possibles des neutrinos sur l'échelle de masse : à gauche, la hiérarchie normale (NH), à droite, la hiérarchie inversée (IH). Cette figure est issue de [24].

En quoi cela modifiera-t-il la signature cosmologique des neutrinos massifs ? Puisque l'échelle de *free-streaming* (eq. III.5) des neutrinos dépend du moment de leur transition non-relativiste et donc de leur masse, la signature globale différera suivant la répartition de la densité d'énergie des neutrinos entre chaque famille. Par exemple, comparons le cas où une seule famille de neutrinos porte toute la masse, tandis que les deux autres sont de masse nulle ($3m_0, 0, 0$) et le cas où deux familles se partagent la masse ($\frac{3}{2}m_0, \frac{3}{2}m_0, 0$). Dans le premier cas, le neutrino lourd va subir sa transition non-relativiste plus tôt de sorte que son échelle de *free-streaming* sera plus petite que dans le second cas. Donc, à densité d'énergie des neutrinos fixée, l'affaiblissement des perturbations de densité concernera de plus petites échelles pour un seul neutrino massif que pour deux. Quant aux cas plus réalistes des hiérarchies normale et inverse, leur signature se rapproche davantage du scénario dégénéré où les trois familles de neutrinos se repartissent équitablement la masse (m_0, m_0, m_0) ; elle reste cependant observable. Ces effets sont résumés dans la figure III.5.

Pour conclure notre discussion sur les neutrinos massifs, le point important à retenir est que la cosmologie peut fournir des contraintes sur la masse des neutrinos dans l'intervalle 10^{-3} à 0.3 eV, c'est-à-dire en-deçà de la masse minimale que pourront atteindre les expériences de désintégration du tritium à venir (par exemple, l'expérience KATRIN pourra contraindre la masse des neutrinos jusqu'à $m_\nu < 0.35$ eV à 2σ). Dans cet intervalle de masse, la signature dominante est à rechercher au sein du spectre de puissance de la matière. Elle se présente sous la forme d'une coupure progressive des perturbations aux échelles

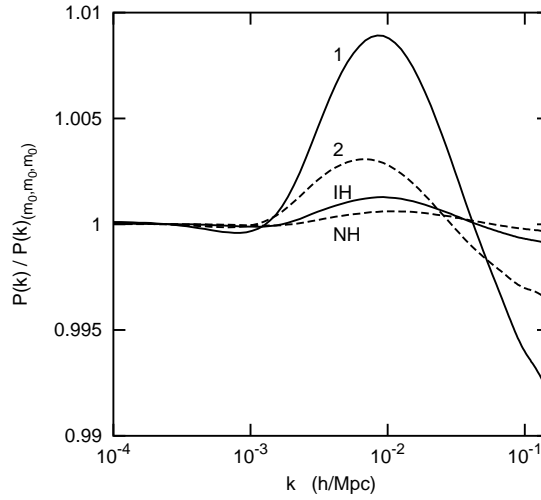


FIG. III.5: Comparaison des spectres de puissance de la matière obtenus pour différentes répartitions de la masse totale des neutrinos $\sum_{\nu} m_{\nu} = 0.12$ eV. Les quatre courbes correspondent aux cas à 1 et 2 états massifs et aux hiérarchie normale (NH) et inversée (IH), divisées à chaque fois par le spectre obtenu dans le cas dégénéré où les 3 états ont la même masse (m_0, m_0, m_0) où $m_0 = \sum_{\nu} m_{\nu}/3$. Cette figure, issue de [24], a été réalisée à partir d’une version modifiée de CMBFAST.

en-deça de l’échelle de *free-streaming* des neutrinos.

III.1.4 Quels sont les traceurs des neutrinos ?

Pour contraindre efficacement les masses de neutrino, la stratégie communément adoptée consiste à combiner les données d’expériences CMB avec celles d’un traceur des grandes structures. Le spectre linéaire de la matière impose une contrainte sur la masse des neutrinos, tandis que les spectres primordiaux du CMB contraignent tous les autres paramètres cosmologiques et ainsi lèvent les dégénérescences. Les spectres du CMB nous sont fournis par diverses expériences récentes de mesure du fond diffus, notamment l’association de WMAP¹¹, CBI¹² et ACBAR¹³. On peut également considérer ces spectres tels qu’ils seront mesurés par des expériences à venir telles PLANCK ou, à plus longue échéance un projet du type *Inflation Probe* (voir au chapitre I, §I.2). Quant au spectre de puissance de la matière, il existe de multiples méthodes pour le mesurer via différents traceurs des grandes structures. Dans la suite, on discutera brièvement les avantages et les limites de certaines d’entre elles.¹⁴

La méthode la plus utilisée et la plus performante à ce jour est basée sur les données des grands sondages de galaxies, tels 2dFGRS¹⁵ et SDSS¹⁶. À partir de mesures photométriques et spectrométriques simultanées, ils fournissent des catalogues de *redshifts* de galaxies, utilisées comme traceurs de la matière sous-jacente. Donc, à partir de ces catalogues et en se

¹¹voir la page web du *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* : <http://map.gsfc.nasa.gov/index.html>

¹²page web du *Cosmic Background Imager* : <http://www.astro.caltech.edu/~tjp/CBI/>

¹³page web du *Arcminute Cosmology Bolometer Array* : <http://cosmology.berkeley.edu/group/swlh/acbar/>

¹⁴Pour une revue plus détaillée des méthodes existantes ou envisagées, le lecteur pourra se référer à l’article récent de Elgarøy et Lahav [11]

¹⁵page web du *2 Degrees Field Galaxy Redshift Survey* : <http://www.mso.anu.edu.au/2dFGRS/>

¹⁶page web du *Sloan Digital Sky Survey* : <http://www.sdss.org/>

donnant un modèle de répartition des galaxies au sein des grandes structures, on extrait le spectre de puissance de la matière. Les contraintes sur la masse des neutrinos imposées par une combinaison des données du CMB et des catalogues de 2dF ou SDSS ont été largement étudiées récemment – [3], [9], [40] par exemple. Suivant le détail des données et des *a priori* sur les paramètres cosmologiques inclus dans leur analyse, les auteurs parviennent à une limite supérieure de la masse des neutrinos $\sum_{\nu} m_{\nu}$ entre 0.75 et 1.7 eV (2σ). Ces résultats constituent les meilleures contraintes actuelles sur la masse des neutrinos. Cependant, à plus long terme, cette méthode sera limitée par ses erreurs systématiques. Celles-ci proviennent tout d’abord, de l’incertitude sur le *biais* : la fonction qui relie la distribution des galaxies à celle de la matière totale des grandes structures. Mais elles viennent aussi de la complexité de l’analyse des données : effet de sélection, distortion dans l’espace des *redshifts*, etc.

Le spectre de puissance de la matière peut être également extrait à partir des forêts Lyman α . Cette fois, ce sont les nuages d’hydrogène atomique qui jouent le rôle de traceurs des grandes structures. A la traversée de tels nuages, la lumière issue des quasars d’arrière-plan est absorbée à la longueur d’onde de la transition Lyman α . L’étude du décalage spectral de cette raie d’absorption fournit une mesure du *redshift* des nuages traversés tout au long de la ligne de visée du quasar. On obtient de cette façon des cartes en 3D des nuages d’hydrogène ; toujours avec l’hypothèse que ceux-ci sont révélateurs de la matière sous-jacente, on mesure le spectre de puissance des grandes structures à partir de ces cartes. Ainsi, les analyses précédentes combinant CMB et catalogues de galaxies peuvent être améliorées en prenant en compte les forêts Lyman α . La limite supérieure de masse des neutrinos se situe alors – suivant le détail de la méthode d’analyse – dans l’intervalle 0.71 à 0.42 eV (2σ) – voir [36] et [33] par exemple. La méthode des forêts Lyman α permet un sondage des structures à plus haut décalage vers le rouge que les catalogues de galaxies et donc d’accéder à des échelles du spectre de puissance de la matière plus sensibles à la masse des neutrinos ($k \sim 1h \text{ Mpc}^{-1}$). Cela constitue un avantage intéressant de cette méthode ; cependant elle souffre des mêmes incertitudes sur le biais que les catalogues de galaxies, avec en plus, des erreurs systématiques moins bien connues.

Les deux traceurs précédents sont entachés de l’incertitude sur la manière dont la matière lumineuse suit la matière noire au sein des grandes structures. Cependant, nous disposons d’un autre moyen d’accéder à la distribution de la matière : l’étude de ses effets gravitationnels. Ainsi, l’effet de lentille faible induit par les grandes structures nous fournit deux traceurs non-biaisés : le cisaillement cosmologique et l’effet de lentille du CMB.

Le potentiel gravitationnel des grandes structures perturbe la lumière des galaxies et en crée des images cisailées, étirées. Ainsi, des mesures de corrélation de l’ellipticité des galaxies, on peut déduire le potentiel gravitationnel sur la ligne de visée. Plus encore, les grandes expériences programmées – [21], [37] par exemple – prévoient de mesurer le décalage vers le rouge de chaque galaxie-source, de sorte que l’on puisse extraire un spectre de puissance de la matière pour chaque « tranche » d’Univers autour d’un *redshift* donné. Cette méthode de tomographie permettrait de suivre l’évolution de la formation des structures. Elle semble très prometteuse pour contraindre la masse des neutrinos. Par exemple, Song et Knox [35] prévoient que la combinaison des données de PLANCK et d’un sondage tomographique sur tout le ciel serait sensible à des masses de neutrinos de l’ordre de 0.06 eV, la limite inférieure de masse imposée par les expériences d’oscillations atmosphériques. Cette méthode très récemment validée – les premières détections de cisaillement dû aux grandes structures datent de 2000 – n’en est qu’à ses balbutiements et nécessitera des développements

technologiques et des études poussées des systématiques avant de s'avérer fructueuse.

Le potentiel gravitationnel des grandes structures perturbe également les photons du fond diffus. Observationnellement, cet effet de lentille se traduit par de petits déplacements au sein du motif dessiné sur le ciel par les anisotropies et la polarisation du CMB. Ces déplacements dépendent du potentiel gravitationnel sous-jacent, intégré sur toute la ligne de visée. De plus, ils engendrent de nouvelles corrélations spécifiques au sein des observables du CMB. Ainsi, c'est par l'étude de ces corrélations que l'on extrait le spectre de puissance du potentiel des grandes structures (voir le chapitre IV consacré à ce sujet). Puisque la source se situe à la surface de dernière diffusion ($z \sim 1000$), cette méthode permet de sonder les grandes structures de très haut *redshift*, alors que les échelles de perturbations qui portent la signature la plus claire de la masse des neutrinos ($k \sim 10$ à $100h \text{ Mpc}^{-1}$) se trouvaient encore dans un régime linéaire de croissance. Ainsi, le CMB s'avère un outil autonome et spécialement adapté pour contraindre la masse des neutrinos : le spectre de la matière est d'abord estimé à partir des données du CMB, puis une fois nettoyées de l'effet de lentille, celles-ci sont réutilisées pour la mesure des spectres primordiaux du CMB. Par exemple, Kaplinghat et al. [22] prévoient que PLANCK seul aura une sensibilité de $\sigma(\sum_{\nu} m_{\nu}) = 0.15 \text{ eV}$ sur la masse des neutrinos, tandis qu'une expérience du type de CMBPol aurait une sensibilité suffisante pour atteindre la limite inférieure de masse des neutrinos $\sqrt{\Delta m_{atm}^2}$.

Ainsi, une telle méthode s'avère d'autant plus performante que les observables de polarisation du CMB sont mesurées avec plus de précision. En effet, si l'effet de lentille qu'impriment les grandes structures sur les anisotropies du CMB reste un effet faible, en revanche, il en va différemment pour la polarisation. Pour le comprendre, on rappelle que l'on distingue deux observables de polarisation selon les propriétés de parité des motifs que dessine sur le ciel la direction de la polarisation en chaque point. On a ainsi un mode paire de polarisation, appelé mode E et un mode impair, le mode B. Le spectre de ce dernier n'a encore jamais été détecté ; son amplitude n'est pas contrainte par le modèle actuel de la cosmologie – puisqu'elle dépend de l'échelle d'énergie à la fin de l'inflation – mais elle se trouve bien en-deçà de l'amplitude du spectre du mode E de polarisation. Aussi, puisque l'une des conséquences de l'effet de lentille est de perturber le motif des directions de polarisation sur le ciel, il en résulte un faible mélange des modes E et B de polarisation. Si, de même que pour la température des anisotropies, l'effet reste faible pour le mode E, en revanche, une fuite du mode E vers le mode B génère une importante contribution secondaire au mode B. Ces modes B secondaires, résultant de la perturbation de mode E primordiaux, sont du même ordre de grandeur voire dépassent les modes B primordiaux, générés à la surface de dernière diffusion. Via ces modes B secondaires, de nouvelles corrélations existent entre mode E et mode B, uniquement dues à l'effet de lentille. Ainsi, l'étude de telles corrélations s'avère un outil puissant d'extraction du potentiel gravitationnel sous-jacent et par là même, un traceur efficace de la signature de la masse des neutrinos.

Aussi, à l'instar de Kaplinghat et al., nous adoptons le CMB seul comme laboratoire pour contraindre la masse des neutrinos. Notre étude s'inscrit dans un approfondissement de leurs travaux. Notamment, elle se distingue par notre effort pour adopter des hypothèses réalistes dans le traitement des observables du CMB. Par ailleurs, elle est motivée par l'émergence de nombre d'expériences CMB, dont les performances permettent d'atteindre le spectre des modes B secondaires – ce sont par exemple, QUaD, CLOVER à court terme, PLANCK à échéance $\lesssim 5$ ans, ou le concept *Inflation Probe* dans un futur plus lointain. Dans la

partie suivante, nous décrivons les outils – ce sont ceux de l’analyse de Fisher – et les hypothèses physiques adoptées afin d’extraire les contraintes que les expériences à venir nous permettront d’imposer sur l’échelle de masse des neutrinos.

III.2 L’analyse de Fisher

Dans cette partie, nous décrivons le formalisme nous permettant d’évaluer la sensibilité à la masse des neutrinos de diverses expériences futures. En particulier, nous détaillons le cheminement qui nous a conduit vers une modélisation réaliste du problème. Après avoir présenté l’analyse de Fisher appliquée aux observables du CMB, nous décrivons la manière dont nous avons intégré l’effet de lentille dans le formalisme. Pour cela, nous avons adopté des hypothèses simplificatrices que nous nous attachons à motiver et justifier. Enfin, nous étudions la prise en compte dans le modèle de bruits plus complexes, tels les contributions des émissions d’avant-plan.

III.2.1 Modélisation des données du CMB

Les équipes travaillant sur les expériences CMB réalisent une première étape de compression de données, nécessitant une bonne connaissance de l’instrument, qui consiste à produire des cartes du ciel à partir du signal temporel du détecteur. Ainsi, ce sont ces cartes de température et de polarisation des anisotropies du CMB qui sont mises à disposition de la communauté scientifique. Elles contiennent toute l’information cosmologique mesurée par l’instrument, auquel se superposent divers bruits – issus des algorithmes de traitement de données, de l’instrument ou de contaminants d’origine astrophysique. Ainsi, dans l’hypothèse d’un traitement optimal des données, d’une soustraction idéale de tout avant-plan, on modélise une observation dans la direction \hat{n} par :

$$y(\hat{n}) = \mathcal{B}(\hat{n}) * s(\hat{n}) + b(\hat{n})$$

Le signal $s(\hat{n})$ est convolué au lobe de l’instrument $\mathcal{B}(\hat{n})$, c’est-à-dire à sa fonction de réponse en amplitude. On suppose le lobe symétrique autour de la direction de pointage \hat{n} et de forme gaussienne. Il est caractérisé par la donnée de la largeur à mi-hauteur de la gaussienne θ_{FWHM} , correspondant physiquement à l’angle d’incidence du signal pour lequel l’efficacité de détection est deux fois moindre qu’au maximum. Par ailleurs, un bruit d’origine instrumental $b(\hat{n})$ se superpose au signal. On suppose ce bruit blanc, isotrope et non corrélé au signal, d’amplitude donnée par :

$$b(\hat{n}) = \sqrt{\Omega_{pix} \sigma_{pix}^x} \quad (\text{III.6})$$

On a noté Ω_{pix} l’angle solide par élément de résolution angulaire. On l’évalue simplement comme $\Omega_{pix} = \theta_{\text{FWHM}}^2$. Quant à σ_{pix}^x , c’est la déviation standard du bruit par élément de résolution lors d’une mesure de la quantité x . Ce bruit par ”pixel” dépend de la conception de l’expérience CMB considérée, puisqu’il se calcule en combinant de manière quadratique, les bruits de chacun de ses détecteurs individuels. Pour un détecteur, le bruit de pixel est défini comme le rapport de sa sensibilité sur la racine du temps d’intégration par pixel (voir l’expression III.6, donnée au chapitre II). Le calcul du bruit de pixel global pour une quantité mesurée donnée (température ou polarisation) peut s’avérer un point délicat.

Par exemple, si on considère l'instrument PLANCK-HFI, on dispose de deux manières de mesurer la température : soit avec un bolomètre, soit en combinant les mesures des deux PSB (*Polarization Sensitive Bolometers*) au sein d'un même cornet. Dans le premier cas, on a directement $\sigma_{pix}^T = \sigma_{pix}$, où l'on note σ_{pix} , la moyenne quadratique des rms du bruit de chaque bolomètre. En revanche, dans le deuxième cas, les bruits de chacun des PSB se moyennent de sorte que l'on a :

$$\sigma_{pix}^T = \frac{\sigma_{pix}}{\sqrt{2}}$$

Une mesure de la polarisation requiert de combiner les mesures issues d'une paire de PSB : comme précédemment, la rms du bruit est divisée par un facteur $\sqrt{2}$. Mais puisque l'axe de polarisation du PSB n'est pas forcément aligné avec la direction de polarisation du signal, une fraction seulement du signal incident est mesurée par chacun des PSB. En moyenne sur un ensemble de mesures, un PSB n'a accès qu'à la moitié du signal polarisé incident. Le bruit en est augmenté d'un facteur $\sqrt{2}$. Ainsi, finalement, on a : $\sigma_{pix}^P = \sigma_{pix}$. Dès lors, pour les PSB, on retrouve la relation bien connue, $\sigma_{pix}^T = \sigma_{pix}^P / \sqrt{2}$.

Avant de procéder à l'estimation des paramètres cosmologiques, on opère une compression des données : on développe les cartes de température et de polarisation en harmoniques sphériques et harmoniques sphériques de spin 2 pour ne travailler qu'avec les coefficients de Fourier.

$$\begin{aligned} \Delta T(\hat{n}) &= \Sigma_{lm} a_{lm}^T Y_l^m(\hat{n}) \\ (Q + iU)(\hat{n}) &= \Sigma_{lm} \tilde{Q}_{lm} {}_2Y_l^m(\hat{n}) \\ (Q - iU)(\hat{n}) &= \Sigma_{lm} \tilde{U}_{lm} {}_{-2}Y_l^m(\hat{n}) \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

où l'on a noté \tilde{Q}_{lm} et \tilde{U}_{lm} les coefficients de la décomposition en harmoniques de spin 2 et -2 respectivement. On combine les $(Q \pm iU)$ pour former deux quantités scalaires, le mode E pair et le mode B impair :

$$\begin{aligned} E(\hat{n}) &= \Sigma_{lm} a_{lm}^E Y_l^m(\hat{n}), \text{ où } a_{lm}^E = -\frac{\tilde{Q}_{lm} + \tilde{U}_{lm}}{2} \\ B(\hat{n}) &= \Sigma_{lm} a_{lm}^B Y_l^m(\hat{n}), \text{ où } a_{lm}^B = i\frac{\tilde{Q}_{lm} - \tilde{U}_{lm}}{2} \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

Dès lors, les données dans l'espace de Fourier se réécrivent :

$$y_{lm}^P = \mathcal{B}_l s_{lm}^P + b_{lm}^P, \text{ où } P = \{T, E, B\}$$

La fonction \mathcal{B}_l est la transformée en harmoniques sphériques du lobe gaussien. Une bonne approximation est fournie par l'expression :

$$\mathcal{B}_l \sim \exp[-l(l+1)\sigma_B^2/2], \text{ où } \sigma_B = \theta_{\text{FWHM}}/2\sqrt{2\ln 2}. \quad (\text{III.9})$$

Finalement, il devient simple de déconvoluer les données de l'effet de lobe. On obtient :

$$a_{lm}^P \equiv \mathcal{B}_l^{-1} y_{lm}^P = s_{lm}^P + n_{lm}^P$$

où l'on a introduit les notations a_{lm}^P , avec $P = \{T, E, B\}$, pour les coefficients de fourier des données corrigées de l'effet du lobe, et $n_{lm}^P \equiv \mathcal{B}_l^{-1} b_{lm}^P$, les coefficients de Fourier des

effets instrumentaux (lobe + bruit blanc). Enfin, on note que cette étape de compression de données peut se faire de manière optimale, c'est-à-dire, sans introduire de biais et sans perte d'information cosmologique (voir par exemple [38]). Dès lors, on peut estimer les paramètres cosmologiques directement sur les coefficients de Fourier précédemment définis, sans perte de précision ni introduction d'erreurs. Pour cela, on applique une analyse de Fisher, dont on explique le mécanisme dans la partie suivante.

III.2.2 Définition de la matrice de Fisher

L'estimation de paramètres

Posons d'abord le problème, en s'inspirant des notations adoptées dans Tegmark et al. [41]. On considère un jeu de données x_i avec $i = \{1, \dots, n\}$, rangées dans un vecteur \vec{x} . Ces données sont envisagées comme des variables aléatoires dépendant de paramètres θ_j , $j = \{1, \dots, m\}$, selon une distribution de probabilité connue $L(\vec{x}; \vec{\theta})$. Dès lors, on cherche à construire le meilleur estimateur possible des paramètres à partir des données. Pour cela, le critère consiste à vérifier les propriétés suivantes :

- il est non-biaisé : ce qui signifie que si on moyenne, sur une infinité de jeux de données, les paramètres estimés, on trouve les vraies valeurs de ces paramètres. On le traduit par : $\langle \hat{\vec{\theta}} \rangle = \vec{\theta}$, où les $\hat{\theta}_i$ sont les paramètres estimés et les θ_i les vrais.
- il donne les plus petites barres d'erreur possibles : autrement dit, les erreurs sur les paramètres, $\Delta\theta_i = \sqrt{\langle \theta_i^2 \rangle - \langle \theta_i \rangle^2}$, sont minimales.

Les théorèmes de Cramer-Rao nous indiquent que l'estimateur recherché est celui du *maximum de vraisemblance*, donnant des barres d'erreur sur les paramètres telles que :

$$\Delta\theta_i \geq \sqrt{(F^{-1})_{ii}}$$

où l'on a introduit la matrice F , appelée *matrice de Fisher*, d'après les travaux de R. A. Fisher (voir par exemple [12]). Elle est définie par :

$$F_{ij} = - \left\langle \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right\rangle \quad (\text{III.10})$$

où la quantité $\mathcal{L} = -\ln L$ est appelée la fonction de vraisemblance. Ainsi, la matrice de Fisher donne une indication de la courbure, dans l'espace des paramètres, de la fonction de vraisemblance autour de son maximum. Elle contient toute l'information sur les paramètres disponibles dans les données. Elle donne une limite de la précision de l'estimation qu'il est possible d'atteindre. Plus intuitivement, elle indique la « rapidité » avec laquelle un estimateur va pouvoir converger vers les vraies valeurs des paramètres.

Le cas des variables gaussiennes

Nous donnons l'expression de la matrice de Fisher, dans le cas courant où les données suivent une loi de probabilité gaussienne. Ainsi, si les x_i sont des variables gaussiennes, leur distribution de probabilité s'écrit :

$$L(\vec{x}; \vec{\theta}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{|C|}} e^{-\frac{1}{2} \vec{x}^t C^{-1} \vec{x}}$$

où C est la matrice de covariance des données : $C = \langle \vec{x}\vec{x}^t \rangle$. On peut alors calculer la matrice de Fisher à partir de sa définition (eq. III.10). On obtient :

$$F_{ij} = \frac{1}{2} \text{Trace} \left[C^{-1} \frac{\partial C}{\partial \theta_i} C^{-1} \frac{\partial C}{\partial \theta_j} \right],$$

dans le cas où les variables gaussiennes qui constituent les données sont de moyenne nulle : i.e $\langle \vec{x} \rangle = 0$. La dérivation de ce calcul est bien connue ; on la trouvera, de manière détaillée, dans l'article de M. Tegmark et al. [41] par exemple.

III.2.3 La matrice de Fisher pour le CMB

On dispose, dès lors, d'une modélisation des données qui nous intéressent et d'un formalisme d'extraction des paramètres à partir des données. Ainsi, il nous suffit d'appliquer ce qui précède pour retrouver l'expression de la matrice de Fisher du CMB. Tout d'abord, on explicite les diverses quantités intervenant dans le calcul. Ainsi, le vecteur des données est $\vec{x} = (\vec{a}^T, \vec{a}^E, \vec{a}^B)$, où les \vec{a}^P , $P = \{T, E, B\}$ contiennent tous les $\{a_{lm}^P\}$. Quant à leur matrice de covariance $C = \langle \vec{a}\vec{a}^t \rangle$, elle se calcule en utilisant les propriétés statistiques du CMB ainsi que celles des effets instrumentaux découlant des hypothèses adoptées (gaussianité + isotropie). Ainsi, on a, pour les auto-spectres, c'est-à-dire, les termes corrélant une observable à elle-même :

$$\begin{aligned} \langle a_{lm}^P a_{l'm'}^{P*} \rangle &= \langle s_{lm}^P s_{l'm'}^{P*} \rangle + \langle n_{lm}^P n_{l'm'}^{P*} \rangle + \langle s_{lm}^P n_{l'm'}^{P*} \rangle + \langle n_{lm}^P s_{l'm'}^{P*} \rangle \\ \langle a_{lm}^P a_{l'm'}^{P*} \rangle &= C_l^P \delta_{ll'} \delta_{mm'} + N_l^P \delta_{ll'} \delta_{mm'} \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

où les termes qui corrélaient signal et bruit instrumental s'annulent, puisque le bruit est supposé indépendant du signal. Par ailleurs, on a défini les spectres du bruit, s'exprimant d'après (eq. III.9) et (eq. III.6), tels que :

$$N_l^P \equiv \theta_{fwhm}^2 \sigma_P^2 \exp \left[l(l+1) \frac{\theta_{fwhm}^2}{8 \ln 2} \right]$$

avec σ_P , la rms du bruit de l'instrument, telle que $\sigma_E^2 = \sigma_B^2 = 2\sigma_T^2$ (voir la discussion §III.2.1). Quant aux spectres croisés – termes corrélant deux observables du CMB différentes – seul le terme de corrélation TE est non nul :

$$\langle a_{lm}^T a_{l'm'}^{E*} \rangle = C_l^X \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

En effet, tous les termes impliquant le bruit disparaissent, puisque les bruits sont supposés indépendants d'un détecteur à l'autre.

Ces relations statistiques nous garantissent l'inexistence de corrélation entre modes de Fourier différents. Pour chacun des modes l , la matrice de covariance s'écrit :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_l^T + N_l^T & C_l^X & 0 \\ C_l^X & C_l^E + N_l^E & 0 \\ 0 & 0 & C_l^B + N_l^B \end{pmatrix} \quad (\text{III.12})$$

Finalement, tout est réuni pour calculer la matrice de Fisher avec la formule générale :

$$F_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{l_{min}}^{l_{max}} (2l+1) f_{sky} \text{Trace} \left[\mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \theta_i} \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \theta_j} \right] \quad (\text{III.13})$$

Le coefficient $(2l+1)f_{sky}$, où f_{sky} est la portion de ciel observée, compte le nombre de modes indépendants pour un multipôle l donné. Quant aux bornes de la sommation, elles sont imposées par les caractéristiques de l'expérience considérée. Le plus petit multipôle accessible est fixé par la taille de la zone de ciel observé (pour une approximation grossière : $l_{min} \sim \pi/\sqrt{4\pi f_{sky}}$), tandis que le plus grand dépend de la résolution angulaire des détecteurs (de même, on évalue $l_{max} \sim \pi/\theta_{fwhm}$). C'est là, la formule donnée dans l'article de W. Hu [19], tandis que les étapes du calcul qui y conduit, sont détaillées dans Zaldarriaga et al. [43].

Cependant, la matrice de Fisher du CMB est plus généralement donnée sous une forme plus compacte, dans laquelle apparaît la matrice de covariance des spectres. Par exemple, D. J. Eisenstein et al. [10] écrivent :

$$F_{ij} = \sum_l \sum_{P,Q} \frac{\partial C_l^P}{\partial \theta_i} (Cov_l)^{-1}_{PQ} \frac{\partial C_l^Q}{\partial \theta_j} \quad (\text{III.14})$$

où $P, Q = \{T, E, B, X\}$. La matrice de covariance des spectres, notée Cov_l , est telle que :

$$Cov_l = \frac{2}{(2l+1)f_{sky}} \begin{pmatrix} (\bar{C}_l^T)^2 & (\bar{C}_l^X)^2 & \bar{C}_l^X \bar{C}_l^T & 0 \\ (\bar{C}_l^X)^2 & (\bar{C}_l^E)^2 & \bar{C}_l^X \bar{C}_l^E & 0 \\ \bar{C}_l^X \bar{C}_l^T & \bar{C}_l^X \bar{C}_l^E & \frac{1}{2}[(\bar{C}_l^X)^2 + \bar{C}_l^T \bar{C}_l^E] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\bar{C}_l^B)^2 \end{pmatrix}$$

où les spectres \bar{C}_l^Y , $Y = \{T, E, B, X\}$, sont les spectres observés réunissant les contributions du signal et du bruit. Ils sont définis par $\bar{C}_l^Y = C_l^Y + N_l^Y$. Dans ce qui suit, on va simplement donner quelques indications pour le passage de l'écriture de la matrice de Fisher impliquant le calcul de la trace d'un produit de quatre matrices (éq. C.14), et l'expression ci-dessus (éq. III.14). Ces remarques nous seront utiles par la suite, pour introduire les complications, dans la matrice de Fisher du CMB, qui nous permettrons de l'adapter à notre étude.

Cas des données de température seules

Avant de compliquer le problème, reprenons-le dans un cas plus simple. Pour cela, on restreint l'estimation de paramètres précédemment décrite, en ne considérant que les observables de température du CMB. Alors, le vecteur des données \vec{x} est réduit aux coefficients de Fourier de la carte de température seule ; la matrice de covariance des données $\mathbf{C} = \langle \vec{a} \vec{a}^t \rangle$ est diagonale et vaut $\mathbf{C}_{lm'l'm'} = (C_l^T + N_l^T) \delta_{ll'} \delta_{mm'}$. Finalement, si on injecte cette dernière relation dans (éq. C.14), alors la matrice de Fisher devient :

$$F_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{l=2}^{l_{max}} (2l+1)f_{sky} \frac{\partial C_l^T}{\partial \theta_i} (C_l^T + N_l^T)^{-2} \frac{\partial C_l^T}{\partial \theta_j}$$

On retrouve directement l'expression recherchée (éq. III.14), pour peu que l'on écrive $Cov_l = \frac{2}{(2l+1)f_{sky}} (C_l^T + N_l^T)^2$.

Analyse conjointe de la température et de la polarisation

Si on réintroduit les données de polarisation dans l'analyse, la comparaison entre les deux expressions est moins immédiate. Essentiellement, il s'agit de développer la trace dans (équ. C.14) puis de regrouper le résultat sous la forme des dix termes de la matrice symétrique $(Cov)^{-1}$. Après inversion de cette dernière, on vérifie que l'on retrouve bien l'expression (équ. III.14) à partir de la forme (équ. C.14) de la matrice de Fisher. Ces deux écritures sont donc équivalentes.

III.2.4 Introduction de l'effet de lentille du CMB.

Dans tout ce qui précède, l'effet de lentille des grandes structures sur les observables du CMB est négligé : les coefficients de Fourier considérés sont ceux des observables primordiales, non-lentillées. Cette hypothèse est très simplificatrice. En effet, l'effet de lentille a comme conséquence l'introduction de corrélations d'une part, entre coefficients de Fourier $\{a_{lm}^X\}$ d'une même observable X à différentes échelles angulaires et d'autre part, entre modes E et B . De sorte que même si l'on se restreint aux seules données de température, la matrice de corrélation des données \mathbf{C} présente des termes hors-diagonaux issus des corrélations non nulles entre a_{lm}^T à différents multipôles. Si on prend en compte la polarisation, la matrice de corrélation à un multipôle l donné \mathbf{C}_l fait aussi apparaître des complications supplémentaires : par exemple le terme de corrélation entre a_{lm}^E et a_{lm}^B n'est plus nul. Ainsi, le calcul exact de la matrice de Fisher, en vue de prendre en compte l'effet de lentille, est rarement l'option adoptée, puisque la taille et la complexité des matrices apparaissant dans le calcul devient rapidement rédhibitoire. C'est pourquoi, il nous faut trouver une expression approchée de la matrice de Fisher qui n'ait pas pour conséquence une sous-estimation – ni une trop grande sur-estimation – des erreurs sur les paramètres. Cependant, afin de se forger une intuition des hypothèses qu'il convient d'adopter, la méthode la plus sûre consiste à amorcer le calcul exact pour évaluer l'ordre de grandeur des diverses complexifications introduites par l'effet de lentille. Plus précisément, il nous faut calculer la matrice de covariance des spectres lentillés, sans hypothèse simplificatrice, dans l'espoir de dégager une hiérarchie au sein des termes dus à l'effet de lentille. Ainsi, les termes dont la contribution est la plus faible, pourront être négligés.

La matrice de covariance des spectres lentillés

Ce calcul, nécessaire mais particulièrement fastidieux, a été mené à bien par J. Rocher dans le cadre de sa thèse de doctorat [30], épaulé par K. Benabed. Dès lors, il devient hors-de-propos de le détailler ici ; nous nous contenterons d'en utiliser les conclusions. Aussi, nous invitons le lecteur à se reporter d'une part, au chapitre IV, consacré à la description de l'effet de lentille et de son estimation, et surtout au manuscrit de J. Rocher [30]. Toutefois, posons le problème.

Les données qu'il nous faut considérer sont les coefficients de Fourier des observables lentillées, c'est-à-dire l'ensemble des $\{\tilde{a}_{lm}^T, \tilde{a}_{lm}^E, \tilde{a}_{lm}^B\}$, où les quantités lentillées sont coiffées du superscript \sim . Par ailleurs, l'effet de lentille sur le CMB dépend du potentiel gravitationnel des grandes structures sous-jacentes, intégré sur la ligne de visée. Puisque ce sont des struc-

tures encore dans leur régime linéaire de croissance, qui impriment l'effet le plus important, on fait l'hypothèse que ce potentiel projeté, noté ϕ , est un champ gaussien et de surcroît, de moyenne nulle. L'effet de lentille du CMB reste un effet faible, aussi peut-on réécrire les coefficients lentillés sous la forme d'un développement de Taylor suivant le potentiel projeté :

$$\tilde{a}_{lm}^P = \sum_{i=0}^n (\tilde{a}_{lm}^P)^{(i)}$$

où l'indice donne l'ordre en ϕ du terme considéré. Le terme d'ordre zéro correspond aux coefficients de Fourier des observables primordiales (non-lentillées). Les termes suivants¹⁷ font intervenir à la fois les observables primordiales et des puissances des coefficients de Fourier du potentiel projeté. Ces quelques indications suffisent pour appréhender la complexité du calcul de la matrice de covariance des spectres. En effet, chacun de ces éléments résulte du calcul de la corrélation de quatre coefficients de Fourier du CMB, noté symboliquement $\langle a_{lm}^P a_{lm}^{P'} a_{lm}^Q a_{lm}^{Q'} \rangle$. Si les a_{lm} considérés se rapportent aux observables primordiales du CMB, ces moments à quatre points se calculent comme des produits de moments à deux points (d'après le théorème de Wick). On le vérifie bien dans l'expression III.14 donnée précédemment. En revanche, les coefficients de Fourier des observables lentillées ne sont plus de simples variables gaussiennes. Ainsi, le calcul des corrélateurs à quatre points, en sus des produits de spectre de puissance, fait intervenir le trispectre des quatre observables impliquées (pour un exemple d'un tel calcul on pourra se reporter en annexe A.3).

Nous n'irons pas plus loin dans le détail du calcul, puisque les résultats obtenus par J. Rocher et K. Benabed indiquent que ces termes non-triviaux, résultant de l'introduction de l'effet de lentille peuvent tous être négligés (en comparaison des termes de bruits instrumentaux, par exemple). Cette conclusion nous permet de supposer les champs \tilde{a}_{lm}^P comme gaussiens et ainsi, de se limiter aux termes sous forme de produits de spectres dans la matrice de covariance des spectres.

Dès lors, il nous faut trouver une méthode afin de tirer parti de l'information sur les grandes structures que recèle l'effet de lentille. Pour cela, nous adoptons comme point de départ l'approche proposée par Kaplinghat et al. [22].

Hypothèse de soustraction idéale de l'effet de lentille.

Nous décrivons ici, la démarche adoptée par Kaplinghat et al., en vue d'introduire les informations fournies par l'effet de lentille sur le CMB. A partir des données lentillées du CMB, on suppose que l'on est capable de réaliser une estimation idéale de l'effet de lentille, de sorte que l'on dispose, à l'issue d'un tel processus, d'une part, des observables du CMB primordiales, parfaitement nettoyées de l'effet de lentille, et d'autre part, d'une estimation du potentiel gravitationnel projeté. Autrement dit, on soustrait l'effet de lentille des observables du CMB pour le réinjecter sous la forme d'une observable supplémentaire : ainsi, on passe d'un vecteur des données du CMB de la forme $\{\tilde{a}_{lm}^T, \tilde{a}_{lm}^E, \tilde{a}_{lm}^B\}$ au vecteur $\{a_{lm}^T, a_{lm}^E, a_{lm}^B, a_{lm}^\phi\}$, où les $\{a_{lm}^\phi\}$ sont les coefficients de Fourier du potentiel projeté. Ou encore, les observables du CMB lentillées, donc faiblement non-gaussiennes, sont séparées en une partie contenant toute l'information issu des moments à deux points – les observables primordiales – et une partie utilisant l'information restante au sein des moments d'ordre supérieur à deux

¹⁷On note que, pour un traitement classique de l'effet de lentille gravitationnelle, on limite ce développement au premier ordre en ϕ .

– l'estimé du potentiel gravitationnel projeté. En effet, l'estimation du potentiel projeté repose sur le calcul des corrélations à quatre points que l'effet de lentille introduit au sein des observables du CMB (voir le chapitre IV). Dans les travaux de Kaplinghat et al., la méthode d'estimation employée est celle développée par T. Okamoto et W. Hu [29], que l'on détaille au chapitre suivant (IV), en se restreignant à une petite portion de ciel. Il s'agit d'une méthode quadratique¹⁸ utilisant les observables de température et de polarisation sur tout le ciel. Ce sont les coefficients de Fourier de l'angle de déviation – défini comme le gradient du potentiel projeté – qui sont estimés, sous la forme d'une somme pondérée sur des paires de multipôles :

$$\hat{d}_{LM}^\alpha = \frac{A_L^\alpha}{\sqrt{L(L+1)}} \sum_{l_1 m_1} \sum_{l_2 m_2} (-1)^M \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & L \\ m_1 & m_2 & -M \end{pmatrix} g_{l_1 l_2}^\alpha(L) \tilde{a}_{l_1 m_1}^P \tilde{a}_{l_2 m_2}^Q,$$

où α indique le choix de la combinaison des observables $P, Q = \{T, E, B\}$. La normalisation A_L^α découle de la contrainte que l'estimateur soit non-biaisé (i.e. : il doit respecter $\langle \hat{d}_{LM}^\alpha \rangle = \sqrt{L(L+1)} \phi_{LM}$), tandis que la fonction de pondération $g_{l_1 l_2}^\alpha(L)$ est choisie de façon à minimiser la variance de l'estimateur $\langle \hat{d}_{LM}^\alpha \hat{d}_{LM}^{\alpha*} \rangle$. Ensuite, on peut calculer la matrice de variance-covariance de l'estimateur, définie par :

$$\langle \hat{d}_{LM}^\alpha \hat{d}_{L'M'}^{\beta*} \rangle \equiv \delta_{L,L'} \delta_{M,M'} \left[C_L^{dd} + N_L^{\alpha\beta} \right]$$

Dans cette expression, le spectre de puissance de la déviation C_L^{dd} s'interprète comme le bruit provenant de la variance cosmique, tandis que les spectres, notés $N_L^{\alpha\beta}$, incluent à la fois le bruit de confusion de l'estimateur mais aussi le bruit instrumental – on note que les \tilde{a}_{lm}^P qui apparaissent dans l'estimateur, sont les multipôles « observés », contenant l'effet de lentille et un bruit instrumental. Par ailleurs, sur les six combinaisons possibles de deux observables parmi T, E ou B, la méthode n'en retient que cinq, le cas BB étant exclu. En effet, la construction de l'estimateur quadratique suppose que les observables lentillées peuvent s'écrire comme une somme de l'observable primordiale correspondante et d'une faible contribution due à l'effet de lentille. Ce n'est pas le cas pour le mode B de polarisation, pour lequel la contribution de l'effet de lentille domine l'observable primordiale aux grands multipôles (c'est-à-dire aux échelles les plus utiles pour l'estimation de l'effet de lentille). Ainsi, la méthode d'extraction de l'effet de lentille de T. Okamoto et W. Hu [29], implique que l'on néglige le mode B primordial. A l'instar de Kaplinghat et al., on adopte cette hypothèse en se plaçant dans un modèle cosmologique quasi-dépourvu d'ondes gravitationnelles (on choisit le rapport tenseur sur scalaire $T/S \sim 0$). Enfin, on améliore l'estimation en combinant les cinq cas possibles, pour former un seul estimateur de variance minimale :

$$d_{LM}^{mv} = \sum_{\alpha} w^\alpha(L) \hat{d}_{LM}^\alpha$$

où la pondération s'écrit :

$$w^\alpha(L) = \frac{\sum_{\beta} (\mathbf{N}_L^{-1})_{\alpha\beta}}{\sum_{\alpha\beta} (\mathbf{N}_L^{-1})_{\alpha\beta}}.$$

¹⁸L'estimateur de Okamoto et Hu n'est pas l'estimateur optimal, mais le meilleur estimateur linéaire possible.

Dans cette expression, \mathbf{N}_L est la matrice 5×5 où chacun des éléments est un spectre de bruit $N_L^{\alpha\beta}$. De là, on définit le bruit associé à ce nouvel estimateur par :

$$N_L^{mv} = \frac{1}{\sum_{\alpha\beta} (\mathbf{N}_L^{-1})_{\alpha\beta}}. \quad (\text{III.15})$$

C'est cette observable, l'estimée de l'angle de déviation d^{mv} , que Kaplinghat et al. introduisent dans le formalisme de Fisher, afin de tenir compte de l'effet de lentille. Sa variance est donnée par :

$$\langle d_{LM}^{mv} d_{LM}^{mv*} \rangle = \delta_{L,L'} \delta_{M,M'} \left[C_L^{dd} + N_L^{mv} \right]. \quad (\text{III.16})$$

En adoptant l'approche de Kaplinghat et al., la matrice de variance-covariance des données du CMB – $\langle \vec{a} \vec{a}^t \rangle$, où \vec{a} est le vecteur colonne regroupant les $\{a_{lm}^T, a_{lm}^E, d_{lm}^{mv}\}$ – devient :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_l^T + N_l^T & C_l^X & C_l^{Td} \\ C_l^X & C_l^E + N_l^E & 0 \\ C_l^{Td} & 0 & C_L^{dd} + N_L^{mv} \end{pmatrix} \quad (\text{III.17})$$

Dans cette matrice, on reconnaît les éléments précédemment calculés. Le premier bloc 2×2 est constitué par la matrice de covariance des données non-lentillées (éq. III.12), amputée des informations concernant le mode B, puisqu'on s'est placé dans un modèle où $C_l^B \sim 0$. Le troisième élément de la diagonale est la variance de l'estimée de l'angle de déflexion, telle qu'elle est donnée (éq. III.16). Seuls deux éléments nouveaux apparaissent. D'une part, le mode E primordial de polarisation n'est pas corrélé à l'effet de lentille, de sorte que l'élément $\langle a_{lm}^E d_{lm}^{mv*} \rangle$ et son symétrique s'annulent. D'autre part, il existe un phénomène autre que l'effet de lentille par lequel le potentiel gravitationnel des grandes structures affectent l'observable primordiale de température, qui est l'effet Sachs-Wolfe intégré. Ce dernier fait apparaître une corrélation entre anisotropies de température et angle de déflexion : $\langle a_{lm}^T d_{l'm'}^{mv*} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^{Td}$.

Ainsi, avec cette matrice, on a atteint notre objectif, puisqu'elle nous permet d'introduire l'effet de lentille dans la matrice de Fisher. En effet, toutes les données considérées étant des variables aléatoires gaussiennes, on peut calculer la matrice de Fisher suivant (éq. C.14). Cependant, il est légitime de s'interroger sur le « réalisme » de cette approche, en particulier sur l'hypothèse d'une extraction parfaite de l'effet de lentille au sein des observations. Ainsi, pour déterminer si cette approximation est souhaitable dans le cadre de notre étude, il faut en comprendre les conséquences en termes d'erreurs sur les paramètres cosmologiques que l'on se propose d'extraire.

Recherche d'une approximation réaliste.

L'approche de Kaplinghat et al., suggérant que l'on puisse extraire des données lentillées à la fois le signal CMB non-lentillé et l'information du potentiel gravitationnel projeté, semble intéressante puisqu'elle fournit une méthode simple pour introduire l'effet de lentille dans le formalisme de Fisher. Cependant une telle simplicité cache peut-être le fait que des hypothèses trop optimistes aient été adoptées. En effet, à l'issue de la procédure de séparation

de l'effet de lentille, appliquée aux coefficients de Fourier lentillés du CMB (les $\{\tilde{a}_{lm}^{T,E,B}\}$), on modélise le signal obtenu par :

$$\hat{a}_{lm}^P = a_{lm}^P + r_{lm}^P,$$

où les $\{a_{lm}^P\}$ contiennent le signal CMB primordial ainsi que la composante de bruit instrumental et les $\{r_{lm}^P\}$ sont le bruit résiduel laissé par la procédure d'extraction de l'effet de lentille. Toute la difficulté vient du fait que ces résidus sont non-gaussiens, non-isotropes et corrélés à la fois à la composante primordiale du CMB et au potentiel projeté. Ainsi, on soupçonne que l'estimation de ce bruit résiduel par un calcul exact s'avère des plus compliquées. Cependant, fort des conclusions du calcul de Rocher et al., stipulant que la partie non-gaussienne due à l'effet de lentille ne génère que des corrélations supplémentaires négligeables au sein de la matrice de covariance, il semble raisonnable de supposer que les $\{r_{lm}^P\}$ aient aussi des conséquences négligeables pour le calcul de la matrice de Fisher. Ainsi, Kaplinghat et al. ont-ils adopté l'hypothèse $r_{lm}^P \ll a_{lm}^P$ en se restreignant toutefois aux (l, m) tels que $l < 2000$ – c'est-à-dire aux multipôles pour lesquels la contribution au CMB due à l'effet de lentille est peu importante comparée à la contribution primordiale.

Simplifions encore le problème en considérant la composante résiduelle de l'extraction de l'effet de lentille comme un bruit isotrope et indépendant du CMB et du potentiel de lentille. On note que cette hypothèse, dans le cadre de l'analyse de Fisher, va dans le sens d'une sur-estimation de l'erreur sur les paramètres à estimer, puisque l'on se prive de toute information concernant les $\{r_{lm}^P\}$. Par ailleurs, on suppose que ce bruit résiduel suit une statistique gaussienne – toujours en se basant sur le fait que les corrections non-gaussiennes issues de l'effet de lentille sont faibles. Alors, on peut facilement calculer la matrice de variance-covariance des données, qui devient :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_l^T + N_l^T + R_l^T & C_l^X & C_l^{Td} \\ C_l^X & C_l^E + N_l^E + R_l^E & 0 \\ C_l^{Td} & 0 & C_L^{dd} + N_L^{mv} \end{pmatrix}$$

où les spectres R_l^T et R_l^E sont définis par : $\langle r_{lm}^T r_{l'm'}^{T*} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} R_l^T$ et $\langle r_{lm}^E r_{l'm'}^{E*} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} R_l^E$. Les hypothèses adoptées impliquent que toutes les autres corrélations, faisant intervenir le bruit résiduel, sont nulles.

L'hypothèse de soustraction idéale de l'effet de lentille adoptée par Kaplinghat et al. se traduit alors par $R_l^P \ll C_l^P$, $P = \{T, E\}$, pour $l < 2000$. Cette hypothèse, comme il est noté dans Kaplinghat et al., tend à entraîner une sous-estimation de l'erreur sur les paramètres estimés dans le cadre de l'analyse de Fisher. Afin de tester la sensibilité de l'estimation à la manière dont est traité le bruit résiduel, l'idée est la suivante. Dans un premier temps, on procède à notre estimation des paramètres cosmologiques en suivant Kaplinghat et al. Ensuite, on se donne une nouvelle hypothèse concernant le bruit résiduel, dont on sait qu'elle impliquera nécessairement une sur-estimation des erreurs sur les paramètres. Enfin, nos paramètres sont re-estimés dans le cadre de cette nouvelle hypothèse. On aura alors un encadrement des véritables valeurs des erreurs sur les paramètres, qui s'il s'avère faible, nous permettra de conclure sur l'acceptabilité de l'hypothèse de soustraction idéale de l'effet de lentille. En revanche, un trop grand écart entre les valeurs des erreurs sur les paramètres que donnent les deux hypothèses, nous obligerait à un traitement plus raffiné du bruit résiduel.

L'hypothèse la plus « pessimiste » que l'on puisse imaginer consiste à supposer que la

procédure de soustraction de l'effet de lentille échoue totalement, de sorte que :

$$\langle r_{lm}^P r_{l'm'}^{P*} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} |\tilde{C}_l^P - C_l^P|,$$

où $P = \{T, E\}$. Le bruit résiduel est égal à l'écart entre spectres lentillé et primordial. Dans ce cas, la matrice de covariance des données garde une forme simple, telle que :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_l^T + N_l^T + |\tilde{C}_l^T - C_l^T| & C_l^X & C_l^{Td} \\ C_l^X & C_l^E + N_l^E + |\tilde{C}_l^E - C_l^E| & 0 \\ C_l^{Td} & 0 & C_L^{dd} + N_L^{mv} \end{pmatrix}$$

De même que précédemment, on peut calculer la matrice de Fisher avec l'expression (éq. C.14) et procéder à l'estimation des paramètres cosmologiques.

Le résultat obtenu est que ces deux hypothèses, portant sur le bruit résiduel – celle « optimiste » de Kaplinghat et al. et celle « pessimiste » que l'on vient de décrire – conduisent à des estimations de l'erreur sur les paramètres cosmologiques comparables. L'écart entre ces deux approches est négligeable dans le cadre dans lequel nous nous sommes placés – c'est-à-dire pour un modèle cosmologique avec $T/S = 0$, en considérant des expériences 10 à 100 fois plus sensibles que PLANCK, mais limitées à $l < 2500$. Nous pouvons dès lors, conclure que la méthode proposée par Kaplinghat et al. est robuste dans notre contexte. Ainsi, nous adopterons cette approche dans ce qui suit.

Pour finir, nous donnons l'expression de la matrice de covariance des spectres du CMB, telle que nous la calculons, en injectant la matrice de covariance des données (éq. III.17) dans (éq. C.14). Pour en simplifier l'écriture, on introduit les notations suivantes dans la matrice de covariance des données III.17 :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} t & x & w \\ x & e & 0 \\ w & 0 & d \end{pmatrix}$$

où on a posé $t = C_l^T + N_l^T$, $e = C_l^E + N_l^E$, $d = C_L^{dd} + N_L^{mv}$, $x = C_l^X$ et $w = C_l^{Td}$.

$$Cov_l = \frac{2}{(2l+1)f_{sky}} \begin{pmatrix} \left(t^2 - \frac{2x^2w^2}{ed}\right) & x^2 & x\left(t - \frac{w^2}{d}\right) & w\left(t - \frac{x^2}{e}\right) & w^2 \\ x^2 & e^2 & xe & 0 & 0 \\ x\left(t - \frac{w^2}{d}\right) & xe & \frac{1}{2}(x^2 + te) - \frac{ew^2}{2d} & 0 & 0 \\ w\left(t - \frac{x^2}{e}\right) & 0 & 0 & \frac{1}{2}(w^2 + dt) - \frac{dx^2}{2e} & dw \\ w^2 & 0 & 0 & dw & d^2 \end{pmatrix}$$

III.2.5 Introduction des avant-plans

La seconde hypothèse généralement adoptée dans les études d'extraction de paramètres, et que nous avons reprise jusqu'à présent, concerne les avant-plans du CMB. En effet, à l'instar des auteurs précédemment cités, nous avons supposé totalement négligeable l'erreur introduite par les avant-plans dans les spectres de puissance du CMB. Bien qu'il existe des méthodes performantes de séparation de composantes, cette hypothèse pourrait s'avérer

trop optimiste et ce d'autant plus que l'on considère des expériences CMB à haute résolution angulaire et forte sensibilité. En effet, les processus de soustraction des avant-plans peuvent laisser des résidus de composante astrophysique au sein des données CMB. Plus encore, on s'attend à ce que ces résidus soient non-gaussiens, de sorte qu'ils perturbent les estimations de l'effet de lentille du CMB, basées sur les fonctions de corrélations à quatre points. Une étude détaillée des erreurs introduites par de tels résidus aux propriétés statistiques non-triviales, s'avèrerait très complexe – c'est l'objectif à long terme du travail présenté dans le chapitre sur l'estimation de l'effet de lentille. Notre but, ici, est autre : nous cherchons à évaluer une limite supérieure de l'erreur résultant de la présence des avant-plans dans les données CMB. Pour cela, nous adoptons le modèle développé par M. Tegmark et al. [39] pour tenir compte de leur contribution aux spectres de puissance considérés dans notre analyse de Fisher. D'abord, nous explicitons la méthode permettant d'inclure les avant-plans dans la matrice de Fisher et ce, en nous basant sur les travaux de M. Bowden et al. [6], puis nous présentons brièvement le modèle de M. Tegmark et al.

Introduction des avant-plans dans le formalisme de Fisher

On inclut les avant-plans dans le formalisme de Fisher en les envisageant comme une composante de bruit supplémentaire qui vient se superposer au signal. Dès lors, les données que l'on considère pour notre extraction de paramètres, contiennent le signal CMB plus le bruit instrumental auquel s'ajoutent les émissions astrophysiques. Ensuite, le formalisme de Fisher précédemment développé, supposait une première étape de compression de données : les cartes sont développées en harmoniques sphériques. Pour cela, de même que l'on avait supposé le bruit instrumental isotrope, on étend l'hypothèse d'isotropie statistique aux avant-plans. Toutefois, cette hypothèse est loin d'être vérifiée par les avant-plans galactiques, dont l'émission est surtout localisée dans le plan de la galaxie. On contourne cette difficulté en coupant la zone du ciel occupée par le plan galactique : ainsi, sur les 65 % du ciel restants, les propriétés statistiques des avant-plans ne s'éloignent pas trop de l'isotropie. Le modèle des données considérées dans le canal de fréquence f , devient alors :

$$(a_{lm}^P)_f = \left(a_{lm}^{P(signal)}\right)_f + \left(a_{lm}^{P(bruit)}\right)_f + \left(a_{lm}^{P(ap)}\right)_f, \text{ où } P = \{T, E, B\}.$$

Pour une expérience comportant F canaux de fréquence, le vecteur de données \vec{a} contient $3F * \sum_l (2l+1)$ coefficients de Fourier tel que $\vec{a} = (\vec{a}_{f_1}^T \dots \vec{a}_{f_F}^T, \vec{a}_{f_1}^E \dots \vec{a}_{f_F}^E, \vec{a}_{f_1}^B \dots \vec{a}_{f_F}^B)$. La matrice de variance-covariance des données $\langle \vec{a} \vec{a}^t \rangle$ est bloc-diagonale¹⁹, de sorte que l'on puisse isoler une matrice $3F \times 3F$ pour chaque multipôle. L'hypothèse d'isotropie des données nous assure qu'une telle matrice est indépendante des m : on la note, $C_l^{P f P' f'}$, où $P, P' = \{T, E, B\}$. Afin d'explicitier plus avant son expression, on fait l'hypothèse que les différents avant-plans inclus dans les données ne sont corrélés ni avec le CMB ni entre eux. Ainsi, on peut réécrire la matrice de covariance des données comme une somme de matrices

¹⁹M. Tegmark et al. notent que, puisque les développements sur la base de Fourier sont réalisés sur une portion du ciel seulement, on devrait tenir compte des corrélations existantes entre multipôles différents. Cependant, la zone du ciel considérée est suffisamment grande pour que de telles corrélations soient négligeables. Toutefois, on prend en compte la réduction du nombre de multipôles indépendants disponibles en multipliant celui-ci par le facteur $f_{sky} < 1$.

de covariance indépendantes, telle que :

$$\mathcal{C}_l = \mathcal{C}_l^{(CMB)} + \mathcal{C}_l^{(bruit)} + \sum_{ap} \mathcal{C}_l^{(ap)}$$

Dans ce qui précède, on a déjà calculé les deux premiers termes de la matrice \mathcal{C}_l . En effet, puisque le CMB mesuré reste identique dans tout canal de fréquence, on retrouve la matrice de covariance de taille 3×3 suivante :

$$\mathbf{C}_l^{(CMB)} = \begin{pmatrix} C_l^{TT} & C_l^{TE} & 0 \\ C_l^{TE} & C_l^{EE} & 0 \\ 0 & 0 & C_l^{BB} \end{pmatrix}$$

En revanche, le niveau de bruit instrumental dépend de la fréquence d'observation. Ainsi, on inclut une composante de bruit dans la matrice précédente après une co-addition des bruits de chaque canal de fréquence :

$$N_l^{PP} = \left(\sum_f \frac{1}{N_l^{PP,f}} \right)^{-1}$$

On retrouve de cette façon, la matrice de covariance des données CMB habituelle telle qu'elle apparaît eq. III.12. On introduit les avant-plans de manière similaire, en calculant une composante effective, pondérée sur les fréquences d'observation. Tout d'abord, on réécrit la matrice de covariance des avant-plans sous une forme bloc-diagonale :

$$\mathcal{C}_l^{(ap)} = \begin{pmatrix} \mathbf{N}_l^{TT} & \mathbf{N}_l^{TE} & 0 \\ \mathbf{N}_l^{TE} & \mathbf{N}_l^{EE} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{N}_l^{BB} \end{pmatrix} \quad (\text{III.18})$$

où les $\mathbf{N}_l^{PP'}$ sont des matrices $F \times F$. On note que l'on a supposé le mode B de polarisation non-corrélé à la température ou au mode E. Cette hypothèse n'est pas nécessairement vérifiée pour tous les avant-plans. Par exemple, le phénomène de rotation Faraday²⁰, en perturbant les directions de polarisation, peut introduire des corrélations entre les modes E et B. Cependant, le fait d'ignorer ces informations supplémentaires ne peut qu'augmenter notre évaluation de l'erreur sur l'estimation de paramètres qu'engendrent les avant-plans. Puisque notre but est de fournir une limite supérieure de cette erreur, les hypothèses susceptibles d'entraîner sa surévaluation ne posent pas de problèmes. Il suffit alors de calculer la matrice de covariance 3×3 à partir de $\mathcal{C}_l^{(ap)}$ par l'opération :

$$\mathbf{N}_l^{(ap)} = \left(\mathcal{A}^T (\mathcal{C}_l^{(ap)})^{-1} \mathcal{A} \right)^{-1} = \begin{pmatrix} N_l^{T,ap} & N_l^{X,ap} & 0 \\ N_l^{X,ap} & N_l^{E,ap} & 0 \\ 0 & 0 & N_l^{B,ap} \end{pmatrix}$$

où l'on a introduit la matrice $3F \times 3$ de stratégie de balayage \mathcal{A} (*scan matrix*) qui s'écrit, si on note \mathbf{u} le vecteur de dimension F dont toutes les composantes valent 1 :

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{u} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{u} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{u} \end{pmatrix}.$$

²⁰Cet effet est expliqué au chapitre suivant dans le paragraphe concernant les avant-plans.

Finalement, on a obtenu de cette façon, les spectres des composantes astrophysiques $N_l^{Y,ap}$, où $Y = \{T, E, B, X\}$, co-additionnés sur les canaux de fréquence. En sus de l'effet de lentille, on peut dès lors introduire les avant-plans dans l'analyse de Fisher. La matrice de covariance des données, incluant toutes les émissions précédemment considérées, s'écrit :

$$C_l = \begin{pmatrix} C_l^T + N_l^T + N_l^{T,ap} & C_l^X + N_l^{X,ap} & C_l^{Td} \\ C_l^X + N_l^{X,ap} & C_l^E + N_l^E + N_l^{E,ap} & 0 \\ C_l^{Td} & 0 & C_l^{dd} + N_l^{mv,ap} \end{pmatrix}$$

On note que le spectre du mode B n'apparaît pas explicitement dans cette expression, toutefois, on rappelle que les informations de corrélation entre le mode B et les autres observables du CMB sont contenues dans le spectre de l'angle de déviation. Par ailleurs, on a également tenu compte des avant-plans dans le processus d'estimation de l'effet de lentille. Pour cela, on ajoute le terme d'avant-plans $N_l^{Y,ap}$ aux spectres de puissance des observations apparaissant dans les expressions des estimateurs quadratiques et des bruits de confusion, donnés par Hu et Okamoto. Pour calculer les $N_l^{Y,ap}$ nous utilisons le code²¹ fourni par M. Tegmark et al., permettant d'évaluer la matrice de variance-covariance des avant-plans $C_l^{(ap)}$, dans le cadre du modèle qu'ils ont développé. Dans ce qui suit, nous présentons brièvement ce modèle, en donnant quelques indications sur les informations physiques qu'il contient et le formalisme utilisé.

Le modèle des avant-plans

A partir des données astrophysiques disponibles au moment de leur travaux, M. Tegmark et al. modélisent les propriétés d'émission des avant-plans, en température thermodynamique et en polarisation, aux fréquences du CMB. Leur modèle comprend sept composantes²² : le rayonnement synchrotron, le bremsstrahlung et les émissions thermique et rotationnelle de la poussière, pour les composantes galactiques et l'effet Sunyaev – Zeldovich thermique et l'émission des sources ponctuelles radio et infrarouges, quant aux composantes extra-galactiques. Pour chacune d'entre elles, sont décrites les dépendances spectrale et spatiale mais aussi les variations sur le ciel de la dépendance spectrale. Pour cela, ils déterminent pour chacune des observables possibles $Y = \{T, E, B, X\}$ de chaque avant-plan, les trois quantités suivantes :

$\Theta(\nu)$: son spectre électro-magnétique rapporté au spectre de corps noir du CMB. Ici, l'hypothèse est faite que ce spectre ne dépend pas du type d'observables considéré.

C_l^Y : son spectre de puissance.

ξ : un paramètre de cohérence spatiale en fréquence caractérisant le degré de corrélation entre des mesures de l'avant-plan dans deux canaux de fréquences différents. Ici encore, on suppose que ce paramètre reste le même quel que soit Y .

Avec ce formalisme, chaque bloc $F \times F$, \mathbf{N}_l^Y , de la matrice de variance-covariance des avant-plans (eq. III.18), se factorise sous la forme²³ :

$$\mathbf{N}_l^{Y,\nu\nu'} = C_l^Y \Theta(\nu) \Theta(\nu') \mathbf{R}_{\nu\nu'}^Y, \quad (\text{III.19})$$

²¹Ce code est disponible à l'adresse <http://space.mit.edu/home/tegmark/foregrounds.html>

²²Pour une description qualitative de ces émissions, on pourra se reporter au chapitre suivant, traitant de l'effet de lentille en présence des avant-plans.

²³M. Tegmark et al. notent que cette factorisation n'est pas nécessairement pertinente pour le bloc TE, a priori non-symétrique. Faute d'informations disponibles pour en déterminer une expression plus réaliste, ils adoptent cette forme symétrique pour le bloc hors-diagonale TE.

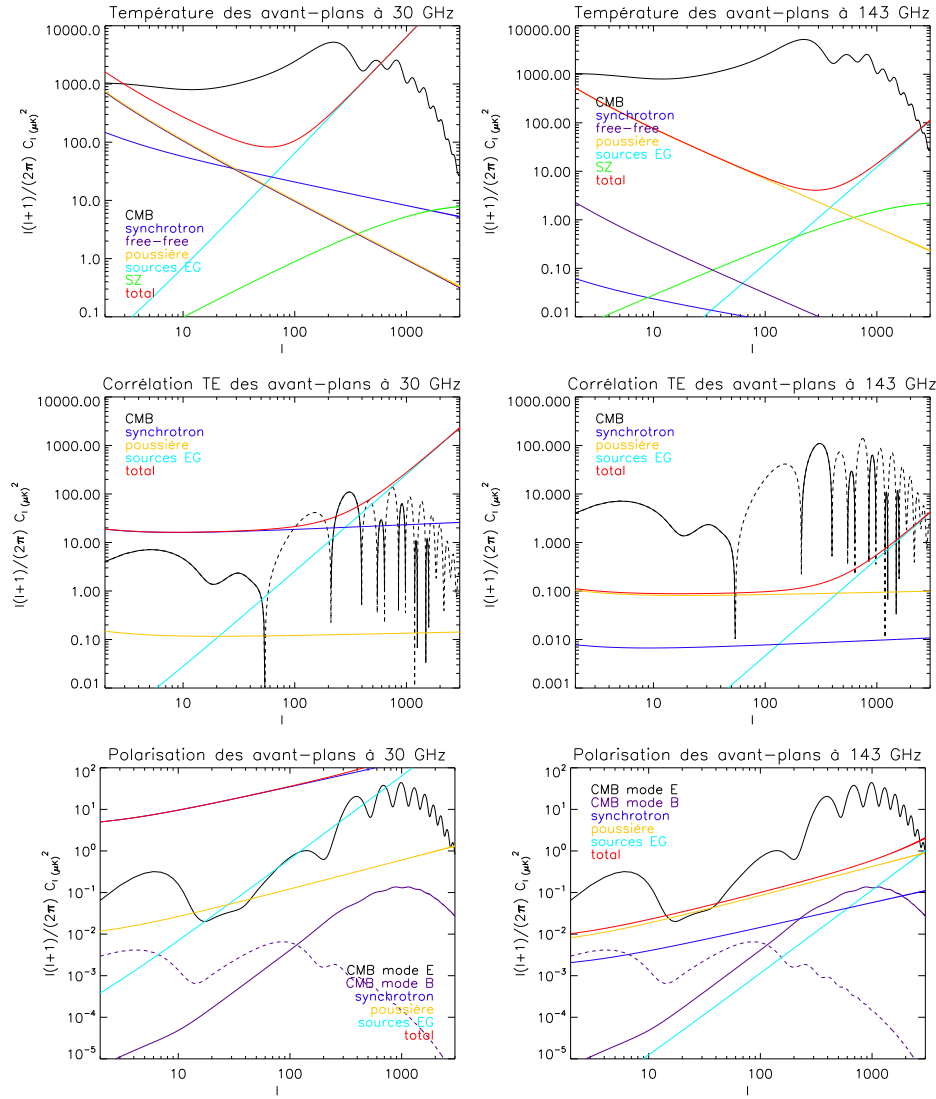


FIG. III.6: Les spectres de puissance des avant-plans calculés d'après le modèle « MID-model » de M. Tegmark et al. [39]. La colonne de gauche montre les contributions des avant-plans à 30 GHz, tandis qu'à droite, elles sont recalculées à une fréquence d'observation de 143 GHz. Dans chaque colonne, sont successivement montrées la température, la corrélation entre température et mode E de polarisation et la polarisation des avant-plans. Les spectres de puissance du CMB correspondants figurent également en noir ; ils ont été calculés dans le cadre du modèle Λ CDM qui ajuste le mieux une combinaison des données du CMB, de 2dFGRS et des forêts Lyman α [36]. En particulier, le spectre du mode B primordial (en tirets) correspond à un choix de rapport tenseur sur scalaire de 0.1. Sur chacun des graphes, jusqu'à cinq composantes sont tracées, lorsqu'elles existent. Ce sont l'émission synchrotron (courbe bleue), l'émission de la poussière galactique (courbe orangée) selon les modes vibrationnel (thermique) et rotationnel (« anormal »), le Bremsstrahlung – noté *free-free* – (courbe violette), l'émission des sources extra-galactiques (EG) radio et infra-rouge (courbe turquoise) et enfin, l'effet SZ thermique (courbe verte).

où la matrice $\mathbf{R}_{\nu\nu'}^Y$ englobe les informations de corrélations entre canaux de fréquence différents. Elle est caractérisée par le paramètre ξ telle que :

$$\mathbf{R}_{\nu\nu'}^Y = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(\nu/\nu')}{\xi} \right)^2 \right\}$$

Ainsi, ce sont ces éléments de matrice eq. III.19, pour chacun des avant-plans, que calcule le code développé par M. Tegmark et al. Pour cela, ils caractérisent chaque composante par une vingtaine de paramètres ajustés à partir d'une combinaison de toute donnée disponible concernant les avant-plans aux fréquences du CMB. Les valeurs de ces paramètres, ainsi que le détail de la méthode utilisée pour les évaluer, sont donnés dans l'article de M. Tegmark et al. Dans la figure III.6, on montre quelques exemples des spectres de puissance des composantes d'avant-plan à diverses fréquences d'observation tels qu'ils peuvent être calculés avec le code public fourni par Tegmark et al. On note une diminution du niveau global des avant-plans (la courbe rouge) à mesure que l'on observe à plus haute fréquence. Par ailleurs, à haut multipôle, l'émission des sources ponctuelles constitue l'avant-plan dominant, tandis qu'à bas multipôle, soit le synchronon (basse fréquence) soit la poussière (haute fréquence) domine.

En résumé de cette partie, nous avons réuni et développé le formalisme nécessaire à l'estimation des erreurs sur les paramètres cosmologiques, accessibles à diverses expériences dédiées au CMB. Ainsi, nous pouvons étudier les performances des expériences considérées, en termes d'extraction des paramètres cosmologiques, dans divers cas de figure – avec ou sans estimation de l'effet de lentille, avec ou sans soustraction des avant-plans. C'est ce programme que nous mettons en œuvre, dans la dernière partie de ce chapitre, en étudiant la limite de sensibilité à la masse des neutrinos des expériences CMB à venir.

III.3 Les résultats

III.3.1 CMB et grands sondages de galaxies

Dans des travaux antérieurs, nous avons déjà proposé une estimation de la sensibilité à la masse des neutrinos, des futures expériences de cosmologie observationnelle, mais en adoptant une approche différente de celle décrite au chapitre précédent. Il s'agissait de combiner les résultats des grands sondages de galaxies avec ceux d'expériences CMB. En effet, les neutrinos massifs, de part leur effet de *free-streaming*, impriment leur signature au sein du spectre de puissance de la matière, que l'on déduit de l'étude des corrélations des galaxies. Quant aux informations du CMB, elles apportent essentiellement des contraintes sur les autres paramètres cosmologiques, dans le cadre du modèle considéré. C'est cette méthode, lorsque l'on combine les résultats de WMAP et du Sloan Digital Sky Survey²⁴, qui fournit les meilleures contraintes actuelles sur la masse des neutrinos [17] [40]. Ainsi, nous avons repris une méthode largement utilisée – voir par exemple Hannestad et al. [17] pour une étude récente – développée par W. Hu, D. J. Eisenstein et M. Tegmark [20]. L'originalité de notre travail réside essentiellement dans deux aspects. Tout d'abord, nous avons considéré des expériences en préparation ou au moins en phase de projet, et utilisé les performances instrumentales annoncées pour les caractériser. Ainsi, pour les expériences CMB, nous avons sélectionné le futur grand télescope SPTPol²⁵, la mission spatiale PLANCK et un projet à long terme, tels les concepts de missions développés dans le cadre des programmes *Beyond*

²⁴<http://www.sdss.org/>

²⁵<http://spt.uchicago.edu/>

*Einstein Inflation Probe*²⁶ de la NASA ou *Cosmic Vision 2015-2025*²⁷ de l'ESA. Pour ce dernier, nous avons choisi, à l'instar de Hannestad et al., les caractéristiques instrumentales de la proposition CMBPol. Quant aux grands sondages de galaxies, nous avons considéré les expériences actuelles 2dFGRS²⁸ (2 degree Field Galaxy Redshift Survey) et SDSS (*Sloan Digital Sky Survey*), le projet de sondage à grands décalages vers le rouge avec l'instrument KAOS²⁹ (*Kilo-Aperture Optical Spectrograph*) ainsi que des projets de sondages couvrant tout le ciel, tel celui envisagé avec le LSST³⁰ (*Large Synoptic Survey Telescope*). Deuxièmement, nous avons étudié la possibilité de distinguer entre les deux répartitions de la masse des neutrinos, permises par les mesures des carrés des différences de masse fournies par les expériences d'oscillation – c'est-à-dire, la hiérarchie normale, pour laquelle un neutrino est bien plus lourd que les deux autres, et la hiérarchie inverse, comportant une famille de neutrino plus légère que les deux autres (voir figure III.4). La méthode employée, nous permettant de prédire les contraintes que les différentes combinaisons d'expériences CMB et grandes structures que nous avons considérées, pourront imposer sur la masse totale des neutrinos, consiste en une analyse de Fisher, proche de celle précédemment décrite pour le CMB seul. En particulier, elle nécessite d'évaluer les variations des données considérées, par rapport à chacun des paramètres cosmologiques du modèle adopté, autour de leur valeur fiducielle. Pour cela, nous nous sommes placé dans le cadre d'un modèle Λ CDM à géométrie plane avec neuf paramètres libres : $\Omega_m h^2$ (la densité de matière, regroupant matière noire, baryons et neutrinos), $\Omega_b h^2$ (la densité de baryons), Ω_Λ (la contribution de la constante cosmologique), C_{200}^T (l'amplitude du spectre de température à $l = 200$), n_s (la pente du spectre primordial des modes scalaires de perturbations), τ (la profondeur optique à la réionisation), y_{He} (la fraction d'Helium au sein de la matière baryonique), M_ν (la masse totale des neutrinos) et b (le biais entre les spectres de puissance des galaxies et de la matière). Ces valeurs fiducielles des paramètres ont été choisies proches de celles ajustées sur les meilleures données actuelles de la cosmologie observationnelle.

Ce premier travail a fait l'objet d'une publication [24], que nous joignons dans l'annexe B de ce manuscrit, ainsi ne le détaillerons-nous pas plus avant. Nous en citons les principaux résultats. Nous trouvons que les données combinées de PLANCK et SDSS pourront permettre une détection d'une masse totale des neutrinos de 0.2 eV à 2σ de confiance. Une telle sensibilité, qui améliore d'un facteur de l'ordre de trois, la limite supérieure imposée par WMAP et SDSS, n'est cependant pas suffisante pour trancher entre les cas où les neutrinos sont dégénérés en masse ou répartis ou sein d'une hiérarchie normale ou inverse (voir figure de gauche III.3.1). En revanche, lorsque l'on combine les données d'une expérience CMB « idéale » – capable de fournir des spectres de puissance de température et polarisation limités par la variance cosmique jusqu'à des multipôles de l'ordre de 2500 – et celles d'un sondage de galaxies couvrant 75 % du ciel jusqu'à des *redshifts* de l'ordre de 0.8, il devient possible de déterminer la répartition en masse des trois familles de neutrinos considérées. En effet, le seuil de détection de la masse totale des neutrinos est abaissé à 0.08 eV (95% de niveau de confiance), c'est-à-dire en deçà de la masse minimale autorisée dans le cas d'une hiérarchie inverse (deux neutrinos plus massifs), par la valeur actuelle de la différence de masse déduite des expériences d'oscillation de neutrinos atmosphériques (voir figure de droite III.3.1). Ainsi,

²⁶<http://universe.nasa.gov/program/inflation.html>

²⁷<http://sci.esa.int/science-e/www/object/index.cfm?fobjectid=35857>

²⁸<http://www.mso.anu.edu.au/2dFGRS/>

²⁹page web : <http://www.noao.edu/kaos/>

³⁰page web : http://www.lsst.org/lsst_home.shtml

à long termes, les expériences de cosmologie observationnelle pourraient s'avérer capable d'indiquer la répartition de la masse entre les différentes familles de neutrinos.

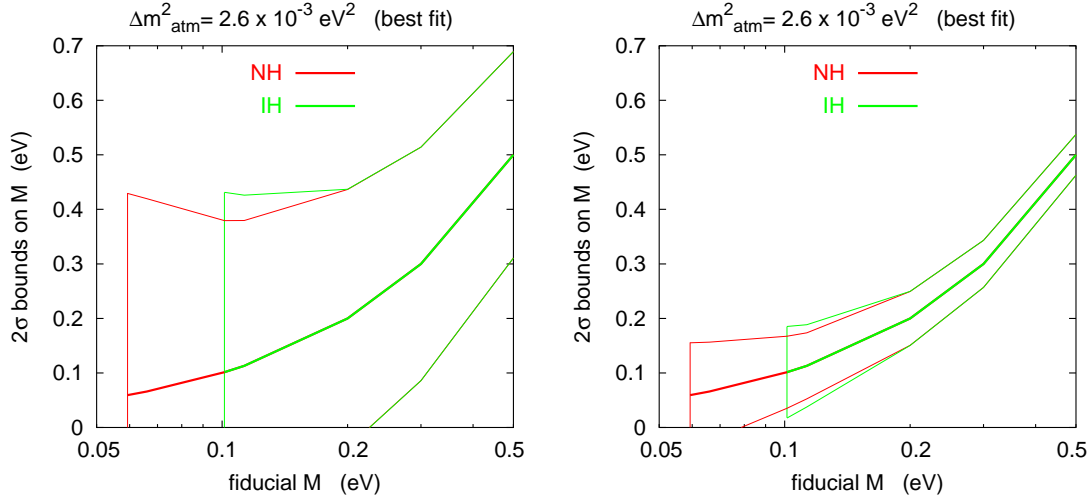


FIG. III.7: L'erreur à 2σ sur la masse totale des neutrinos en fonction de sa valeur fiducielle, dans un modèle cosmologique à 9 paramètres libres (voir le texte). Ces deux schémas montrent l'évolution du seuil de détection (95 % de niveau de confiance) pour deux répartitions en masse différentes des neutrinos : la hiérarchie normale ($m(\nu_1) < m(\nu_2) < m(\nu_3)$, où une famille de neutrinos est nettement plus massive que les deux autres) et inverse ($m(\nu_3) < m(\nu_1) < m(\nu_2)$, dans laquelle une famille est plus légère que les deux autres). En adoptant pour Δm_{atm}^2 , la valeur favorisée par les expériences actuelles d'oscillations de neutrinos atmosphériques, la masse totale minimale autorisée est de 0.06 eV dans la hiérarchie normale et de 0.1 eV dans celle inversée. A gauche, les erreurs sont calculées en considérant une combinaison des données de PLANCK et SDSS, tandis qu'à droite ce sont celles susceptibles d'être atteintes en combinant d'une part, une hypothétique expérience CMB – fournissant des spectres de température et polarisation uniquement limités par la variance cosmique jusqu'à $l=2500$ (en supposant une soustraction idéale des avant-plans) – et d'autre part, un sondage plus grand que SDSS – couvrant 75 % du ciel jusqu'à des *redshifts* de 0.8. Dans le premier cas (PLANCK+SDSS), avec un seuil de détection à la masse totale $\gtrsim 0.2$ eV, il n'est pas possible de différencier entre les deux répartitions de masse. En revanche, dans le cas CMBPol+LSST, on parvient à sonder des masses totales en deçà de 0.1 eV, nous permettant de distinguer entre les deux hiérarchies considérées.

III.3.2 CMB et extraction de l'effet de lentille gravitationnelle

Pour finir, nous abordons la mise en œuvre de l'analyse de Fisher, telle qu'elle est décrite dans la partie précédente. Il s'agit, là encore, d'évaluer les contraintes imposées par la cosmologie observationnelle, à une masse totale des neutrinos non nulle, telle que l'indiquent les mesures d'oscillations. A la différence de nos précédents travaux, cette fois, nous ne considérons qu'un seul type d'expériences : les futures expériences dédiées au CMB. Nous évaluons la qualité de l'estimation du spectre de puissance des grandes structures qu'il est possible d'obtenir à partir de telles expériences. En effet, les grandes structures créent un effet de lentille gravitationnelle sur les photons du CMB, induisant des non-gaussianités au sein des cartes de température et polarisation (voir chapitre suivant IV). Nous utilisons l'estimateur

quadratique développé par T. Okamoto et W. Hu [29], basé sur le calcul de fonctions de corrélation à quatre points au sein des données CMB, pour en extraire une mesure du spectre de puissance de l'angle de déviation – celui-ci étant directement lié au spectre du potentiel gravitationnel des structure (voir chapitre IV).

Notre estimation de la masse des neutrinos à partir du CMB seul, se base sur les travaux de Kaplinghat et al. [22]. Nous reprenons la méthode qu'ils adoptent pour tenir compte de l'effet de lentille au sein de la matrice de Fisher du CMB, tout en l'améliorant, dans un souci de traiter les données CMB de manière réaliste. Tout d'abord, nous modélisons les données considérées en nous basant sur les caractéristiques instrumentales d'expériences représentatives des futures générations d'instruments. Ce sont des expériences actuellement en opération (telle QUaD) ou en phase de tests (tel PLANCK); des projets financés et en préparation (comme BICEP, CLOVER); des projets en phase de recherche et développement (BRAIN, SAMPAN); ou des concepts d'instruments à plus long terme, tels ceux actuellement discutés par la NASA ou l'ESA (*Inflation Probe*). Pour une brève présentation et des références concernant ces expériences, on se reportera au premier chapitre, §I.2. Ensuite, nous confrontons la méthode de Kaplinghat et al., à la présence de composantes astrophysiques au sein des données CMB. Pour cela, nous introduisons dans l'analyse de Fisher, divers avant-plans en température et polarisation, sous forme de composantes de bruit supplémentaires, calculées d'après le modèle de Tegmark et al. [39]. La philosophie adoptée, loin de traiter le problème exact de la prise en compte des avant-plans dans la matrice de Fisher, consiste à encadrer l'erreur sur les paramètres que l'on cherche à estimer, par deux valeurs, l'une trop optimiste, l'autre pessimiste. Ces valeurs sont obtenues en adoptant tour à tour deux hypothèses extrêmes : on considère d'une part une séparation de composantes idéale, qui ne laisse aucun bruit résiduel au sein de la matrice de Fisher, conduisant à une sous-estimation de l'erreur sur les paramètres; puis, à l'opposé, on réitère l'évaluation des erreurs en ne supposant aucun nettoyage des avant-plans, ce qui signifie cette fois, de surestimer nos erreurs. Dernier point, nous testons la robustesse des résultats obtenus, à l'ajout de paramètres libres supplémentaires au sein du modèle cosmologique considéré. Comme précédemment, nous ne commentons que brièvement nos résultats, invitant le lecteur à se reporter à l'article relatant nos travaux [25], joint dans l'annexe C du manuscrit.

Pour cette étude, nous nous plaçons dans le cadre d'un modèle cosmologique de type Λ CDM (que l'on a nommé également Λ MDM, pour *Mixed Dark Matter*, en référence à la petite contribution des neutrinos à la densité totale), à géométrie plane, caractérisé par huit paramètres libres, dont les valeurs fiducielles sont choisies d'après les meilleures observations actuelles. Ainsi, notre vecteur de paramètres contient la densité de matière (CDM+baryons+neutrinos), la densité de baryons, la constante cosmologique, la masse totale des neutrinos (en eV), l'amplitude du spectre de puissance primordial des perturbations scalaires, la pente de ce spectre, la profondeur optique à la réionisation et la fraction de baryons sous forme d'hélium, dont les valeurs fiducielles sont :

$$(\Omega_m h^2, \Omega_b h^2, \Omega_\Lambda, M_\nu, \log[10^{10} A_s], n_s, \tau, y_{He}) = (0.143, 0.023, 0.70, 0.1, 3.23, 0.96, 0.11, 0.24) \quad (\text{III.20})$$

On note, par ailleurs, que l'on se place dans un modèle dépourvu de modes tenseurs de perturbation.

Tout d'abord, nous trouvons que la génération à venir d'expériences au sol, telles QUaD, BICEP, CLOVER ou BRAIN, permettra à court terme, d'améliorer les meilleures contraintes

actuelles sur la masse des neutrinos. En effet, en combinant les données de deux de ces expériences d’une manière complémentaire, l’une apportant l’information aux grandes échelles angulaires et l’autre aux plus petites, il est possible de reconstruire le spectre de puissance de l’angle de déviation jusqu’à des multipôles de l’ordre de 200 (voir figure I.9 et I.10 au chapitre I). Par cette méthode, l’association des données de BICEP et QUaD ou de BRAIN et CLOVER, permettra une détection à 2σ d’une masse totale des neutrinos inférieure à l’électron-Volt, soit (puisque avec une telle masse totale, les différences de répartition en masse des trois saveurs de neutrinos sont peu significatives) un neutrino dégénéré de l’ordre de 0.3 eV. Ensuite, en accord avec Kaplinghat et al., nous trouvons que PLANCK seul obtient une erreur à 1σ de l’ordre de 0.15 eV sur la somme des masses des neutrinos. Alors que SAMPAN, le mini-satellite du CNES, possède une sensibilité à M_ν comparable à celle de PLANCK, leur association réduit l’erreur $\sigma(M_\nu)$ à ~ 0.1 eV. En effet, ces deux expériences sont complémentaires en terme d’extraction des lentilles gravitationnelles, car si l’estimateur quadratique le plus performant pour PLANCK est celui basée sur le calcul des corrélations à quatre points au sein des données de température, pour SAMPAN, la meilleure estimation est obtenue en corrélant modes E et B de polarisation. Dès lors, en les combinant, on récupère deux mesures indépendantes et de bonne qualité du spectre des grandes structures (voir figure III.8). Avec de telles performances, on se place à la limite de pouvoir sonder les échelles de masses pour lesquelles les différentes répartitions massiques possibles des trois neutrinos deviennent distinguables. Enfin, le concept d’expérience à long terme que l’on a considéré, possède un seuil de détection à 2σ de l’ordre de 0.07 eV de la masse des neutrinos, permettant de discriminer entre hiérarchie normale ou inverse. Ainsi, une telle expérience, de type Inflation Probe, permettrait une détection marginale (entre 68 et 95% de niveau de confiance) de la masse des neutrinos même dans le cas le plus défavorable, d’une masse totale minimale de 0.05 eV, permise au sein de la hiérarchie normale.

Nos résultats sont résumés dans la table C.2, qui montre également leur robustesse à d’éventuels bruits laissés à l’issue d’un processus de séparation de composantes. Toutefois, si la méthode adoptée concernant les avant-plans – qui repose sur l’encadrement systématique des résultats trouvés – donne un ordre d’idée de leurs effets délétères sur notre estimation de paramètres, le préjudice causé par les avant-plans pourrait s’avérer plus important qu’une simple composante de bruit supplémentaire. Aussi, nous rappelons que le modèle de composantes de Tegmark et al. que nous avons utilisé, supposait quelques hypothèses simplificatrices : l’isotropie statistique des avant-plans, le fait qu’ils ne possèdent pas de corrélations du type TB ou EB et enfin, le fait que les termes correctifs, issus de leur statistique non-gaussienne, soient négligeables. De part cette dernière hypothèse en particulier, le modèle de Tegmark et al. ne reflète pas les difficultés que les avant-plans sont susceptibles de créer lors du processus d’extraction de lentilles gravitationnelles. En effet, ils peuvent rajouter des non-gaussianités au sein des données CMB, qui biaisent l’estimation du spectre de l’angle de déviation. C’est là, la problématique à l’origine de l’étude que je développe au chapitre suivant IV.

Dernier point, nous confrontons notre estimation de la masse des neutrinos, à divers dégénérescences possibles, en considérant un espace des paramètres enrichi de trois degrés de liberté supplémentaires. Ceux-ci sont choisis pour leur effet sur les grandes structures, mimant celui des neutrinos massifs. Ce sont, α , la correction à une forme purement en loi de puissance, du spectre primordial des modes scalaires, défini par $\alpha = dn_s/d\ln k$, ensuite, w , le paramètre d’équation d’état de l’énergie noire ($p_\Lambda = w\rho_\Lambda$) et enfin N_{eff} , le nombre effectif

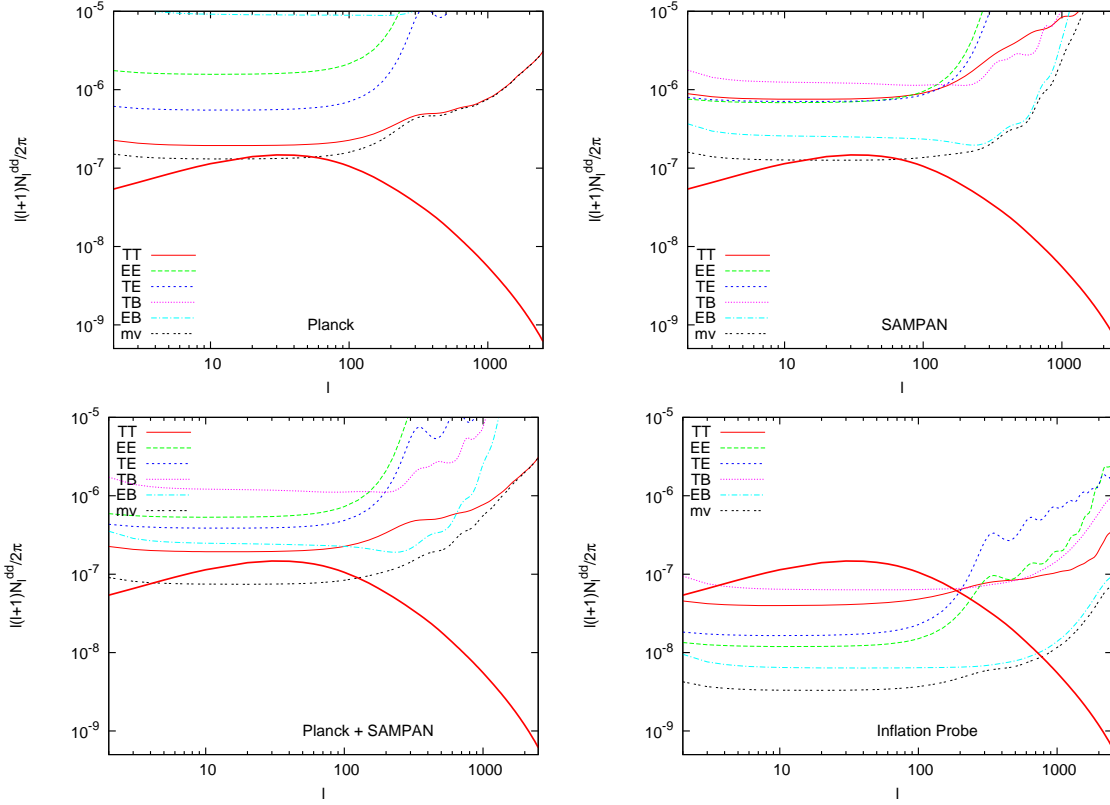


FIG. III.8: Les spectres de puissance du bruit des estimateurs quadratiques de T. Okamoto et W. Hu. Sur chaque figure, apparaît la composante de bruit de la variance des 5 estimateurs possibles de l'angle de déflexion, \hat{d}_l^α avec $\alpha \in \{TT, EE, TE, TB, EB\}$. Le sixième spectre de bruit, dont le niveau est le plus bas, correspond à la moyenne quadratique des 5 précédents (éq. III.15). C'est l'erreur associée à l'estimateur d_l^{mv} . La courbe épaisse montre le spectre du signal estimé – c'est-à-dire C_l^{dd} . Pour les figures du haut, les bruits des estimateurs ont été calculés en utilisant les caractéristiques instrumentales de PLANCK (à gauche) et SAMPAN (à droite). Ces deux expériences atteignent des performances comparables dans la reconstruction du spectre de l'angle de déflexion, mais d'une manière différente. Tandis que dans le cas de PLANCK, l'estimateur le plus efficace est celui basé sur les données de température uniquement, à l'inverse, pour SAMPAN, c'est l'estimateur corrélant les modes E et B, qui est plus sensible. Ceci explique pourquoi, lorsqu'on combine PLANCK et SAMPAN (figure en bas à droite), on améliore les résultats obtenus pour chacune des expériences prises individuellement. En effet, on bénéficie de deux estimations *indépendantes* de l'effet de lentille. Cependant, les performances atteintes de cette façon restent en deçà de celles permises par le concept *Inflation Probe*, pour lequel les multipôles de l'angle de déflexion peut être extraits jusqu'à $l \sim 800$ conduisant à une estimation du spectre C_l^{dd} jusqu'à 2500 minimum (figure en bas à droite).

de familles de neutrinos. Dans le modèle minimal à huit degrés de liberté, ces paramètres étaient fixés à $\alpha = 0$, $w = -1$ et $N_{eff} = 3.04$. Ainsi, α est anti-corrélé avec la masse des neutrinos, comme il est discuté dans [32] par exemple ; quant à w , S. Hannestad [16] montre que le rajouter comme paramètre libre, peut dégrader l'erreur à 1σ sur la masse des neutrinos d'un facteur de l'ordre de 3 ; enfin, les contraintes que l'on peut imposer sur la masse totale des neutrinos sont différentes si l'on considère que celle-ci se répartit entre trois ou quatre

Modèle cosmologique :	ΛMDM minimal à 8 paramètres			
Extraction des lentilles :	non	non	oui	oui
Nettoyage des avant-plans :	idéal	aucun	idéal	aucun
QUaD+BICEP	1.3	1.6	0.31	0.36
BRAIN+CLOVER	1.5	1.8	0.34	0.43
PLANCK	0.45	0.49	0.13	0.14
SAMPAN	0.34	0.40	0.10	0.17
PLANCK+SAMPAN	0.32	0.36	0.08	0.10
Inflation Probe	0.14	0.16	0.032	0.036

TAB. III.1: Les erreurs à 1σ attendues sur la masse totale des neutrinos $M \equiv \sum_\nu m_\nu$ pour les différentes expériences ou combinaison d'expériences considérées. Elles ont été calculées dans le cadre d'un modèle cosmologique Λ MDM (*Mixed Dark Matter*) défini par 8 paramètres libres (voir le texte). Les quatre colonnes distinguent les cas où l'on utilise l'information des lentilles gravitationnelles ou non et les cas où l'on procède à une soustraction des avant-plans – elle est alors considérée comme idéale, c'est-à-dire que le bruit résiduel est négligeable – ou non.

familles (comme le suggèrent les résultats de LSND³¹) [18] [9]. Cependant, nous trouvons que nos résultats sont robustes à cet élargissement de l'espace des paramètres – montrant la capacité des futures expériences CMB envisagées à résoudre les dégénérescences ci-évoquées. En effet, les erreurs à 1σ sur la masse totale des neutrinos ne sont que légèrement dégradées lorsqu'on les recalcule dans le cadre du modèle cosmologique à 11 paramètres [25].

Cette étude montre que, grâce à l'effet de lentille gravitationnelle, qui fournit un moyen de reconstruire le spectre de puissance des grandes structures, le CMB s'avère un outil autonome pour contraindre la masse des neutrinos. Ce résultat apporte un éclairage original sur l'effet de lentille du CMB, qui diffère de celui habituellement adopté dans un contexte de « course » à la détection des modes B primordiaux. En effet, l'une des motivations premières pour la mesure et l'étude de l'effet de lentille reste de pouvoir l'extraire des données, afin de dégager les modes B primordiaux – les seuls susceptibles de contraindre le potentiel de l'inflation – de leur composante secondaire due au lentillement. Ici, l'approche est différente puisque l'effet de lentille devient le signal à estimer, porteur de la signature des neutrinos massifs.

En conclusion, on a pu réaliser, à travers les deux travaux décrits dans ce chapitre, que la cosmologie observationnelle – capable d'apporter des contraintes intéressantes sur l'échelle absolue de masse des neutrinos – s'avère un complément incontournable des expériences de physique des particules dédiées à cette mesure – telles celles basées sur l'étude de la désintégration du Tritium ou de recherche de doubles désintégrations β sans émission de neutrinos. Ce constat s'applique d'autant plus qu'il est possible de combiner des expériences indépendantes sensibles aux neutrinos massifs. Ce peut être les mesures de corrélation de galaxies, sur lesquelles est basée notre première étude, ou l'estimation de l'effet de lentille du CMB (pour la seconde), mais également les mesures des forêts Lyman- α [34] ou celles du cisaillement des galaxies [8].

³¹<http://www.nu.to.infn.it/exp/all/lsnd/>

Bibliographie

- [1] C. E. Aalseth and H. S. Miley, *The Majorana project : ^{76}Ge $0\nu\beta\beta$ -decay neutrino mass measurement*, Nuclear Physics B Proceedings Supplements, **110** (2002), pp. 392–394.
- [2] A. B. Balantekin, V. Barger, D. Marfatia, S. Pakvasa, and H. Yüksel, *Neutrino physics from new SNO and KamLAND data and future prospects*, Physics Letters B, **613** (2005), pp. 61–66.
- [3] V. Barger, D. Marfatia, and A. Tregre, *Neutrino mass limits from SDSS, 2dFGRS and WMAP*, Physics Letters B, **595** (2004), pp. 55–59.
- [4] S. W. Barwick, J. F. Beacom, S. Cianciolo, V. and Dodelson, J. L. Feng, G. M. Fuller, M. Kaplinghat, D. W. McKay, P. Meszaros, A. Mezzacappa, H. Murayama, K. A. Olive, T. Stanev, and T. P. Walker, *APS Neutrino Study : Report of the Neutrino Astrophysics and Cosmology Working Group*. astro-ph/0412544.
- [5] S. Bashinsky and U. Seljak, *Signatures of relativistic neutrinos in CMB anisotropy and matter clustering*, Phys. Rev. D, **69** (2004), p. 083002.
- [6] M. Bowden, A. N. Taylor, K. M. Ganga, and 21 co-authors, *Scientific optimization of a ground-based CMB polarization experiment*, MNRAS, **349** (2004), pp. 321–335.
- [7] R. Bowen, S. H. Hansen, A. Melchiorri, J. Silk, and R. Trotta, *The impact of an extra background of relativistic particles on the cosmological parameters derived from the cosmic microwave background*, MNRAS, **334** (2002), pp. 760–768.
- [8] A. R. Cooray, *Weighing neutrinos : weak lensing approach*, A&A, **348** (1999), pp. 31–37.
- [9] P. Crotty, J. Lesgourgues, and S. Pastor, *Current cosmological bounds on neutrino masses and relativistic relics*, Phys. Rev. D, **69** (2004), p. 123007.
- [10] D. J. Eisenstein, W. Hu, and M. Tegmark, *Cosmic Complementarity : Joint Parameter Estimation from Cosmic Microwave Background Experiments and Redshift Surveys*, ApJ, **518** (1999), pp. 2–23.
- [11] Ø. Elgarøy and O. Lahav, *Neutrino masses from cosmological probes*, New Journal of Physics, **7** (2005), p. 61.
- [12] R. Fisher, *The Logic of Inductive Inference*, Roy. Stat. Soc., **98** (1935), pp. 39–54.
- [13] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, and A. Palazzo, *Global analysis of three-flavor neutrino masses and mixings*, hep-ph/0506083, (2005).
- [14] N. Fornengo, C. W. Kim, and J. Song, *Finite temperature effects on the neutrino decoupling in the early Universe*, Phys. Rev. D, **56** (1997), pp. 5123–5134.
- [15] S. Gerstein and Y. Zeldovich, , JETP Letters, **4** (1966).
- [16] S. Hannestad, *Neutrino masses and the dark energy equation of state - relaxing the cosmological neutrino mass bound*. astro-ph/0505551.
- [17] S. Hannestad, *Neutrino masses and the number of neutrino species from WMAP and 2dFGRS*, Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics, **5** (2003), p. 4.
- [18] S. Hannestad and G. Raffelt, *Cosmological mass limits on neutrinos, axions, and other light particles*, Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics, **4** (2004), pp. 8–+.

- [19] W. Hu, *Dark synergy : Gravitational lensing and the CMB*, Phys. Rev. D, **65** (2002), pp. 023003–+.
- [20] W. Hu, D. J. Eisenstein, and M. Tegmark, *Weighing Neutrinos with Galaxy Surveys*, Physical Review Letters, **80** (1998), pp. 5255–5258.
- [21] D. Huterer and SNAP, *Weak Gravitational Lensing with SNAP*, American Astronomical Society Meeting Abstracts, **205** (2004).
- [22] M. Kaplinghat, L. Knox, and Y.-S. Song, *Determining Neutrino Mass from the Cosmic Microwave Background Alone*, Physical Review Letters, **91** (2003), p. 241301.
- [23] C. Kraus, B. Muller, E. W. Otten, J. P. Schall, T. Thummmler, H. Ulrich, C. Weinheimer, and E. W. Otten, *Results from the Mainz neutrino mass experiment*, Progress in Particle and Nuclear Physics, **48** (2002), pp. 133–139.
- [24] J. Lesgourgues, S. Pastor, and L. Perotto, *Probing neutrino masses with future galaxy redshift surveys*, Phys. Rev. D, **70** (2004), p. 045016.
- [25] J. Lesgourgues, L. Perotto, S. Pastor, and M. Piat, *Probing neutrino masses with CMB lensing extraction*. astro-ph/0511735.
- [26] V. M. Lobashev, *Study of the tritium beta-spectrum in experiment “Troitsk ν -mass”*, Progress in Particle and Nuclear Physics, **48** (2002), pp. 123–131.
- [27] M. Maltoni, T. Schwetz, M. A. Tórtola, and J. W. Valle, *Status of three-neutrino oscillations after the SNO-salt data*, Phys. Rev. D, **68** (2003), p. 113010.
- [28] G. Mangano, G. Miele, S. Pastor, and M. Peloso, , Phys. Lett. B, **534** (2002).
- [29] T. Okamoto and W. Hu, *Cosmic microwave background lensing reconstruction on the full sky*, Phys. Rev. D, **67** (2003), p. 083002.
- [30] J. Rocher, *Contraintes Cosmologiques sur la Physique de l’Univers Primordial*, PhD thesis, Univ. Paris-Sud, 2005.
- [31] J. Schechter and J. W. F. Valle, *Neutrinoless double- β decay in $SU(2) \otimes U(1)$ theories*, Phys. Rev. D, **25** (1982), pp. 2951–2954.
- [32] U. Seljak, A. Makarov, R. Mandelbaum, C. M. Hirata, N. Padmanabhan, P. McDonald, M. R. Blanton, M. Tegmark, N. A. Bahcall, and J. Brinkmann, *SDSS galaxy bias from halo mass-bias relation and its cosmological implications*, Phys. Rev. D, **71** (2005), pp. 043511–+.
- [33] U. Seljak, A. Makarov, P. McDonald, and 20 co-authors, *Cosmological parameter analysis including SDSS Ly α forest and galaxy bias : Constraints on the primordial spectrum of fluctuations, neutrino mass, and dark energy*, Phys. Rev. D, **71** (2005), p. 103515.
- [34] U. Seljak, A. Makarov, P. McDonald, and [SDSS Collaboration], *Cosmological parameter analysis including SDSS Ly α forest and galaxy bias : Constraints on the primordial spectrum of fluctuations, neutrino mass, and dark energy*, Phys. Rev. D, **71** (2005), pp. 103515–+.
- [35] Y.-S. Song and L. Knox, *Determination of cosmological parameters from cosmic shear data*, Phys. Rev. D, **70** (2004), p. 063510.
- [36] D. N. Spergel, L. Verde, H. V. Peiris, E. Komatsu, M. R. Nolte, and 12 co-authors, *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Determination of Cosmological Parameters*, ApJS, **148** (2003), pp. 175–194.
- [37] C. W. Stubbs, D. Sweeney, J. A. Tyson, and LSST, *An Overview of the Large Synoptic Survey Telescope (LSST) System*, American Astronomical Society Meeting Abstracts, **205** (2004).
- [38] M. Tegmark and A. de Oliveira-Costa, *How to measure CMB polarization power spectra without losing information*, Phys. Rev. D, **64** (2001), p. 063001.
- [39] M. Tegmark, D. J. Eisenstein, W. Hu, and A. de Oliveira-Costa, *Foregrounds and Forecasts for the Cosmic Microwave Background*, ApJ, **530** (2000), pp. 133–165.
- [40] M. Tegmark, M. A. Strauss, M. Blanton, and 64 co-authors, *Cosmological parameters from SDSS and WMAP*, Phys. Rev. D, **69** (2004), p. 103501.

- [41] M. Tegmark, A. N. Taylor, and A. F. Heavens, *Karhunen-Loeve Eigenvalue Problems in Cosmology : How Should We Tackle Large Data Sets ?*, ApJ, **480** (1997), pp. 22–+.
- [42] C. Weinheimer and KATR. I. N. Collaboration, *KATRIN, a next generation tritium β decay experiment in search for the absolute neutrino mass scale*, Progress in Particle and Nuclear Physics, **48** (2002), pp. 141–150.
- [43] M. Zaldarriaga and U. Seljak, *All-sky analysis of polarization in the microwave background*, Phys. Rev. D, **55** (1997), pp. 1830–1840.

L'effet de lentilles gravitationnelles dans le CMB

IV. Estimation de l'effet de lentilles en présence d'avant-plans

L'objectif du travail que nous détaillons dans ce chapitre, consiste à tester la robustesse aux avant-plans, de l'estimation de l'effet de lentille du CMB. L'intérêt d'une telle estimation est double. Tout d'abord, l'effet de lentille du CMB permet une reconstruction du spectre de puissance des grandes structures, grâce auquel on peut contraindre des paramètres tels l'équation d'état de l'énergie noire ou la masse des neutrinos (voir au chapitre précédent). Ensuite, elle est cruciale pour soustraire correctement la contribution secondaire des modes B, issue des modes E perturbés par le potentiel gravitationnel des grandes structures, et ce afin d'accéder aux modes B primordiaux [37]. Cependant si des estimateurs efficaces de l'effet de lentille ont été récemment développés, leurs performances sont systématiquement évaluées en supposant une séparation des composantes astrophysiques idéales – c'est-à-dire en négligeant les éventuels résidus d'avant-plans laissés dans les cartes de CMB. L'attitude généralement adoptée consiste à couper une portion du ciel trop largement contaminée par les avant-plans, de part et d'autre de la galaxie (voir les conséquences de cette méthode dans les travaux récents de M. Amarie et al. [1]). Très peu d'études viennent tester la validité d'une telle approche. Pourtant les avant-plans, de part leur statistique non-gaussienne en particulier, sont susceptibles de dégrader les performances des estimateurs de l'effet de lentille. Par exemple, dans une étude récente A. Amblard et al. ont montré que l'effet Sunyaev-Zeldovitch cinétique introduisait un biais important dans la reconstruction du spectre de puissance des grandes structures [2].

Ainsi, à l'instar de Amblard et al., nous nous proposons de confronter les estimations de l'effet de lentille du CMB à la présence d'avant-plan. Nous cherchons à étudier les effets délétères de ces derniers sur le meilleur estimateur de lentilles actuel – qui allie efficacité et simplicité. Pour cela, la démarche adoptée consiste à comparer les performances qu'obtient un tel estimateur dans un cas idéal avec celles en présence d'avant-plan. Le but envisagé à long terme, qui dépasse le cadre de cette étude, est de développer une nouvelle méthode multi-fréquence d'estimation de l'effet de lentille, qui intègre le processus de soustraction d'avant-plan.

IV.1 Une brève description de l'effet de lentille

L'effet de lentille gravitationnelle est la déviation des rayons lumineux lorsqu'ils se propagent au voisinage d'un puits de potentiel. Ce phénomène a été prédit par Einstein dans le cadre de la relativité générale : en effet, il s'interprète par le fait qu'un objet massif déforme localement l'espace, de sorte que les géodésiques passant à proximité sont incurvées. L'effet de lentille est un outil puissant pour la cosmologie. Il donne accès à la masse d'objets astrophysiques indépendamment de la nature de la matière qui les compose et de son émission électro-magnétique. Autre atout de l'effet de lentille : il permet de sonder l'Univers en fonction de son décalage vers le rouge et ainsi d'étudier la formation des grandes structures ou l'évolution des paramètres cosmologiques.

C'est en 1979 que la première observation d'images multiples de quasar (Walsh, Carswell & Weymann) a ouvert cette nouvelle fenêtre d'observation de l'Univers. Depuis, L'effet de lentille est très largement utilisé pour sonder la masse à toutes les échelles :

- Les plus petits objets, tels les naines brunes ou planétoïdes, sont révélés par effet de micro-lentille gravitationnelle. Ainsi de grands programmes de recherche de matière noire baryonique ont été développés depuis les années 90 – tels, EROS, MACHO, AGAPE, etc.
- Les galaxies à hauts *redshifts* sont rendues accessibles par l'effet d'amplification qu'induit l'effet de lentille.
- Les amas de galaxies peuvent être reconstruits grâce à l'étude d'arcs gravitationnels ou d'images multiples de quasars d'arrière-plan.
- Les grandes structures elles-mêmes, peuvent être étudiées, de manière statistique, en utilisant les corrélations de l'ellipticité des galaxies induites par effet de lentille. L'étude de l'effet gravitationnel du CMB constitue une deuxième méthode pour sonder ces mêmes structures.

Pour la cosmologie, il est des plus fructueux d'utiliser tous les "points de vue" qui s'offrent indépendamment sur les grandes structures, que ce soit via l'effet de lentille sur le CMB, via le cisaillement des galaxies (*cosmic shear*) ou que ce soit via d'autres études, telles les SNIa à hauts *redshifts*, l'effet Sachs-Wolfe intégré, etc.

IV.1.1 Une description générale de l'effet de lentille

On caractérise habituellement l'effet de lentille par la déflexion induite par le potentiel gravitationnel du déflecteur sur la lumière issue de la source. Pour cela, on introduit l'angle de déflexion défini comme l'intégrale sur une géodésique de la composante orthoradiale de l'accélération gravitationnelle :

$$\hat{\alpha} = \frac{2}{c^2} \int g_{\perp} dr \quad (\text{IV.1})$$

Cette déflexion de la lumière se fait de façon progressive au voisinage du déflecteur. Cependant, si les distances qui séparent la source du déflecteur et le déflecteur de l'observateur sont suffisamment grandes par rapport à l'étendue spatiale de la zone défléchissante, alors on peut se placer dans l'approximation illustrée par la figure IV.1. La lumière se propage sans perturbation jusqu'au plan du déflecteur, puis est brusquement défléchie au niveau du déflecteur, pour ensuite se propager jusqu'à l'observateur. C'est-à-dire qu'on se place dans

le régime des lentilles géométriquement minces.

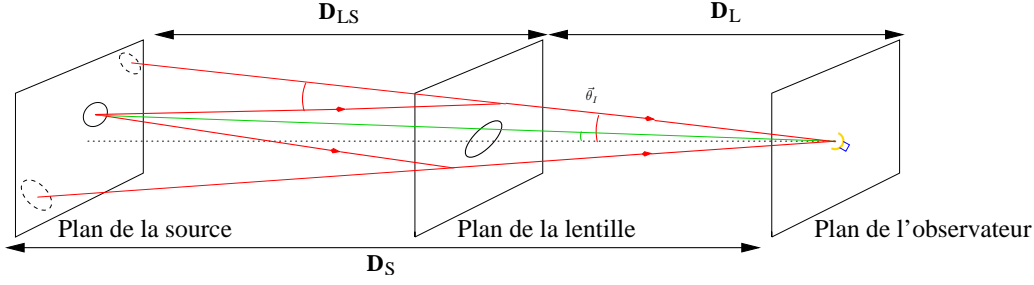


FIG. IV.1: Schéma illustrant le régime des lentilles géométriquement minces (voir le texte).

En reprenant les notations de la figure IV.1 on obtient l'expression de l'angle de déflexion :

$$\hat{d} = \frac{D_S}{D_{LS}}(\vec{\theta}_I - \vec{\theta}_S) \quad (\text{IV.2})$$

Pour l'observateur, l'effet de lentille se traduit par un réarrangement des objets sur le ciel. Ce réarrangement est décrit par la relation entre la position de l'image lentillée sur le ciel et celle de la source :

$$\vec{\theta}_I = \vec{\theta}_S + \frac{D_{LS}}{D_S} \hat{d} \equiv \vec{\theta}_S + \vec{d}(\vec{\theta}_I) \quad (\text{IV.3})$$

Cette relation constitue *l'équation de lentille* que l'on cherche à inverser pour reconstruire la source – l'observable non-lentillée sous-jacente, à partir de l'image – l'observable lentillée. On explicite l'équation de lentille en reliant l'angle de déflexion au potentiel gravitationnel Ψ tel que $\vec{g}_{\vec{\theta}} = \vec{\nabla}_{\vec{\theta}} \Psi$, où l'on a introduit l'opérateur différentiel sur les composantes orthoradiales. On montre alors que l'angle de déflexion s'exprime en fonction du gradient d'un champ à 2D : cette fonction, qui dépend de l'intégrale le long de la ligne de visée du potentiel gravitationnel est appelé *potentiel de lentille*

$$\hat{d}(\vec{\theta}) = \frac{2}{c^2} \int \vec{\nabla}_{\vec{\theta}} \Psi dr = \vec{\nabla}_{\vec{\theta}} \left[\frac{2}{c^2} \int \Psi dr \right]$$

De même, dans l'équation de lentille IV.3, on introduit le potentiel de lentille a-dimensionné $\Phi(\vec{\theta})$:

$$\vec{\theta}_I = \vec{\theta}_S + \vec{\nabla} \Phi(\vec{\theta}) \quad (\text{IV.4})$$

L'équation de Poisson du potentiel gravitationnel 3D intégrée sur la ligne de visée explicite ce potentiel de lentille :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \Phi(\vec{\theta}) = \frac{8\pi G}{c^2} \frac{D_{LS} D_L}{D_S} \Sigma \equiv 2 \frac{\Sigma}{\Sigma_{crit}} \quad (\text{IV.5})$$

$\Sigma = \int \rho dr$ est la densité surfacique et Σ_{crit} , la *densité surfacique critique*. Cette dernière est définie comme la valeur limite séparant les deux régimes de l'effet de lentille. Lorsque l'on dépasse cette valeur caractéristique du système (source, lentille, observateur), alors l'observateur pourra voir plusieurs images de la source. Dans ce cas l'équation de lentille n'a plus

de solution unique de sorte que le problème de la reconstruction de la source requiert une description plus générale de l'effet de lentille que celle adoptée : c'est le *régime de lentille fort*. A l'inverse, tant que la densité surfacique reste en-deçà de sa valeur critique, la source garde une seule image : c'est le *régime de lentille faible*.

Dans notre étude de l'effet de lentille du CMB, on se situe bien dans le régime de lentille faible. La source s'identifie à la surface de dernière diffusion ; le système défecteur constitué par les grandes structures se situe principalement à des *redshifts* de 1 à 2 ; ainsi les très grandes distances qui séparent source, défecteur et observateur, garantissent des angles de déflexion faibles¹.

Nous disposons dès lors d'un cadre pour interpréter plus en détail la manière dont l'effet de lentille agit sur la source.

Tout d'abord, une propriété générale de l'effet de lentille est que la brillance de surface de la source est conservée : c'est-à-dire qu'un élément de surface de l'image de la source n'apparaîtra pas plus brillant du fait de l'effet de lentille, que le même élément de surface de la source en l'absence de défecteur. Ainsi, la brillance de surface de l'image lentillée est reliée à la brillance de surface de la source par une fonction de réarrangement :

$$\mathcal{B}^I(\vec{\theta}_I) = \mathcal{B}^S(g(\vec{\theta}_I))$$

Comme nous l'avons vu, cette fonction de réarrangement nous est donnée par l'équation de lentille (eq. IV.3) :

$$g(\vec{\theta}_I) = \vec{\theta}_I - \vec{d}(\vec{\theta}_I)$$

Ensuite, une manière de décrire les déformations subies par la source consiste à calculer la *matrice d'amplification* du système, définie comme le Jacobien de l'équation de lentille :

$$M_{ij} \equiv \left(\frac{\partial \vec{\theta}_I}{\partial \vec{\theta}_S} \right)_{ij} = \delta_{ij} + \frac{\partial \Phi(\vec{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j}$$

C'est l'inverse de cette matrice que l'on explicite habituellement sous la forme :

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_Q & -\gamma_U \\ -\gamma_U & 1 - \kappa + \gamma_Q \end{pmatrix}$$

On a introduit les champs κ et γ qui s'interprètent de la manière suivante :

- Le champ de *convergence* $\kappa(\vec{\theta})$ quantifie la variation de surface que la lentille produit sur l'image de la source. Pour le CMB, le champ de convergence nous fera paraître les anisotropies de température soit grossies soit focalisées. Ce champ est défini par :

$$\kappa(\vec{\theta}) = \frac{\Sigma(\vec{\theta})}{\Sigma_{crit}}$$

Ainsi, la convergence fournit un critère de caractérisation du régime de lentille : si $\kappa \geq 1$, la lumière issue de la source sera suffisamment focalisée pour qu'il puisse se former des images multiples. Par ailleurs, avec l'équation IV.5, on relie la convergence à l'angle de déflexion :

$$\kappa(\vec{\theta}) = \frac{1}{2} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \Phi(\vec{\theta}) = \frac{1}{2} \vec{\nabla} \cdot \vec{d} \quad (\text{IV.6})$$

¹Il existe des cas isolés où ceci n'est plus vrai : au voisinage de certains amas l'effet de lentille peut être fort. On considère alors ce phénomène de lentille fort comme un avant-plan.

- Les champs scalaires γ_Q et γ_U sont les composantes du champ complexe de distortion ou déchirement $\vec{\gamma}$, qui caractérise l'élongation, l'augmentation de l'ellipticité de la source. γ_Q quantifie la différence des élongations suivant les axes (\vec{e}_1, \vec{e}_2) et γ_U suivant des axes tournés à 45° par rapport aux précédents.

On note que pour le CMB, les structures responsables de la déflexion ne sont pas confinées dans un plan, de sorte que l'on s'écarte quelque peu des hypothèses requises du régime de lentille faible – plus précisément, c'est l'approximation de Born, qui suppose que l'on puisse intégrer les déviations de la lumière dues à l'effet de lentille le long du chemin non-perturbé, qui n'est plus tout à fait valable dans ce cas. Cependant, le bruit introduit par cette approximation, dans le processus de reconstruction du potentiel gravitationnel lentillant, est largement négligeable comparé au bruit instrumental, même pour une expérience post-PLANCK [20].

IV.1.2 Le potentiel de lentille du CMB

Dans cette partie, on applique ce qui précède à la description du phénomène de lentille sur les observables du CMB. En particulier, on donne quelques indications pour le calcul du spectre de puissance du potentiel gravitationnel projeté. En effet cette quantité, définie dans la suite, décrit entièrement l'effet de lentille du CMB.

Tout d'abord, plus qualitativement, les observables du CMB soumises à l'effet de lentille, mesurées dans une direction donnée, sont égales aux mêmes observables, telles qu'on les mesurerait en l'absence de lentilles, simplement décalées d'un petit angle sur le ciel. Ainsi, le lien entre paramètres de Stokes $P = \{I, Q, U\}$, lentillés et non-lentillés est décrit par :

$$P(\vec{n}) = \tilde{P}(g_{CMB}(\vec{n})) \quad (\text{IV.7})$$

On note \tilde{P} les quantités P que l'on mesurerait en l'absence de déflecteurs du CMB. La fonction de réarrangement, g_{CMB} , englobe toute les perturbations subies par les photons issus de la surface de dernière diffusion, à la traversée des structures. A priori, g_{CMB} s'exprime en fonction à la fois, des champs de convergence et de cisaillement précédemment définis. Cependant, Hirata et al. [20] ont montré que les perturbations induites par la partie dépendant du cisaillement restaient indécélables pour la plupart des expériences CMB envisagées à moyen-terme (PLANCK et post-PLANCK). Dès lors, l'équation IV.7 se ré-écrit :

$$P(\vec{n}) = \tilde{P}(\vec{n} + \vec{d})$$

où \vec{d} est l'angle de déflexion, défini comme le gradient du potentiel gravitationnel projeté : $\vec{d}(\vec{n}) = \vec{\nabla}\Phi(\vec{n})$. Ce dernier peut être calculé, dans le cadre de l'approximation de Born, comme l'intégrale le long de la ligne de visée du potentiel scalaire tridimensionnel Ψ [7] :

$$\Phi(\hat{n}) = -2 \int_0^{\chi^*} d\chi \Psi(\chi \hat{n}, \eta_0 - \chi) \frac{\chi^* - \chi}{\chi \chi^*} \quad (\text{IV.8})$$

où η et χ sont le temps conforme et la distance comobile. En sus de l'hypothèse de lentille faible, on considère l'épaisseur de la surface de dernière diffusion négligeable, de sorte que les photons ont été émis à $\chi = \chi^*$. Par ailleurs, on a noté η_0 le temps auquel les photons nous parviennent.

$\Phi(\vec{n})$ étant un champ scalaire sur le ciel peut être décomposé en harmoniques sphériques :

$$\Phi(\vec{n}) = \sum_{lm} \Phi_{lm} Y_l^m$$

De plus, ce potentiel de lentille est supposé isotrope, de sorte que l'on ait :

$$\langle \Phi_{lm}^* \Phi_{l'm'} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^{\Phi\Phi}$$

Le spectre de puissance de l'angle de déflexion est simplement relié au spectre du potentiel projeté par :

$$C_l^{dd} = l(l+1) C_l^{\Phi\Phi}$$

Ce spectre de puissance nous est fourni par le programme CAMB² (*Code for Anisotropies in the Microwave Background*), développé par A. Challinor et A. Lewis [7]. On trouvera en annexe (A.1), quelques indications sur la méthode de calcul de ce spectre. En outre, le code calcule les spectres de puissance des observables lentillées du CMB avec une précision meilleure que 0.1% jusqu'aux multipôles $l < 2500$ (voir la figure IV.2).

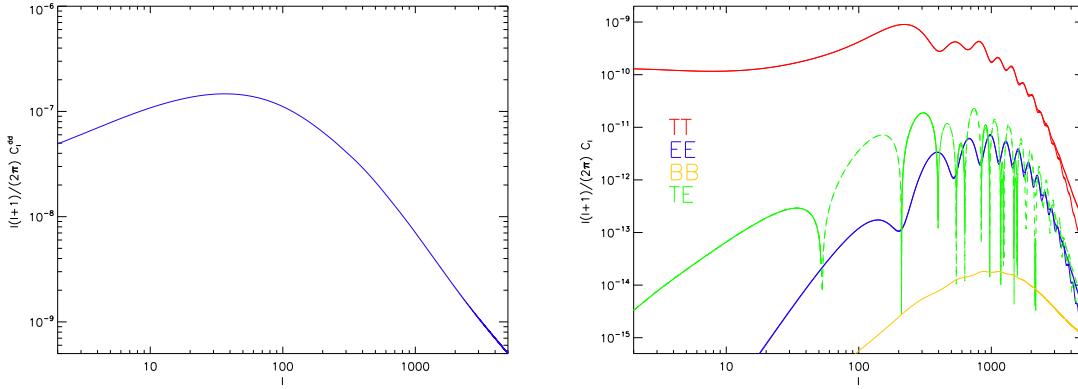


FIG. IV.2: Les spectres de puissance calculés par CAMB. A gauche, spectre de l'angle de déflexion. A droite, spectres de température (en rouge), de polarisation (le mode E en bleu, le mode B en orange) et de corrélation TE (en vert). Les spectres primordiaux sont représentés en trait fin tandis que les spectres lentillés sont en trait épais. Ces deux spectres sont quasi identiques pour les observables TT, EE et TE, la différence ne devenant sensible qu'aux plus hauts multipôles. Par ailleurs, les spectres ont été calculés dans le cadre d'un modèle sans mode tenseur. Ainsi, le spectre BB qui apparaît sur la figure, résulte uniquement de l'effet de lentille. Hormis le rapport tenseur sur scalaire et la profondeur optique, tout deux choisis égaux à zéro, les paramètres cosmologiques fournis à CAMB sont ceux du modèle « standard » post-WMAP.

IV.1.3 Description dans l'approximation des petits angles

Comme l'effet de lentille induit principalement des corrélations aux grands multipôles, on peut limiter notre étude à de petites portions de ciel. On se place alors dans l'approximation des petits angles, c'est-à-dire que la petite portion de la sphère considérée est vue comme une

²Le code est disponible à l'adresse <http://camb.info/>

surface plane. Avec cette hypothèse, le formalisme est grandement simplifié puisque la base de décomposition utilisée n'est plus l'ensemble des harmoniques sphériques mais simplement la base de Fourier. De plus, Okamoto et al. [34] montrent que la perte de précision dans l'estimation de l'effet de lentille sur une petite portion du ciel, plutôt que sur toute la sphère, est de moins de 1% aux multipôles plus grands que 200 et ne dépasse pas 10% aux plus bas multipôles. Dans ce qui suit, nous explicitons les correspondances entre les observables du CMB sur l'ensemble de la sphère céleste et celles extraites d'une petite portion seulement. En particulier, nous montrons comment les spectres de puissance peuvent être calculés sur une petite carte carrée ; l'essentiel des calculs seront développés en annexe (A.2).

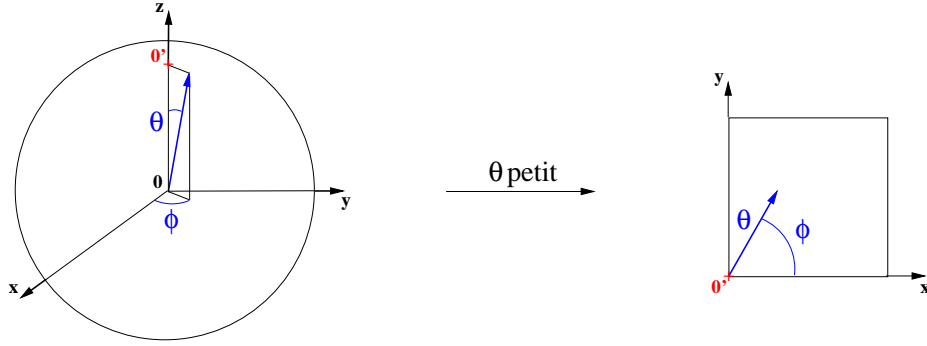


FIG. IV.3: Schéma illustrant le passage des coordonnées sphériques à l'approximation plane. Dans la limite où l'angle θ est petit, les points $(1, \theta, \phi)$ de la sphère peuvent être repérés, dans le plan tangent à la sphère au point où l'axe des z la traverse, par $(\sin \theta \sim \theta, \phi)$.

Tout d'abord, on donne les relations entre les coordonnées sur la sphère et celles sur la petite carte. Dans la limite où la portion de ciel étudiée est suffisamment petite, c'est-à-dire d'angle solide inférieur à une trentaine de degrés carrés, on peut la considérer comme plane. D'après la figure, un point dans le ciel repéré par le vecteur \hat{n} de composantes en coordonnées sphériques $(\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$, où $\theta \rightarrow 0$, devient, dans le plan (x, y) , $\hat{n} = (\theta \cos \varphi, \theta \sin \varphi)$. Dès lors, les observables du CMB, $X \in \{T, E, B\}$, se développent sur la base de Fourier de la manière suivante :

$$X(\hat{n}) = \int \frac{d\vec{l}^2}{(2\pi)^2} X(\vec{l}) e^{-i\vec{l} \cdot \hat{n}}$$

Les coefficients de Fourier s'écrivent :

$$X(\vec{l}) = \int d\vec{n} X(\hat{n}) e^{i\vec{l} \cdot \hat{n}} \quad (\text{IV.9})$$

D'autre part, on montre en annexe (A.2), la relation entre coefficients de Fourier et harmoniques sphériques, telle qu'elle est utilisée dans les articles de Okamoto et Hu :

$$X(\vec{l}) = \sqrt{\frac{2\pi}{l}} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^X i^m e^{im\Phi_l} \quad (\text{IV.10})$$

De cette relation, nous déduisons l'expression des spectres de puissance des observables du CMB dans l'approximation plane en fonction des spectres sur le ciel et ce, en calculant la moyenne sur un ensemble de réalisations du CMB :

$$\langle X(\vec{l}_1)X^*(\vec{l}_2) \rangle = (2\pi)^2 C_{l_1}^{XX} \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_2)$$

Ainsi, on se base sur cette expression aussi bien pour simuler des petites cartes de CMB que pour en estimer le spectre de puissance. En effet, une réalisation des coefficients de Fourier de l'observable $X = \{ T, E, B \}$ peut être obtenue de la manière suivante :

$$X(\vec{k}) = \sqrt{C_{l=k}^{XX}} G(\vec{k}) \quad (\text{IV.11})$$

où G est une variable gaussienne de variance unité. Ainsi, cette méthode développée dans [36], consiste à tirer aléatoirement les valeurs de G puis à les pondérer par la racine du spectre de puissance. Par ailleurs, les informations sur les corrélations entre les observables de température et de mode E de polarisation peuvent être introduites par une méthode basée sur le même principe mais nécessitant le tirage aléatoire de deux variables gaussiennes :

$$E(\vec{k}) = \frac{C_k^{TE}}{C_k^{TT}} \sqrt{C_k^{TT}} G_1(\vec{k}) + \sqrt{C_k^{EE} - \frac{(C_k^{TE})^2}{C_k^{TT}}} G_2(\vec{k})$$

Nous démontrons cette expression, dans la suite du chapitre, dans le cadre plus général des simulations contraintes. Finalement, on note que l'on génère les petites cartes carrées avec des conditions aux bords de type toroïde (les bords sont identifiés deux à deux) afin d'éviter d'introduire des biais lors des transformation de Fourier³. On donne à la figure IV.4, un exemple de simulation de petites cartes carrées obtenue en suivant la méthode sus-décrite.

Inversement, si l'on dispose d'une petite carte carrée, son spectre de puissance peut être estimé via :

$$C_{l=\|\vec{k}\|} = \int_{k_{min}}^{k_{max}} d\vec{k}' X^*(\vec{k}') X(\vec{k}') \quad (\text{IV.12})$$

où les bornes d'intégration sont déterminées l'une, par la taille de la carte sur le ciel ($k_{min} = \pi/L$, où L est la taille angulaire) et l'autre, par sa résolution ($k_{max} = \pi/(2\theta_{FWHM})$ d'après le théorème de Nyquist). En estimant de la sorte les spectres de puissance sur 10 réalisations de la température et du mode E – telles les cartes de la figure IV.4, par exemple, on obtient les résultats présentés à la figure IV.5.

Dès lors, on dispose d'un formalisme simple et d'une méthode rapide permettant des allers-retours entre la synthèse de cartes d'observables du CMB et leur analyse. Pour les étapes suivantes, il nous faut nous forger une intuition sur la manière dont l'effet de lentille agit sur le CMB, afin de pouvoir le reproduire au sein de nos simulations, puis comprendre comment l'estimer.

IV.1.4 Effet de lentille sur les observables du CMB

En s'appuyant sur tous les éléments mis en place dans ce qui précède, on explicite plus en détail la façon dont l'effet de lentille perturbe les observables du CMB. On rappelle

³Numériquement, on utilise la FFT (*Fast Fourier Transform*) pour les passages entre espace réel et espace de Fourier. Si la carte de départ n'est pas périodique, cette procédure entraîne une augmentation de puissance à grands $\|\vec{k}\|$. Cet effet se comprend puisque le calcul de la transformée de Fourier sur une portion limitée d'espace implique de réaliser un « pavage » de tout l'espace à partir de la carte considérée. Ce processus fait apparaître des structures aux petites échelles au niveaux des bords de la carte, si ceux-ci ne sont pas identiques deux-à-deux.

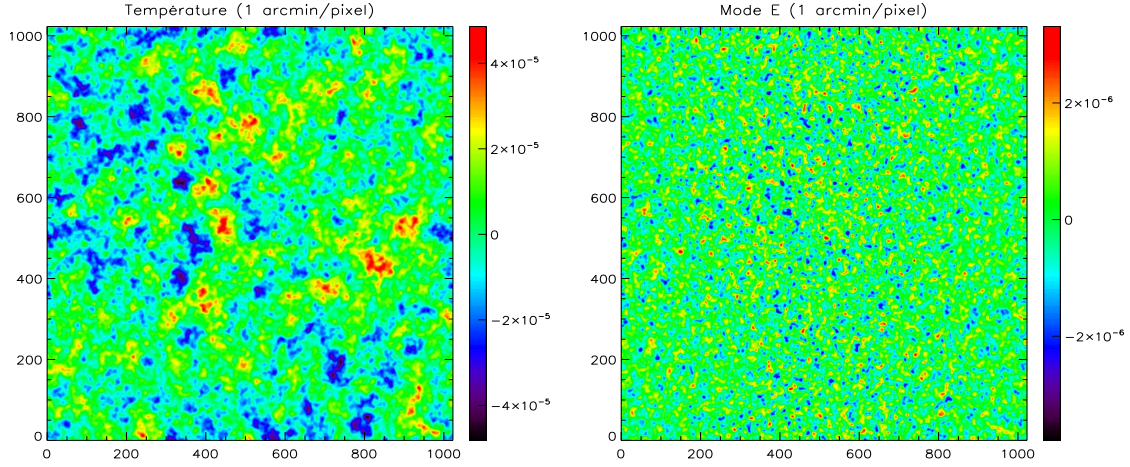


FIG. IV.4: Simulation de cartes planes de la température (à gauche) et du mode E de polarisation (à droite) du CMB. Chacune couvre une zone de $\sim 17^\circ^2$ sur le ciel et contient de l'ordre d'un million de pixels, soit une résolution d'une minute d'arc. On note le changement d'échelle de couleur entre les deux cartes : les anisotropies de température atteignent un niveau $\gtrsim 4.5 \times 10^{-5}$ tandis que pour le mode E, les fluctuations sont plus d'un ordre de grandeur plus faibles.

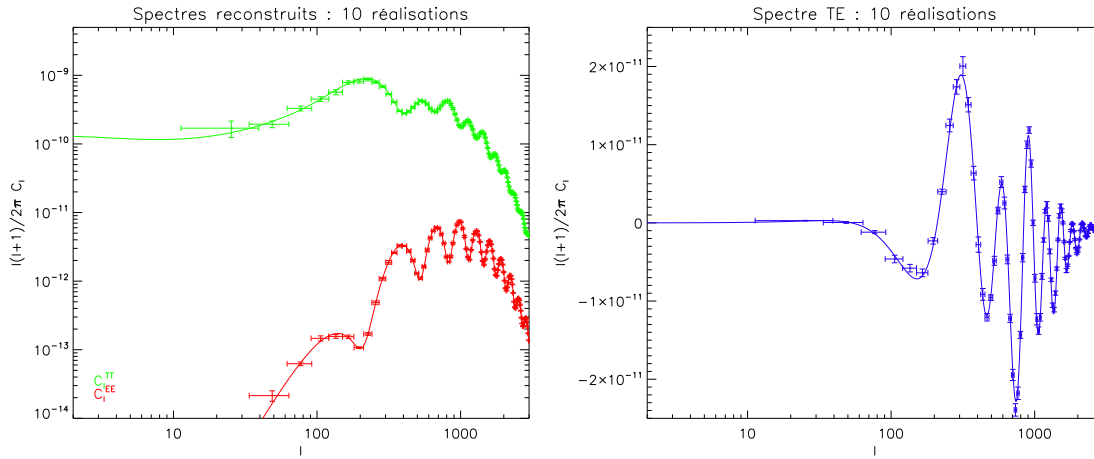


FIG. IV.5: Estimation des spectres de puissance de petites cartes carrées de 17°^2 sur le ciel. Sur chaque figure, les courbes représentent les spectres du CMB calculés avec CAMB, à partir desquels ont été générées les cartes du ciel, tandis que les points sont les spectres estimés sur ces cartes, moyennés sur 10 réalisations et donnés par intervalles de multipôles. Les barres d'erreur horizontales figurent ces intervalles en l et les barres verticales, l'erreur à 1σ sur les spectres, évaluée en calculant la déviation standard sur l'ensemble des réalisations. A gauche, on montre les « auto-spectres » de la température et du mode E. A droite, il s'agit du spectre croisé, indiquant la corrélation entre T et E. On note que chaque spectre est mieux reconstruit aux petites échelles – la taille réduite des cartes simulées ne permettant pas suffisamment de mesures indépendantes aux grandes échelles de fluctuations, pour fournir une bonne extraction des bas multipôles.

que, puisque l'effet de lentille sur le CMB est faible, la perturbation induite se résume à un réarrangement sur le ciel : l'émission lentillée observée dans une direction donnée est la

même que l'émission non-lentillée sous-jacente dans une direction voisine, décalée d'un petit angle. Ainsi, on rappelle la relation entre les paramètres de Stokes $X = \{I, Q, U\}$ lentillés et ceux primordiaux $\tilde{X} = \{\tilde{I}, \tilde{Q}, \tilde{U}\}$:

$$X(\hat{n}) = \tilde{X}(\hat{n} + \vec{\nabla}\Phi(\hat{n}))$$

L'angle de déflexion étant petit, on réalise un développement de Taylor suivant le gradient du potentiel :

$$X(\hat{n}) = \tilde{X}(\hat{n}) + \vec{\nabla}\Phi(\hat{n}).\vec{\nabla}\tilde{X}(\hat{n}) + O((\vec{\nabla}\Phi(\hat{n}))^2)$$

Dans l'espace de Fourier, la relation au premier ordre devient :

$$X(\vec{k}) \sim \tilde{X}(\vec{k}) + \int d\vec{n}^2 \vec{\nabla}\Phi(\hat{n}).\vec{\nabla}\tilde{X}(\hat{n})e^{(-i\vec{k}.\vec{n})}$$

La transformée de Fourier du produit scalaire se calcule facilement :

$$\int d\vec{n}^2 \vec{\nabla}\Phi(\hat{n}).\vec{\nabla}\tilde{X}(\hat{n})e^{(i\vec{k}.\vec{n})} = - \int \frac{d\vec{k}_1^2}{(2\pi)^2} \int \frac{d\vec{k}_2^2}{(2\pi)^2} \vec{k}_1.\vec{k}_2 \Phi(\vec{k}_1) \tilde{X}(\vec{k}_2) \int d\vec{n}^2 e^{(-i(\vec{k}-\vec{k}_1-\vec{k}_2).\vec{n})} \quad (\text{IV.13})$$

Finalement, en faisant apparaître le delta de Dirac $\delta(\vec{k} - \vec{k}_1 - \vec{k}_2)$, on obtient :

$$\boxed{X(\vec{k}) \sim \tilde{X}(\vec{k}) - \int \frac{d\vec{k}_1^2}{(2\pi)^2} \vec{k}_1.(\vec{k} - \vec{k}_1) \Phi(\vec{k}_1) \tilde{X}(\vec{k} - \vec{k}_1)} \quad (\text{IV.14})$$

On a retrouvé, de cette façon, l'expression (10) donnée dans l'article de C. Hirata et U. Seljak [20].

Par ailleurs, en éliminant l'intégrale sur \vec{k}_1 cette fois dans l'expression (IV.13), il est équivalent d'écrire :

$$X(\vec{k}) \sim \tilde{X}(\vec{k}) - \int \frac{d\vec{k}_2^2}{(2\pi)^2} (\vec{k} - \vec{k}_2).\vec{k}_2 \Phi(\vec{k} - \vec{k}_2) \tilde{X}(\vec{k}_2)$$

Alors, si on remplace la variable muette \vec{k}_2 par $-\vec{k}_2$, on retrouve l'expression (4) donnée par W. Hu et T. Okamoto dans l'article [25] :

$$\boxed{X(\vec{k}) \sim \tilde{X}(\vec{k}) + \int \frac{d\vec{k}_2^2}{(2\pi)^2} (\vec{k} + \vec{k}_2).\vec{k}_2 \Phi(\vec{k} + \vec{k}_2) \tilde{X}^*(\vec{k}_2)} \quad (\text{IV.15})$$

Ensuite, on obtient l'expression du développement des champs E et B lentillés par une rotation d'angle $\Phi_{\vec{k}} = \text{Arctan}(k_y/k_x)$ des champs Q et U.

$$Y(\vec{k}) \sim \tilde{Y}(\vec{k}) + \delta Y(\vec{k}), \text{ où } Y = \{E, B\}$$

$$\begin{aligned} \delta E(\vec{k}) &= \int \frac{d\vec{k}'^2}{(2\pi)^2} [\tilde{E}^*(\vec{k}') \cos 2\varphi_{\vec{k}'\vec{k}} - \tilde{B}^*(\vec{k}') \sin 2\varphi_{\vec{k}'\vec{k}}] \vec{k}'.(\vec{k} + \vec{k}') \Phi(\vec{k} + \vec{k}') \\ \delta B(\vec{k}) &= \int \frac{d\vec{k}'^2}{(2\pi)^2} [\tilde{B}^*(\vec{k}') \cos 2\varphi_{\vec{k}'\vec{k}} + \tilde{E}^*(\vec{k}') \sin 2\varphi_{\vec{k}'\vec{k}}] \vec{k}'.(\vec{k} + \vec{k}') \Phi(\vec{k} + \vec{k}') \end{aligned} \quad (\text{IV.16})$$

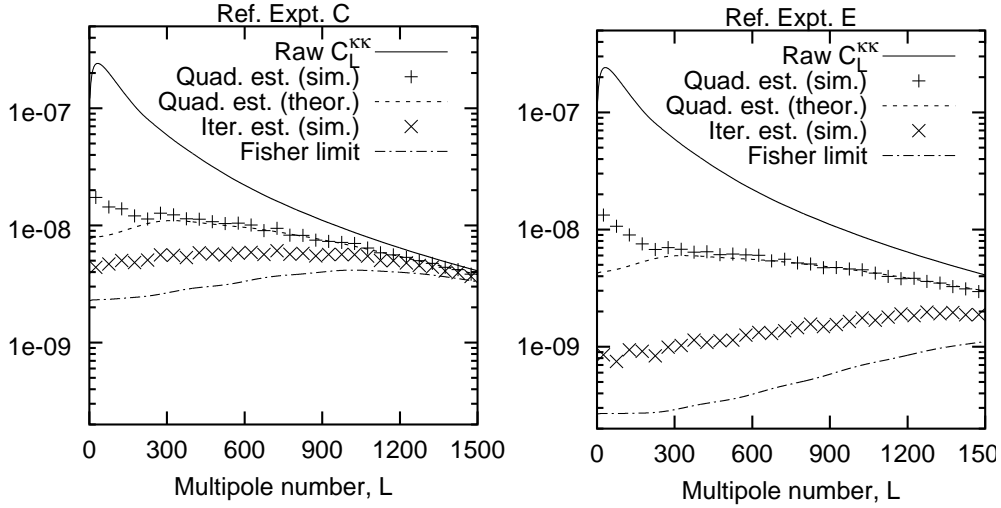


FIG. IV.6: Etude comparée de l'erreur dans la reconstruction de l'effet de lentille par un estimateur quadratique, du type de celui de Hu et Okamoto et par un estimateur itératif, développé par Hirata et Seljak (d'après [20]). Dans les deux graphes, le spectre de puissance du champ de convergence est représenté en trait continu. Ensuite, le spectre de puissance du bruit de l'estimateur quadratique est calculé analytiquement (trait interrompu) et estimé sur des simulations (les croix +). De même pour l'estimateur itératif, le spectre des erreurs extrait de simulations est représenté par les croix \times , tandis que la limite théorique de l'erreur atteignable, calculée par analyse de Fisher, apparaît en trait interrompu pointillé. A gauche, les simulations incluent les caractéristiques instrumentales d'une expérience de type CMBPol (65 % du ciel observé, résolution angulaire de 4 arcmin et sensibilité à la polarisation de $\sqrt{2} \mu K.arcmin$), tandis qu'à droite, l'expérience considérée possède une résolution deux fois meilleure et une sensibilité de $0.5 \mu K.arcmin$. Ainsi, c'est seulement pour ce type d'expérience post-CMBPol, que l'estimateur itératif apporte un gain de précision vraiment significatif par rapport à l'estimateur quadratique.

où l'on a défini l'angle entre deux modes : $\varphi_{\vec{k}'\vec{k}} \equiv \varphi_{\vec{k}'} - \varphi_{\vec{k}}$. dans la suite, on suppose qu'il n'y a pas d'ondes gravitationnelles primordiales, de sorte que $\tilde{B}(\vec{k}) = 0$. Ainsi, l'effet de lentille se traduit par une convolution dans l'espace de Fourier des observables du CMB avec le potentiel gravitationnel lentillant. Aussi, on sait déjà simuler dans l'approximation plane chacune des quantités apparaissant dans les expressions ci-dessus. Dès lors, nous avons une méthode toute indiquée pour introduire l'effet de lentille au sein de nos simulations de cartes planes de CMB. Cependant, notre objectif n'est pas seulement de simuler des cartes de CMB lentillées, mais bien de se pourvoir d'un outil de simulation spécialement adapté à l'évaluation de l'estimateur de l'effet de lentille que nous aurons choisi.

IV.2 Etude d'un estimateur quadratique

Bien que l'effet de lentille modifie les spectres de puissance du CMB, l'écart entre spectres lentillés et non-lentillés reste très faible jusqu'à des multipôles $\gtrsim 3500$ (voir figure IV.2). Dès lors, il s'est rapidement avéré plus prometteur, pour estimer l'effet de lentille, de considérer les non-gaussianités caractéristiques que celui-ci introduit au sein des cartes de CMB. Par

exemple, F. Bernardeau [5] a montré que ces effets non-gaussiens pouvaient être détectés via le calcul de la fonction de corrélation à quatre points des cartes des anisotropies. Dans des travaux plus récents, la forme de cette fonction de corrélation la plus adaptée à l'estimation de l'effet de lentille a été identifiée. En écrivant le trispectre (analogue de la fonction de corrélation à quatre points dans l'espace de Fourier) comme le spectre de puissance d'une variable quadratique, W. Hu [24] a procédé à une étude systématique visant à déterminer la forme de cette dernière, qui maximise le rapport signal sur bruit de la reconstruction du spectre du potentiel de lentille. Il trouve que la divergence du produit de la température par le gradient de la température répond à ce critère. Un estimateur du potentiel de lentille, basé sur une telle variable quadratique, est statistiquement optimal pour peu que l'effet de lentille sur la matrice de variance-covariance du CMB reste faible. Si cette condition est vérifiée en ce qui concerne température et mode E de polarisation du CMB, elle ne l'est plus, en revanche, pour le mode B de polarisation, qui bénéficie d'une forte augmentation de puissance à hauts multipôles due à l'effet de lentille. Cela même qui limite l'optimalité des estimateurs quadratiques, facilite grandement l'extraction de l'effet de lentille : lorsque l'on reconstruit le spectre BB aux petites échelles angulaires, le signal est dominé par les modes B secondaires issus de l'effet de lentille. Ainsi, W. Hu, en collaboration avec T. Okamoto [25], a étendu son estimateur quadratique optimal aux observables polarisées. Cependant, un tel estimateur est affligé d'un seuil en-deçà duquel l'extraction du potentiel de lentille ne peut être améliorée même en considérant des expériences de plus en plus performantes. Par exemple, L. Knox et Y.-S. Song [29] trouvent que les modes B primordiaux et secondaires ne peuvent plus être séparés dans le cadre d'une estimation quadratique de l'effet de lentille, si le rapport tenseur sur scalaire est inférieur à $r_{lim} \lesssim 10^{-4}$. Aussi, parallèlement, C. Hirata et U. Seljak ont développé un estimateur de l'effet de lentille basé sur le maximum de vraisemblance, qui permet d'extraire à la fois le champ de convergence et son spectre de puissance et ce, de manière itérative. Cependant, même pour une expérience 10 fois plus sensible que PLANCK, le gain de précision dans la reconstruction du potentiel de lentille, que l'estimateur itératif offre par rapport à l'estimateur quadratique, est marginal. Encore, pour une expérience de type CMBPol – couverture complète du ciel, résolution de l'ordre de quelques minutes d'arc et sensibilité $\sim 1 \mu K.arcmin$ – prise comme expérience de référence dans l'article de Hu et Okamoto, le bruit de l'estimation est diminué d'un facteur deux à $l = 300$ mais à $l = 1000$ cette diminution n'est plus que $\lesssim 10\%$ (voir figure IV.6). Il faut attendre deux générations d'expériences après PLANCK pour que l'amélioration apportée par les estimateurs de type maximum de vraisemblance soit réellement significative comparée aux performances que les estimateurs quadratiques permettent d'atteindre. C'est pourquoi nous adoptons l'estimateur quadratique de Hu et Okamoto, qui de surcroît présente les avantages d'être facilement implémentable et relativement rapide, comparé à l'estimateur itératif proposé par Hirata et Seljak.

IV.2.1 Le principe de l'estimateur quadratique.

L'estimateur quadratique est basé sur les corrélations entre observables du CMB et entre modes de Fourier différents introduites par l'effet de lentille. Le point délicat ici réside dans le fait que la corrélation entre deux modes de Fourier des observables du CMB lentillées – exprimées sous la forme de développement limité au premier ordre en Φ , eq. IV.15 et IV.16 – s'annule. En effet, le potentiel projeté $\Phi(\vec{k})$ est lui-même une variable aléatoire gaussienne

α	$f_\alpha(\vec{l}_1, \vec{l}_2)$
TT	$\tilde{C}_{l_1}^{TT}(\vec{L}, \vec{l}_1) + \tilde{C}_{l_2}^{TT}(\vec{L}, \vec{l}_2)$
TE	$\tilde{C}_{l_1}^{TE} \cos \varphi_{\vec{l}_1 \vec{l}_2}(\vec{L}, \vec{l}_1) + \tilde{C}_{l_2}^{TE}(\vec{L}, \vec{l}_2)$
TB	$\tilde{C}_{l_1}^{TE} \sin 2\varphi_{\vec{l}_1 \vec{l}_2}(\vec{L}, \vec{l}_1)$
EE	$[\tilde{C}_{l_1}^{EE}(\vec{L}, \vec{l}_1) + \tilde{C}_{l_2}^{EE}(\vec{L}, \vec{l}_2)] \cos 2\varphi_{\vec{l}_1 \vec{l}_2}$
EB	$[\tilde{C}_{l_1}^{EE}(\vec{L}, \vec{l}_1) - \tilde{C}_{l_2}^{BB}(\vec{L}, \vec{l}_2)] \sin 2\varphi_{\vec{l}_1 \vec{l}_2}$
BB	$[\tilde{C}_{l_1}^{BB}(\vec{L}, \vec{l}_1) + \tilde{C}_{l_2}^{BB}(\vec{L}, \vec{l}_2)] \cos 2\varphi_{\vec{l}_1 \vec{l}_2}$

TAB. IV.1: les filtres issus des fonctions de corrélation à deux points lentillées

de valeur moyenne nulle :

$$\begin{aligned} \langle \Phi(\vec{k}) \rangle &= 0 \\ \langle \Phi^*(\vec{k}_1) \Phi(\vec{k}_2) \rangle &= (2\pi)^2 \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) C_{k_1}^{\Phi\Phi} \end{aligned} \quad (\text{IV.17})$$

Donc, la corrélation $\langle X_1(\vec{k}_1) X_2(\vec{k}_2) \rangle$ où $X_1, X_2 \in \{T, E, B\}$, calculée au premier ordre en Φ , est nulle, à moins que l'on ne considère la moyenne sur un ensemble de réalisation du CMB tout en gardant le champ de lentille fixé. Dans ce cas, la fonction de corrélation à deux points devient :

$$\begin{aligned} \langle X_1(\vec{k}_1) X_2(\vec{k}_2) \rangle_{\text{CMB}} &= \langle \left(\tilde{X}_1(\vec{k}_1) + \delta X_1(\vec{k}_1) \right) \left(\tilde{X}_2(\vec{k}_2) + \delta X_2(\vec{k}_2) \right) \rangle_{\text{CMB}} \\ &\sim \langle \tilde{X}_1(\vec{k}_1) \delta X_2(\vec{k}_2) \rangle_{\text{CMB}} + \langle \delta X_1(\vec{k}_1) \tilde{X}_2(\vec{k}_2) \rangle_{\text{CMB}}, \text{ à l'ordre 1} \end{aligned} \quad (\text{IV.18})$$

où l'on a supposé des modes de Fourier différents, tels que $\vec{k}_1 \neq -\vec{k}_2$. Le calcul conduit à :

$$\langle X_1(\vec{k}_1) X_2(\vec{k}_2) \rangle_{\text{CMB}} \sim f_\alpha(\vec{k}_1, \vec{k}_2) \Phi(\vec{L}) \quad (\text{IV.19})$$

où $\vec{L} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$. La fonction de pondération f_α , où $\alpha \in \{TT, TE, TB, EE, EB, BB\}$, qui dépend des spectres de puissance primordiaux du CMB, est explicitée dans le tableau IV.1

Si l'on ne peut directement utiliser les fonctions de corrélation comme estimateur du potentiel de lentille, en revanche, celui-ci peut être extrait en formant une moyenne pondérée de produits d'observables lentillées. Dès lors, l'estimateur quadratique prend la forme générale suivante :

$$d_\alpha(\vec{L}) = \frac{A_\alpha(L)}{L} \int \frac{d^2 \vec{l}_1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2 \vec{l}_2}{(2\pi)^2} x(\vec{l}_1) x'(\vec{l}_2) F_\alpha(\vec{l}_1, \vec{l}_2) \delta(\vec{L} - \vec{l}_1 - \vec{l}_2), \quad (\text{IV.20})$$

où les fonctions A_α et F_α sont respectivement, la normalisation et la pondération de l'estimateur d_α . La fonction de normalisation est déterminée lorsqu'on impose que l'estimateur soit non-biaisé :

$$\langle d_\alpha(\vec{L}) \rangle_{\text{CMB}} = d(\vec{L}) \equiv L \Phi(\vec{L}).$$

En développant le calcul, on trouve :

$$A_\alpha(L) = L^2 \left[\int \frac{d^2 \vec{l}_1}{(2\pi)^2} f_\alpha(\vec{l}_1, \vec{l}_2) F_\alpha(\vec{l}_1, \vec{l}_2) \right]^{-1}. \quad (\text{IV.21})$$

Ensuite, la fonction de pondération F_α peut être choisie afin d'optimiser l'estimateur. Ainsi, Okamoto et Hu ont calculé le filtrage qui minimise la variance $\langle d_\alpha^*(L)d_\alpha(L) \rangle$. Ils donnent :

$$F_\alpha(\vec{l}_1, \vec{l}_2) = \frac{\hat{C}_{l_1}^{xx'} \hat{C}_{l_2}^{xx} f_\alpha(\vec{l}_1, \vec{l}_2) - \hat{C}_{l_1}^{xx'} \hat{C}_{l_2}^{xx'} f_\alpha(\vec{l}_2, \vec{l}_1)}{\hat{C}_{l_1}^{xx} \hat{C}_{l_2}^{xx'} \hat{C}_{l_1}^{xx'} \hat{C}_{l_2}^{xx} - (\hat{C}_{l_1}^{xx'} \hat{C}_{l_2}^{xx'})^2}, \quad (\text{IV.22})$$

où, puisque le potentiel de lentille est supposé reconstruit à partir de cartes de CMB observées, les spectres qui apparaissent dans l'expression ci-dessus contiennent à la fois le signal primordial, l'effet de lentille et une composante de bruit d'origine astrophysique et instrumentale : $\hat{C}_l = C(\vec{l}) + N(\vec{l})$. A l'instar des auteurs, on ne considère, dans un premier temps, qu'un bruit blanc gaussien issu de la détection :

$$N(\vec{l}) = \sigma_{pix}^2 \Omega_{pix} \mathcal{B}(\vec{l}) \quad (\text{IV.23})$$

où σ_{pix} est le niveau de bruit dans un élément de résolution d'angle solide Ω_{pix} et $\mathcal{B}(\vec{l})$, l'effet du lobe du détecteur supposé gaussien. Conceptuellement, le fait de tenir compte d'une composante de bruit permet de faciliter le calcul de l'intégrale qui apparait dans l'expression de l'estimateur (eq. IV.20) ; en effet, sans l'apport de puissance engendré par le bruit, le dénominateur de la fonction de filtrage deviendrait extrêmement petit aux grands multipôles.

Nous avons donc retracé la démarche de Hu et Okamoto dans la construction d'un estimateur quadratique optimal (c'est-à-dire ici, non-biaisé et de variance minimale). De plus, on dispose en principe de six estimateurs différents correspondants aux six façons de combiner les observables T, E ou B deux à deux. Cependant, le nombre d'estimateurs quadratiques effectivement utilisables se réduit à cinq, puisque l'on néglige la contribution des modes B primordiaux. Finalement, Hu et Okamoto caractérisent les performances de leur estimateur en calculant le spectre de puissance de l'erreur sur la reconstruction de l'effet de lentille. Pour cela, ils explicitent la variance de l'estimateur telle que :

$$\langle d_\alpha^*(\vec{L})d_\beta(\vec{L}') \rangle = (2\pi)^2 \delta(\vec{L} - \vec{L}') [C_L^{dd} + N_{\alpha\beta}(L)], \quad (\text{IV.24})$$

où

$$\begin{aligned} N_{\alpha\beta}(L) = & L^{-2} A_\alpha(L) A_\beta(L) \int \frac{d^2 \vec{l}_1}{(2\pi)^2} F_\alpha(\vec{l}_1, \vec{l}_2) \left(F_\beta(\vec{l}_1, \vec{l}_2) \right. \\ & \left. \times C_{l_1}^{x_\alpha x_\beta} C_{l_2}^{x'_\alpha x'_\beta} + F_\beta(\vec{l}_2, \vec{l}_1) C_{l_1}^{x_\alpha x'_\beta} C_{l_2}^{x'_\alpha x_\beta} \right). \end{aligned} \quad (\text{IV.25})$$

Pour une expérience de type PLANCK, c'est le cas $\alpha = TT$ qui constitue l'estimateur de l'angle de déflexion le plus performant, puisque PLANCK fournit des cartes de polarisation trop bruitées pour une extraction efficace des faibles corrélations induites par effet de lentille. En revanche, pour la génération d'expériences post-PLANCK – telles le projet CMBPol – les données de polarisation améliorent nettement la reconstruction de l'effet de lentille. Ainsi, dans ce cas, l'estimateur $\alpha = EB$ permet une extraction du spectre de puissance du potentiel de lentille jusqu'aux multipôles ~ 1000 (voir figure IV.7).

On note que pour des expériences dont les performances se situent entre ces deux exemples, il est possible d'améliorer la précision de la reconstruction du potentiel de lentille en combinant les différents estimateurs disponibles. Ainsi, on forme le nouvel estimateur :

$$d_{mv}(\vec{L}) = \sum_{\alpha} w_{\alpha}(L) d_{\alpha}(\vec{L}), \quad (\text{IV.26})$$

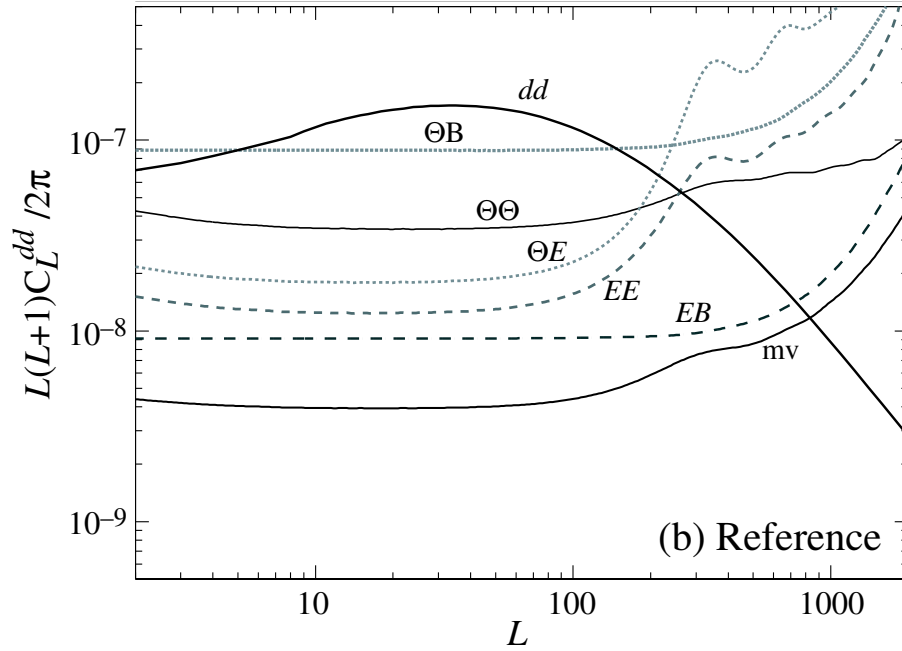


FIG. IV.7: Les spectres de puissance du bruit des 5 estimateurs quadratiques pour une expérience quasi-idéale. Celle-ci, prise comme référence, est caractérisée par un niveau de bruit de $\sigma_{pix}^T \theta_{FWHM} = (\sigma_{pix}^P / \sqrt{2}) \theta_{FWHM} = 1 \text{ arcmin.}\mu\text{K}$ et une résolution de $\theta_{FWHM} = 4 \text{ arcmin.}$ Le spectre de puissance noté « dd » est celui de l'angle de déflexion, tandis que la courbe notée « mv » est le spectre de bruit de variance minimale, résultant de la combinaison des 5 estimateurs. Ainsi, pour une expérience suffisamment sensible pour fournir des cartes haute précision des modes E et B, l'estimateur EB s'avère le plus efficace pour reconstruire le spectre de la déflexion. Cette figure est issue de [25].

où la fonction de pondération $w_\alpha(L)$ est optimisée pour minimiser la variance de l'estimateur. Elle se calcule en inversant la matrice 5×5 de variance-covariance du bruit de l'estimation, suivant :

$$w_\alpha = \frac{\sum_\beta (\mathbf{N}^{-1})_{\alpha\beta}}{\sum_{\beta\gamma} (\mathbf{N}^{-1})_{\beta\gamma}}. \quad (\text{IV.27})$$

Finalement, les propriétés du bruit du nouvel estimateur sont définies par :

$$\langle d_{\text{mv}}^*(\vec{L}) d_{\text{mv}}(\vec{L}') \rangle = (2\pi)^2 \delta(\vec{L} - \vec{L}') [C_L^{dd} + N_{\text{mv}}(L)],$$

où

$$N_{\text{mv}} = \frac{1}{\sum_{\alpha\beta} (\mathbf{N}^{-1})_{\alpha\beta}}.$$

Pour la suite de notre étude de l'estimation de l'effet de lentille, nous adoptons l'expérience définie comme référence dans Hu et Okamoto. Ainsi, nous choisissons de caractériser les performances de l'estimateur quadratique le plus prometteur (voir figure IV.7), c'est-à-dire le cas EB. C'est donc ce cas particulier que nous implémentons ; pour un approfondissement de notre projet, débordant les objectifs que l'on se donne ici, le code développé s'adapte facilement à la construction des autres estimateurs. En résumé, on ré-explicite la forme de l'estimateur EB ainsi que ses propriétés de bruit :

$$d_{EB}(\vec{L}) = \frac{A_{EB}(L)}{L} \int \frac{d^2 \vec{l}}{(2\pi)^2} E(\vec{l}) B(\vec{l}') \frac{\tilde{C}_l^{EE}}{\tilde{C}_l^{EE} \tilde{C}_{l'}^{BB}} \vec{L} \cdot \vec{l} \sin 2\varphi_{ll'} \quad (\text{IV.28})$$

Sa variance s'écrit :

$$\langle d_{EB}^*(\vec{L}) d_{EB}(\vec{L}') \rangle = (2\pi)^2 \delta(\vec{L} - \vec{L}') [C_L^{dd} + N_{EBEB}(L)],$$

où

$$N_{EBEB}(L) = A_{EB}(L) = L^2 \left[\int \frac{d^2 \vec{l}_1}{(2\pi)^2} \frac{(\tilde{C}_l^{EE})^2}{\tilde{C}_l^{EE} \tilde{C}_{l'}^{BB}} (\vec{L} \cdot \vec{l} \sin 2\varphi_{ll'})^2 \right]^{-1}. \quad (\text{IV.29})$$

Nous disposons dès lors, d'un outil d'estimation de l'effet de lentille, basé sur les corrélations que celui-ci introduit entre modes E et B du CMB :

$$\langle E(\vec{k}_1) B(\vec{k}_2) \rangle_{\text{CMB}} \sim \tilde{C}_{k_1}^{EE} (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{k}_1 \sin(2\varphi_{\vec{k}_1 \vec{k}_2}) \Phi(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \quad (\text{IV.30})$$

Afin de tester cet outil, il nous faut maintenant développer une chaîne de simulations de cartes de E et B, au sein desquelles les corrélations introduites sont parfaitement connues et maîtrisées.

IV.2.2 Réalisation de cartes du CMB lentillées.

L'objectif ici est de se donner une méthode de simulation de cartes de CMB lentillées dans lesquelles les corrélations EB sont parfaitement contrôlées. Pour établir cette méthode, on se guidera dans un premier temps, sur le cas plus simple des réalisations corrélées des champs gaussiens T et E. Puis, on généralisera cette étude, pour l'adapter à notre problème, en se référant aux travaux de Yehuda Hoffman et Erez Ribak [21] [22].

Réalisations des champs T et E du CMB

La statistique des champs T et E doit incorporer 3 propriétés ; les champs T et E sont gaussiens et isotropes de spectre connu d'une part, d'autre part, ils sont corrélés entre eux modes à modes. Ceci se traduit par :

$$\begin{aligned} - < T^*(\vec{k}_1)T(\vec{k}_2) > = (2\pi)^2 C_{k_1}^{TT} \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \\ - < E^*(\vec{k}_1)E(\vec{k}_2) > = (2\pi)^2 C_{k_1}^{EE} \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \\ - < T^*(\vec{k}_1)E(\vec{k}_2) > = (2\pi)^2 C_{k_1}^{TE} \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \end{aligned}$$

L'existence de corrélations croisées entre T et E impose un tirage conjoint de ces deux champs. La probabilité d'obtenir une réalisation de T et E donnée est une gaussienne multivariée telle que :

$$P(T(\vec{k}_i)E(\vec{k}_j)) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{2N} \sqrt{|\mathcal{C}|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (T^*(\vec{k}_i)E^*(\vec{k}_j)) \mathcal{C}^{-1} \begin{pmatrix} T(\vec{k}_i) \\ E(\vec{k}_j) \end{pmatrix} \right\}$$

La matrice $N \times N$ notée \mathcal{C} est la matrice de corrélations des champs T et E :

$$\mathcal{C} = \begin{pmatrix} C_{l=0}^{TT} & C_{l=0}^{TE} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C_{l=0}^{TE} & C_{l=0}^{EE} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & C_{l=1}^{TT} & C_{l=1}^{TE} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & C_{l=1}^{TE} & C_{l=1}^{EE} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & C_{l_{max}}^{TT} & C_{l_{max}}^{TE} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{l_{max}}^{TE} & C_{l_{max}}^{EE} \end{pmatrix}$$

La forme bloc diagonale de cette matrice signifie que l'on peut tirer chaque mode indépendamment des autres. Pour un mode donné $\vec{k} = \vec{k}_0$, la probabilité d'obtenir une réalisation de T et E sera :

$$\begin{aligned} P(T(\vec{k}_0)E(\vec{k}_0)) &= \frac{1}{(2\pi)\sqrt{|\mathcal{C}|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (T^*(\vec{k}_0)E^*(\vec{k}_0)) \begin{pmatrix} C_{k_0}^{TT} & C_{k_0}^{TE} \\ C_{k_0}^{TE} & C_{k_0}^{EE} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} T(\vec{k}_0) \\ E(\vec{k}_0) \end{pmatrix} \right\} \\ \mathcal{C}^{-1} &= \frac{1}{|\mathcal{C}|} \begin{pmatrix} C_{k_0}^{EE} & -C_{k_0}^{TE} \\ -C_{k_0}^{TE} & C_{k_0}^{TT} \end{pmatrix} \text{ et } |\mathcal{C}| = C_{k_0}^{TT} C_{k_0}^{EE} - (C_{k_0}^{TE})^2 \end{aligned}$$

Pour avoir une réalisation de T et E pour ce mode, on procède en deux temps. On se donne d'abord une réalisation de $T(\vec{k}_0)$ par tirage aléatoire d'une variable gaussienne de variance 1 notée $G^{(1)}$:

$$T(\vec{k}_0) = \sqrt{C_{k_0}^{TT}} G_{k_0}^{(1)}.$$

Puis on tire une réalisation conjointe de $\begin{pmatrix} T(\vec{k}_0) \\ E(\vec{k}_0) \end{pmatrix}$ sous la contrainte de la valeur de $T(\vec{k}_0)$, notée T_0 , trouvée ci-dessus. Par le théorème de Bayes, on détermine la probabilité de $E(\vec{k}_0)$ sachant T_0 :

$$P(E(\vec{k}_0)|T_0) = \frac{P(T(\vec{k}_0)E(\vec{k}_0))}{P(T(\vec{k}_0) = T_0)}$$

Le champ $T(\vec{k}_0)$ est gaussien, sa distribution de probabilité est donnée par :

$$P(T(\vec{k}_0)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{C_{k_0}^{TT}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2C_{k_0}^{TT}} |T(\vec{k}_0)|^2 \right\}$$

Finalement, le calcul de la distribution de probabilité contrainte de $E(\vec{k}_0)$ donne :

$$P(E(\vec{k}_0)|T(\vec{k}_0)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{C_{k_0}^{EE} - \frac{(C_{k_0}^{TE})^2}{C_{k_0}^{TT}}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(C_{k_0}^{EE} - \frac{(C_{k_0}^{TE})^2}{C_{k_0}^{TT}})} \left| E(\vec{k}_0) - \frac{C_{k_0}^{TE}}{C_{k_0}^{TT}} T(\vec{k}_0) \right|^2 \right\}$$

Du fait d'imposer la valeur de $T(\vec{k}_0)$, il résulte un décalage de la distribution de probabilité conditionnelle de $(T(\vec{k}_0)E(\vec{k}_0))$, qui devient une gaussienne centrée sur le champ $\bar{E}(\vec{k}_0)$:

$$\bar{E}(\vec{k}_0) = \frac{C_{k_0}^{TE}}{C_{k_0}^{TT}} T(\vec{k}_0)$$

Aussi, la distribution de probabilité obtenue peut se voir comme la probabilité d'obtenir la variable aléatoire gaussienne $E_{cond}(\vec{k}_0)$ de variance σ_{cond} , telle que :

$$E_{cond}(\vec{k}_0) = E(\vec{k}_0) - \frac{C_{k_0}^{TE}}{C_{k_0}^{TT}} T(\vec{k}_0) \text{ et } \sigma_{cond} = C_{k_0}^{EE} - \frac{(C_{k_0}^{TE})^2}{C_{k_0}^{TT}}$$

De ce calcul, on déduit une méthode pour tirer aléatoirement le champ $E(\vec{k}_0)$ avec les propriétés de corrélation requises, une fois le champ $T(\vec{k}_0)$ réalisé. On réécrit $E(\vec{k}_0)$ comme :

$$E(\vec{k}_0) = \bar{E}(\vec{k}_0) + E_{cond}(\vec{k}_0)$$

Puisque l'on dispose déjà d'une réalisation de $T(\vec{k}_0)$ et donc de $\bar{E}(\vec{k}_0)$, tirer aléatoirement $E(\vec{k}_0)$ revient à tirer une valeur du champ $E_{cond}(\vec{k}_0)$ suivant la statistique calculée ci-dessus :

$$E(\vec{k}_0) = \frac{C_{k_0}^{TE}}{C_{k_0}^{TT}} \sqrt{C_{k_0}^{TT}} G_{k_0}^{(1)} + \sqrt{C_{k_0}^{EE} - \frac{(C_{k_0}^{TE})^2}{C_{k_0}^{TT}}} G_{k_0}^{(2)}$$

Nous avons donc explicité une méthode pour obtenir une réalisation des champs T et E contenant les informations de corrélation croisée TE. Cette méthode se généralise aux réalisations conditionnelles d'un nombre quelconque de champs gaussiens.

Généralisation : réalisations à N contraintes de M champs gaussiens

Dans la section précédente, on vérifie que la méthode utilisée pour tirer aléatoirement les champs corrélés T et E est bien un cas particulier de la méthode de réalisation contrainte de champs gaussiens telle qu'elle est décrite dans Hoffman et Ribak. On résume ici cette méthode en explicitant les notations.

On considère le champ $f(\vec{k})$ constitué d'un ensemble de N variables aléatoires gaussiennes de moyenne nulle et de variance connue. Ce champ gaussien est soumis à M contraintes, notées Γ_i , du type $f(k_i) = f_i$, où $i = \{0, \dots, M-1\}$. On cherche à obtenir une réalisation de $f(\vec{k})$ qui respecte ces contraintes. On applique le théorème de Bayes pour déterminer la distribution de probabilité conditionnelle du champ $f(\vec{k})$:

$$P(f(\vec{k})|\{\Gamma_i\}) = \frac{P(f(\vec{k}))|_{\Gamma}}{P(\{\Gamma_i\})}$$

Dans l'expression ci-dessus, $P(f(\vec{k}))|_{\Gamma}$ est la distribution de probabilité du champ $f(\vec{k})$ dans le sous-ensemble où les contraintes $\{\Gamma_i\}$ sont réalisées. On effectue ce calcul en explicitant les distributions de probabilité de $f(\vec{k})$ et des $\{\Gamma_i\}$ sous forme de gaussiennes multivariées. On trouve que la distribution de probabilité conditionnelle est une gaussienne centrée sur un champ noté $\overline{f}_{\Gamma}(\vec{k})$; ce champ est la moyenne du champ $f(\vec{k})$ sur un ensemble de réalisations qui respectent les contraintes $\{\Gamma_i\}$:

$$\overline{f}_{\Gamma}(\vec{k}) \equiv \langle f(\vec{k}) \rangle_{\Gamma} = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{M-1} \langle f(\vec{k}) \Gamma_i \rangle \langle \Gamma_i \Gamma_j \rangle^{-1} f_j$$

Par ailleurs, la distribution de probabilité conditionnelle décrit la statistique d'un champ aléatoire gaussien $F_{\text{rés}}(\vec{k})$ appelé champ résiduel. Il est défini par :

$$F_{\text{rés}}(\vec{k}) = f(\vec{k}) - \overline{f}_{\Gamma}(\vec{k})$$

Sa variance est donnée par :

$$\sigma_{\text{rés}}^2 = \sigma^2 - \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{M-1} \langle f(\vec{k}) \Gamma_i \rangle \langle \Gamma_i \Gamma_j \rangle^{-1} \langle f(\vec{k}) \Gamma_j \rangle \quad \text{où } \sigma^2 = \langle |f(\vec{k})|^2 \rangle$$

Le point clef réside dans le fait que ce champ résiduel ne dépend pas des valeurs f_i imposées par les contraintes Γ_i . D'après la définition de $F_{\text{rés}}(\vec{k})$, le champ $f(\vec{k})$ s'écrit comme la somme de sa moyenne d'ensemble sous contraintes, c'est-à-dire le champ $\overline{f}_{\Gamma}(\vec{k})$ et du champ résiduel. De cette façon, on a une méthode pour obtenir une réalisation contrainte du champ $f(\vec{k})$: il suffit d'évaluer $\overline{f}_{\Gamma}(\vec{k})$ et de tirer une réalisation du champ résiduel, une fois sa variance calculée.

Réalisation contrainte des champs E et B lentillés

Dans cette partie, on applique les résultats précédents au problème qui nous intéresse -celui d'obtenir des réalisations des champs E et B lentillés qui vérifient les propriétés de corrélation croisée EB entre modes différents telles qu'elles sont exprimées dans Okamoto et Hu :

$$\langle E(\vec{l}_1) B(\vec{l}_2) \rangle_{\text{CMB}} = f_{EB}(\vec{l}_1, \vec{l}_2) \Phi(\vec{l}_1 + \vec{l}_2)$$

Dans ce cas, on doit considérer un ensemble de $2N_{\text{pix}}$ variables aléatoires gaussiennes⁴ $f(\vec{k}) = \{E(\vec{l})B(\vec{l}')\}$. Connaissant le spectre du champ E lentillé, on commence par se donner

⁴l'effet de lentille étant faible, les observables E et B restent bien gaussiennes au premier ordre.

une réalisation de $E(\vec{l})$ par tirage aléatoire d'une variable gaussienne de variance unité notée $G^{(1)}$:

$$E(\vec{l}) = \sqrt{C_l^E} G^{(1)}(\vec{l}) = E_{\vec{l}} \quad (\text{IV.31})$$

Ces Npix valeurs tirées sont nos contraintes sur le champ $f(\vec{l})$. On a vu d'après Hoffman et Ribak, que la distribution de probabilité conditionnelle de $f(\vec{l})$, pour nous $P(E(\vec{l})B(\vec{l}')|E_{\vec{l}})$, s'écrit comme une gaussienne centrée en $\bar{f}(\vec{l})$ et de variance $\sigma_{\text{rés}}$ telles que :

$$\begin{aligned} \bar{f}(\vec{l}) &= \int \frac{d^2 \vec{l}_i}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2 \vec{l}_j}{(2\pi)^2} \langle B(\vec{l}') E^*(\vec{l}_i) \rangle \langle E^*(\vec{l}_i) E(\vec{l}_j) \rangle^{-1} E_{\vec{l}_j} \\ &= \int \frac{d^2 \vec{l}_i}{(2\pi)^2} \frac{f_{EB}(\vec{l}_i, -\vec{l}')}{\sqrt{C_{l_i}^E}} \Phi^*(\vec{l}_i - \vec{l}') G^{(1)}(\vec{l}_i) \end{aligned} \quad (\text{IV.32})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{rés}} &= \langle |B(\vec{l}')|^2 \rangle - \int \frac{d^2 \vec{l}_i}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2 \vec{l}_j}{(2\pi)^2} \langle B(\vec{l}') E^*(\vec{l}_i) \rangle \langle E(\vec{l}_i)^* E(\vec{l}_j) \rangle^{-1} \langle B(\vec{l}')^* E(\vec{l}_j) \rangle \\ &= C_{\nu}^{BB} - \int \frac{d^2 \vec{l}_i}{(2\pi)^2} \frac{f_{EB}(\vec{l}_i, -\vec{l}')^2 \Phi^*(\vec{l}_i - \vec{l}') \Phi(\vec{l}_i - \vec{l}')}{C_{l_i}^{EE}} \end{aligned} \quad (\text{IV.33})$$

D'après les résultats précédents, on obtiendra la réalisation du champ B lentillé désirée en écrivant que $f(\vec{l}') = \bar{f}(\vec{l}') + F_{\text{rés}}(\vec{l}')$, c'est-à-dire :

$$B(\vec{l}') = \int \frac{d^2 \vec{l}_i}{(2\pi)^2} \frac{f_{EB}(\vec{l}_i, -\vec{l}')}{\sqrt{C_{l_i}^E}} \Phi^*(\vec{l}_i - \vec{l}') G^{(1)}(\vec{l}_i) + \sqrt{C_{\nu}^{BB} - \int \frac{d^2 \vec{l}_i}{(2\pi)^2} \frac{f_{EB}(\vec{l}_i, -\vec{l}')^2 |\Phi(\vec{l}_i - \vec{l}')|^2}{C_{l_i}^{EE}}} G^{(2)}(\vec{l}') \quad (\text{IV.34})$$

avec $\vec{L} = \vec{l}_i - \vec{l}'$. Finalement, on vérifie bien, qu'avec cette méthode de réalisation de E et B, on retrouve toutes les propriétés statistiques de ces deux champs :

- $\langle E^*(\vec{k}_1) E(\vec{k}_2) \rangle = (2\pi)^2 C_{k_1}^{EE} \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$
- $\langle B^*(\vec{k}_1) B(\vec{k}_2) \rangle = (2\pi)^2 C_{k_1}^{BB} \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$
- $\langle E^*(\vec{k}_1) B(\vec{k}_2) \rangle = f_{EB}(\vec{l}_1, -\vec{l}_2) \Phi^*(\vec{l}_1 - \vec{l}_2)$

Les simulations contraintes de cartes lentillées de polarisation constituent une étape cruciale de notre projet, grâce à laquelle l'estimateur de l'effet de lentille pourra être évalué d'abord dans un cas idéal puis en présence d'avant-plan.

IV.2.3 Evaluation de l'estimateur quadratique

Dans cette partie, nous concluons notre pré-étude de l'estimation de l'effet de lentille, en évaluant les performances de l'estimateur quadratique EB dans un cas idéal – où la seule composante de bruit introduite au sein des observables du CMB est le bruit instrumental de l'expérience de référence précédemment définie. Pour cela, la méthode consiste à comparer les spectres de l'angle de déflexion C_l^{dd} obtenus par deux méthodes différentes : l'un, directement extrait d'une réalisation du potentiel de lentille, l'autre, estimé sur une série de simulations de cartes de E et B, lentillées à partir de cette *même*⁵ réalisation du potentiel Φ . On teste

⁵on rappelle que le potentiel de lentille peut être reconstruit à partir des corrélations EB pour un champ lentillant fixé.

bien de cette façon, l'efficacité de l'estimateur EB dans le processus de reconstruction du potentiel de lentille.

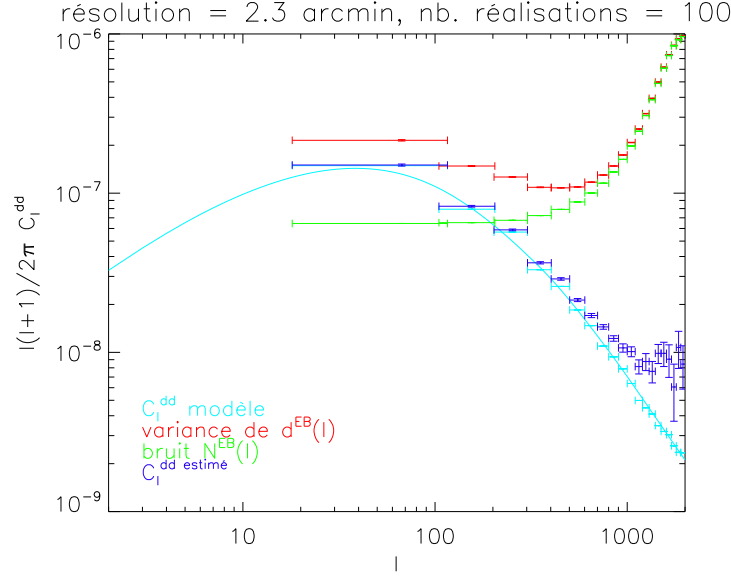


FIG. IV.8: Evaluation de l'estimateur quadratique EB dans le cas idéal. La courbe turquoise est le spectre de l'angle de déflexion calculé par CAMB, à partir duquel est tirée la réalisation du potentiel de lentille. Les points turquoise représentent le spectre extrait de cette réalisation, évalué par intervalle de multipôles. Les points rouge figurent la moyenne des spectres de puissance extraits de l'estimation du potentiel de lentille. Celle-ci est réalisée sur 100 simulations de cartes lentillées des modes E et B de polarisation. Les cartes ont des dimensions de $20^\circ \times 20^\circ$ sur le ciel pour une pixellisation 512×512 , soit une résolution de l'ordre de 2.3 minutes d'arc. Les barres d'erreurs verticales sont obtenues par le calcul de la déviation standard des 100 spectres. Lorsque l'on soustrait à ce spectre estimé, le spectre du bruit de l'estimateur EB calculé suivant eq. (IV.29) – points verts sur la figure, on obtient le spectre de l'angle de déflexion reconstruit à partir des cartes de CMB (points bleus). Comparé au spectre de puissance initial (points turquoise), le spectre estimé sur les simulations contraintes (points bleus) souffre d'un excès de puissance.

Le point de départ nous est fourni par le code public CAMB, qui, à partir de la donnée d'un modèle cosmologique, calcule les spectres primordiaux et lentillés des modes E et B (\tilde{C}_l^{EE} , C_l^{EE} et C_l^{BB}), ainsi que le spectre de l'angle de déflexion (C_l^{dd}). A partir de ce dernier, on tire une réalisation des modes de Fourier du potentiel de lentille, en suivant la méthode décrite eq. (IV.11) :

$$\Phi(\vec{L}) = \sqrt{\frac{C_L^{dd}}{L^2}} G(\vec{L})$$

On suit l'éq. (IV.12) pour extraire de la carte obtenue, une première estimation du spectre de lentille, $\hat{C}_{L(init)}^{dd}$.

Ensuite, on simule une série de cartes de E et B lentillées, en se basant sur les équations (IV.31) et (IV.34). Les contraintes que l'on introduit dans ce processus, sont calculées à

partir de notre réalisation de $\Phi(\vec{L})$. Aux cartes obtenues, on ajoute la composante de bruit blanc gaussien, modélisée éq. (IV.23) et calculée pour les caractéristiques de l'expérience de référence. Ce sont des cartes carrées de 20 degrés de coté sur le ciel et de l'ordre de 2 minutes d'arc de résolution.

On peut alors procéder à la reconstruction du potentiel de lentille sur chaque couple $(E, B)_i$ de cartes, et ce avec l'estimateur quadratique donné éq. (IV.28). On dispose, dès lors, d'une série de cartes de l'angle de déflexion $\hat{d}_{EB}^{(i)}(\vec{L})$, dont on évalue, pour chacune d'entre elles, la variance $\langle |\hat{d}_{EB}^{(i)}|^2 \rangle$. Une estimation de la somme $(\hat{C}_L^{dd} + N_{EB}(L))$ est donnée par :

$$\hat{C}_L^{dd} + N_{EB}(L) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle |\hat{d}_{EB}^{(i)}|^2 \rangle \equiv \langle \hat{C}_L^{dd(i)} \rangle_i$$

où N est le nombre de couples $(E(\vec{l}), B(\vec{l}))_i$ simulés. Par ailleurs, on a introduit les notations $\hat{C}_L^{dd(i)} = \langle |\hat{d}_{EB}^{(i)}|^2 \rangle$ et $\langle \rangle_i$ pour signifier la moyenne sur les N réalisations de cartes. Ensuite,

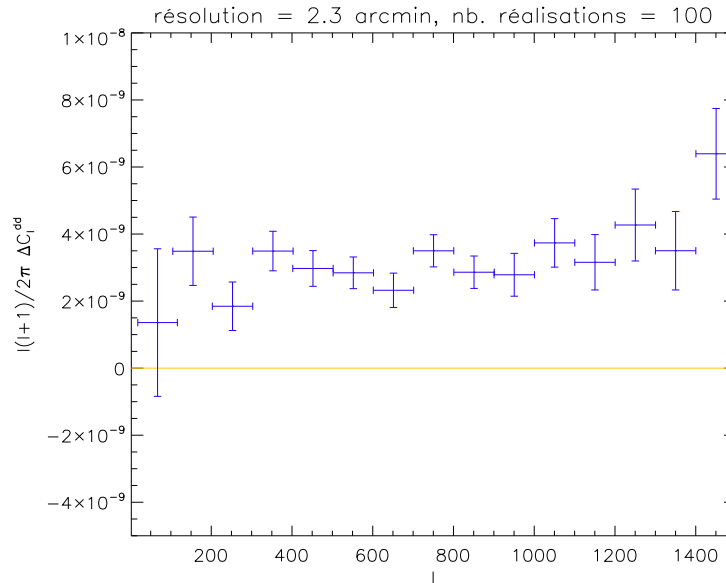


FIG. IV.9: Evaluation du biais de l'estimateur EB pour 100 réalisations. La différence entre spectre reconstruit via l'estimateur EB et spectre initial est figurée par les croix bleues. L'estimateur introduit un excès de puissance systématique de l'ordre de $3 \cdot 10^{-9} \Delta K/K$ à tous les multipôles jusqu'à $l \gtrsim 1000$.

l'erreur associée à cette estimation, peut être évaluée de manière simple, telle que :

$$\sigma_{(\hat{C}_L^{dd} + N_{EB}(L))} = \sqrt{\frac{1}{N} \langle \left(\hat{C}_L^{dd(i)} - \langle \hat{C}_L^{dd(i)} \rangle_i \right)^2 \rangle_i}.$$

Il ne reste plus qu'à calculer le spectre du bruit de l'estimateur $N_{EB}(L)$ à partir de l'éq. (IV.29). Celui-ci, soustrait de l'éq. (IV.23) permet d'accéder à l'estimation du spectre de puissance de l'angle de déflexion \hat{C}_L^{dd} . Enfin, on compare ce dernier, reconstruit grâce à l'estimateur EB, avec le spectre de départ (voir la figure IV.8). Comme attendu d'après la

figure IV.7, la reconstruction est globalement satisfaisante jusqu'aux multipôles de l'ordre de 1000, correspondant aux échelles sur lesquelles le rapport signal sur bruit de l'estimation est $\gtrsim 1$. Cependant, le spectre de l'angle de déflexion tend à être systématiquement surestimé, avec un excès de puissance de l'ordre de 10 %. On fait apparaître ce biais sur la figure IV.9 en traçant l'écart entre spectre initial et spectre estimé.

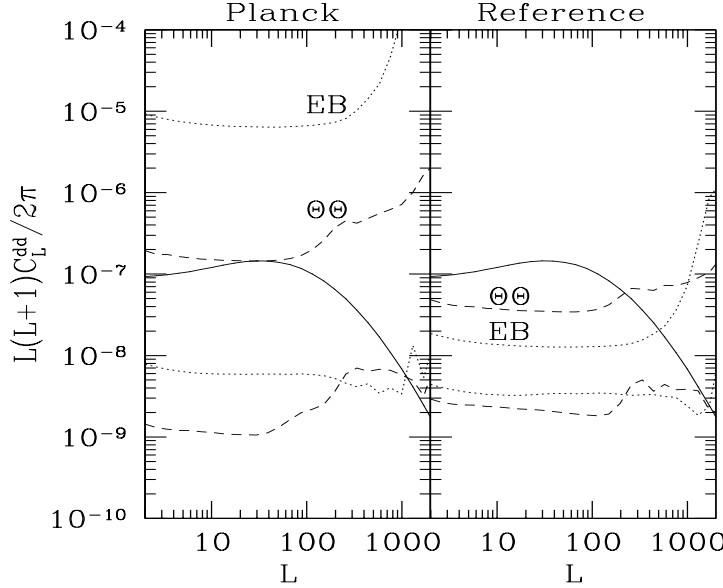


FIG. IV.10: Variance de l'estimateur quadratique évaluée par Kesden et al. [27] dans le cadre d'une reconstruction de l'angle de déflexion par PLANCK et par l'expérience de référence définie par Hu et Okamoto. Sur chacun des graphes, 5 spectres sont tracés : le spectre de l'angle de déflexion (trait plein), les spectres de bruit de la reconstruction à l'ordre zéro – les deux courbes du haut – et du premier ordre en C_L^{dd} – spectres du bas – pour les estimateurs combinant les cartes de température (noté $\theta\theta$, représenté en trait interrompu) et les cartes des modes E et B de polarisation (noté EB, trait pointillé). Pour l'expérience de référence, le spectre de bruit du premier ordre en C_L^{dd} de l'estimateur EB est quasi-constant jusqu'à $L \lesssim 1000$; il est compris entre 3 et $4 \cdot 10^{-9} \Delta K/K$. Ce résultat est en accord avec notre évaluation du biais de l'estimateur EB.

Ce biais de l'estimateur quadratique EB est bien connu, puisqu'il a récemment été décrit par M. Kesden et al. [27], qui étendent le calcul de Hu et Okamoto aux termes du second ordre en Φ , puis retrouvé par A. Amblard et al. [2]. Son origine tient au fait qu'un terme non-gaussien et dépendant du signal a été négligé dans l'expression de la variance de l'estimateur quadratique donnée dans [25]. Ainsi, un calcul détaillé conduit à :

$$\langle d_{EB}^*(\vec{L}) d_{EB}(\vec{L}') \rangle = (2\pi)^2 \delta(\vec{L} - \vec{L}') [C_L^{dd} + N_{EB}(L) + N_{EB}^{ng}(L)],$$

La variance de l'estimateur d_{EB} (corrélacion à deux points) cache un corrélateur à quatre points, puisque d_{EB} s'écrit comme une somme pondérée des champs E et B lentillés, donc non-gaussiens. Ainsi, le terme de bruit supplémentaire, noté N_{EB}^{ng} , apparaît lorsque l'on tient compte de la partie non-connectée de ce corrélateur. Le détail du calcul, effectué en

respectant toutes les hypothèses adoptées dans [25], est donné en annexe (A.3). On trouve :

$$(2\pi)^2 \delta(\vec{L} - \vec{L}') N_{EB}^{ng}(L) = (2\pi)^2 \delta(\vec{L} - \vec{L}') \frac{A_{EB}^2(L)}{L^2} \int \frac{d^2 \vec{l}_1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2 \vec{l}_2}{(2\pi)^2} \frac{f_{EB}(\vec{l}_1, \vec{l}_2) f_{EB}(\vec{l}_1, \vec{l}_2)}{\hat{C}_{l_1}^{EE} \hat{C}_{l_2}^{BB} \hat{C}_{l'_1}^{EE} \hat{C}_{l'_2}^{BB}} C_{|\vec{l}'_1 - \vec{l}_2|}^{\Phi\Phi} f_{EB}(\vec{l}_1, -\vec{l}_2) f_{EB}(\vec{l}_1, -\vec{l}_2) \quad (\text{IV.35})$$

On note que, puisque les hypothèses adoptées pour notre calcul sont plus restrictives que celles de Kesden et al., on ne retrouve qu'une partie des termes de bruit additionnel donné par ces dernier (voir la remarque finale de l'annexe). Néanmoins, leur évaluation de ce bruit, lors de la reconstruction de l'angle de déflexion par l'expérience de référence, correspond bien à la valeur du biais déduite de notre simulation (voir la figure IV.10).

En conclusion, ce biais, dans la mesure où l'on est capable de l'estimer précisément puis de le soustraire, ne constitue pas un facteur limitant pour la suite de notre étude.

IV.3 Evaluation de l'estimateur quadratique en présence d'avant-plan

Tout est désormais en place pour aborder le cœur de notre analyse, à savoir, l'étude des effets délétères des avant-plans dans le processus d'estimation de l'effet de lentille. Après une brève revue des émissions électro-magnétiques qualifiées d'avant-plan, nous proposerons une validation de la méthode adoptée, dans un cas particulier. Pour cela, nous simulerons l'émission d'un avant-plan, celle des sources ponctuelles extragalactiques que nous introduirons dans les cartes de CMB lentillées. Ensuite, nous réévaluerons l'estimateur quadratique en présence de ce contaminant.

IV.3.1 Quels sont les avant-plans ?

La lumière diffuse de la Galaxie

Un instrument dédié à la mesure de la température ou de la polarisation du CMB observe au premier plan l'émission radio de la Voie Lactée. Cette image radio de notre galaxie est la superposition de plusieurs sources de lumière qui sont essentiellement, le rayonnement synchrotron, le bremsstrahlung et l'émission thermique des poussières interstellaires.

LE RAYONNEMENT SYNCHROTRON. La galaxie est traversée d'électrons libres qui perdent leur énergie en spiralant le long des lignes du champ magnétique galactique. Si les électrons sont relativistes, cette perte d'énergie entraîne une émission de lumière synchrotron. Pour un spectre en énergie des électrons en loi de puissance $dN/dE \propto E^{-p}$, l'émissivité synchrotron s'écrit :

$$\epsilon_{sync}(\nu) \propto B^{\frac{p+1}{2}} \nu^{-\frac{p-1}{2}}$$

Cette relation nous donne l'indice spectral de l'émission $\alpha = (p - 1)/2$, valable à des fréquences de l'ordre de quelques GHz de sorte que l'absorption du rayonnement soit négli-

geable⁶. Cet indice varie sur le ciel en fonction des variations d'intensité et de direction du champ B mais aussi en fonction de l'efficacité de la perte d'énergie des électrons. Ainsi, on distingue deux types d'émission synchrotron, l'une localisée dans les restes de supernovae, l'autre plus diffuse. Une fois accélérés dans l'explosion d'une supernova, les électrons sont soit piégés dans le champ magnétique du gaz comprimé par l'onde de choc de la supernova, soit éjectés dans le milieu interstellaire. Les électrons piégés, qui subissent une forte perte d'énergie, sont associés à une émission synchrotron d'indice spectral $\alpha \sim 0.5$ [31]. Cependant, elle ne représente que 10 % de l'émission totale. L'émission diffuse, d'indice spectral $0.5 < \alpha < 1.1$, engendrée par les électrons traversant la galaxie, perdant moins rapidement leur énergie, est responsable de la majeure partie de l'émission synchrotron. L'émission résultante à la fréquence de 408 MHz est montrée sur la figure IV.11. Au plus basses fréquences d'observation du CMB, le rayonnement synchrotron constitue l'avant-plan dominant.

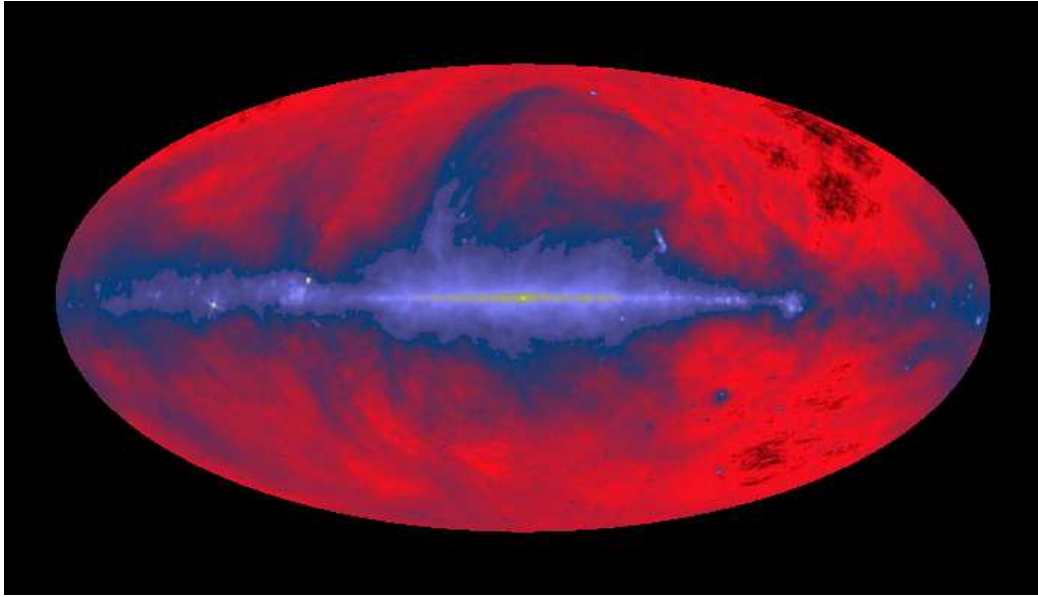


FIG. IV.11: Carte du ciel à 408 MHz obtenue en combinant les données issues de trois observatoires radio : le *Jodrell Bank Observatory*, le *Max Planck Institut* et le *Parkes*. A cette fréquence, l'émission dominante est celle de rayonnement synchrotron. Des structures à toutes les échelles apparaissent proches du plan galactique : il s'agit essentiellement de pulsars lointains, de zones de formation intense d'étoiles ou de restes de supernovae. En particulier, la grande boucle qui s'étend autour du centre galactique pourrait appartenir à une superbulle créée par le vent des étoiles massives lors d'une flambée de formation stellaire. Cette carte est issue de [19], elle est également disponible sur APOD ([http ://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap050205.html](http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap050205.html))

Par ailleurs, on s'attend à ce que le rayonnement synchrotron soit fortement polarisé, avec un degré de polarisation pouvant atteindre $\pi = (3p + 3)/(3p + 7)$, c'est-à-dire 75 %. Cependant, les degrés de polarisation déduits des observations dépassent rarement les 20 %. Cela s'explique par le fait que les fréquences d'observation choisies pour mesurer l'émission synchrotron sont inférieures ou de l'ordre du GHz : à ces fréquences, les phénomènes de rotation Faraday et de dépolarisation sont très efficaces. Lorsque le rayonnement polarisé traverse

⁶A basse fréquence, le phénomène ré-absorption du rayonnement par le milieu devient efficace (régime optiquement épais)

un milieu ionisé où le champ magnétique est non-nul, son angle de polarisation est faiblement dévié d'un angle inversement proportionnel au carré de la fréquence. Cette perturbation, appelée rotation Faraday, ne modifie pas l'intensité polarisée $P = \sqrt{Q^2 + U^2}$ mais uniquement les angles de polarisation. Cela affecte les spectres de puissance polarisés $C_l^{E(sync)}$ et $C_l^{B(sync)}$ en détruisant les corrélations spatiales. Au contraire, la dépolarisation diminue l'intensité polarisée. Par exemple, s'il existe plusieurs sources indépendantes de synchrotron polarisé le long de la ligne de visée, la polarisation linéaire résultante, superposition d'angles non-corrélés, peut s'annuler partiellement. Ces deux phénomènes compliquent l'interpolation aux fréquences du CMB des cartes disponibles. Par ailleurs, les cartes de polarisation du synchrotron utilisables concernent toutes le plan galactique (voir la figure IV.12). Les cartes existantes à plus haute latitude galactique sont sous-échantillonnées. Ainsi, la simulation du rayonnement synchrotron polarisé est une question difficile (voir les travaux de Giardino et al. [17] par exemple) qui requiert de développer des modèles pour interpoler les données existantes à la fois en fréquence et en latitude.

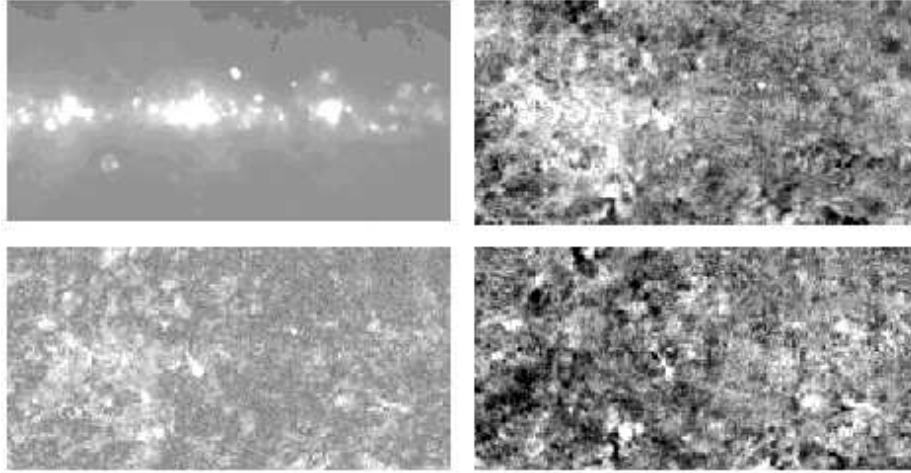


FIG. IV.12: Portion du plan galactique observé à 2.4 GHz par le Parkes Survey of the Southern Galactic Plane. De gauche à droite et de haut en bas, les cartes de T, Q, U et de polarisation linéaire définie comme $P = \sqrt{Q^2 + U^2}$. Cette figure est tirée des travaux de Oliveira-Costa et al. [9]

LE BREMSSTRAHLUNG. Les nuages de gaz peu denses de la galaxie sont chauffés et ionisés par le rayonnement UV des étoiles. Les électrons émis perdent de l'énergie dans ce milieu en interagissant avec les atomes ionisés. Cette interaction se fait par émission Bremsstrahlung (rayonnement de freinage). Il n'existe pas de carte de bremsstrahlung observée dans le domaine radio car à ces fréquences, cette émission est toujours sous-dominante. En revanche, le milieu ionisé chaud est également le lieu d'une importante émission $H\alpha$; les populations d'atomes d'hydrogène excités se dés excitent par transitions $n = 3 \rightarrow 2$. Ainsi, on utilise les cartes du ciel $H\alpha$ à haute résolution (voir la figure IV.13) pour modéliser l'émission Bremsstrahlung. En effet, l'émission $H\alpha$ s'avère un bon traceur du bremsstrahlung, sauf dans les zones les plus riches en poussière où l'extinction par ré-absorption du rayonnement est forte [15]. Par cette méthode, on détermine le spectre d'émission Rayleigh-Jeans du Bremsstrahlung [3] $T_A \propto \nu^\beta$, où l'indice spectral en température vaut -2.15 à hautes fréquences (pour $\nu > 10$ GHz). Aux plus basses fréquences, le milieu devenant progressivement optiquement

épais, la ré-absorption du Bremsstrahlung entraîne un aplatissement du spectre d'émission ($\beta \sim -2$). Par ailleurs, ce mécanisme d'émission ne présentant pas de directions privilégiées, on ne s'attend pas à ce que le rayonnement résultant soit polarisé.

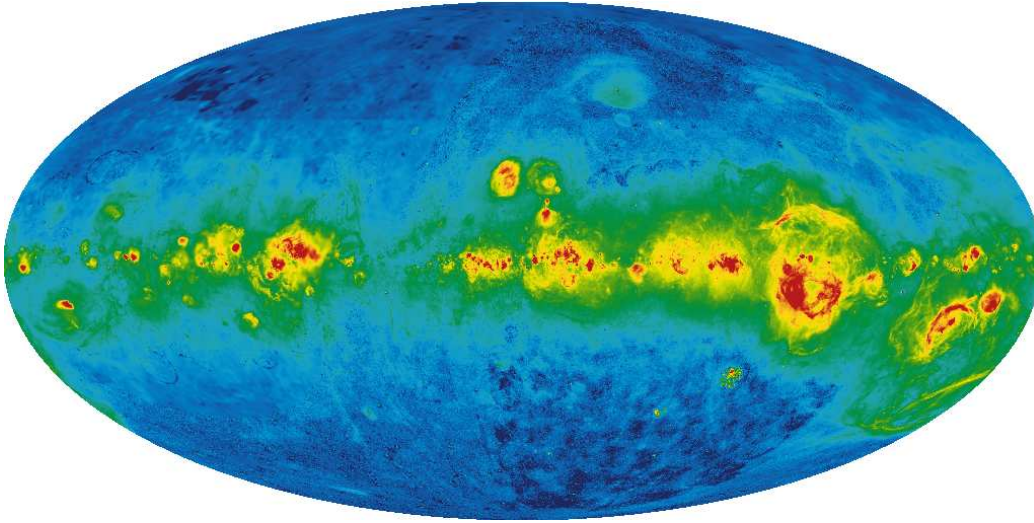


FIG. IV.13: Carte de l'émission $H\alpha$ de l'hydrogène ionisé chaud créée en combinant les données du Wisconsin H-Alpha Mapper (WHAM), du Virginia Tech Spectral-Line Survey (VTSS) et du Southern H-Alpha Sky Survey Atlas (SHASSA) [15]. Cette carte est disponible sur le site LAMBDA de la NASA

LA POUSSIÈRE. En sus des nuages de gaz, le milieu interstellaire contient aussi des poussières sous la forme de grains microscopiques de composition, de forme et de taille variables. Chauffée par la lumière des étoiles, la poussière émet un rayonnement thermique qui diffère suivant la température et les caractéristiques des grains qui la composent. Ainsi, on distingue au moins deux populations de grains : les très petits grains, de diamètre inférieur ou de l'ordre de 100 \AA , composés de graphites et de silicates et les gros grains de diamètres supérieurs ou de l'ordre d'une quinzaine de nanomètres. Cette émission de la poussière a été cartographiée sur tout le ciel par le satellite IRAS et l'instrument DIRBE embarqué sur COBE, à des fréquences de l'ordre de 3000 GHz (voir la figure IV.14). A ces fréquences, l'émission des nuages de poussière peu denses, les cirrus, est particulièrement visible. Schlegel, Finkbeiner et Davies [16] ont interpolé ces données aux fréquences d'observation du CMB. Ils se sont aussi basés sur les mesures de l'instrument FIRAS de COBE pour contraindre les propriétés d'émission de la poussière. Ainsi, ils ont développé un modèle d'émission à deux composantes de poussière : l'une "chaude", de température moyenne $T_1 \sim 16 \text{ K}$ et d'indice spectral $\beta_1 = 2.7$ et l'autre plus "froide", telle que $T_2 \sim 9 \text{ K}$, d'indice spectral $\beta_2 = 1.7$. A partir des données et du modèle, une carte de l'émission thermique de la poussière a pu être simulée aux fréquences CMB (voir figure IV.15). La poussière s'avère l'avant-plan dominant dans le CMB aux fréquences $\geq 100 \text{ GHz}$.

L'émission de la poussière précédemment décrite est due à l'excitation des modes de vibration des dipôles électriques que constituent les grains de poussière : les fluctuations thermiques créent une oscillation de la distribution de charges électriques au sein des grains. C'est principalement par ce mécanisme que la poussière émet dans le domaine radio. Ce-

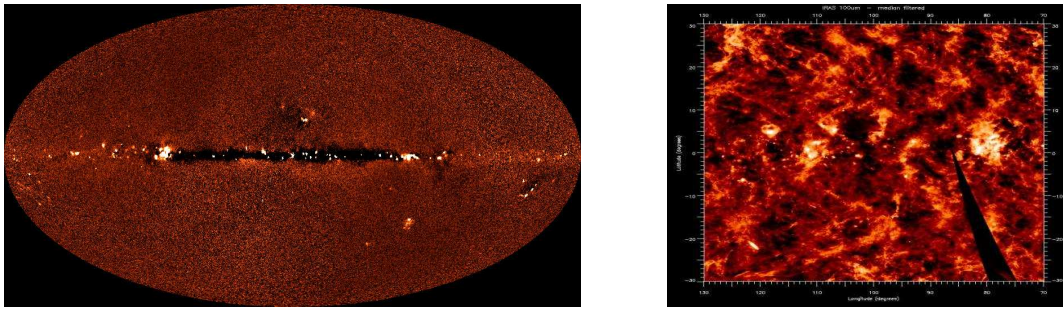


FIG. IV.14: Cartes d'émission de la poussière. A gauche, le fond diffus infra-rouge mesuré par l'instrument DIRBE à bord du satellite COBE – cette carte est disponible sur le site NASA/ESA avec l'autorisation de M. Hauser. A droite, carte fournie par le satellite IRAS, d'une portion du plan galactique (40X60 degrés) située dans la région du Cygne – l'image est disponible sur APOD (<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap991009.html>)

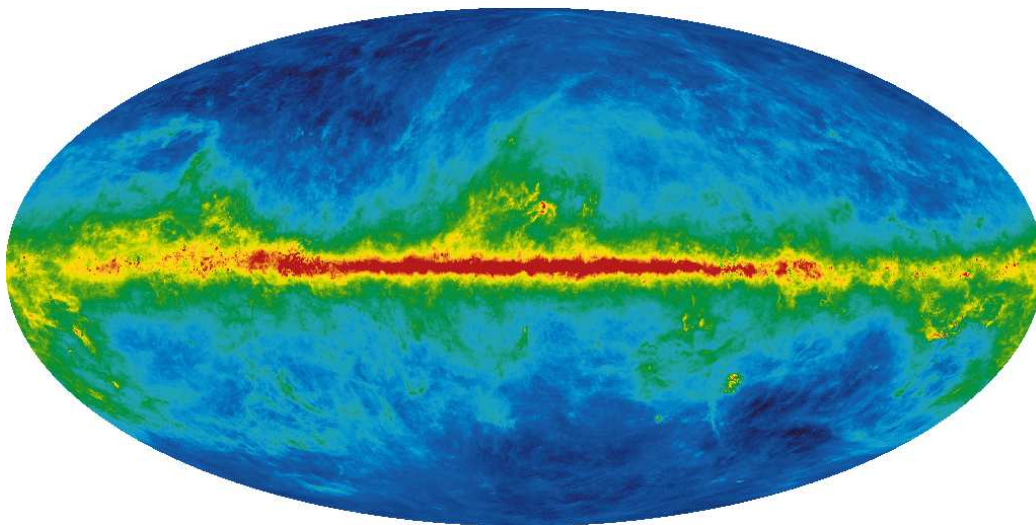


FIG. IV.15: Simulation de l'émission de la poussière à 94 GHz. Cette carte a été créée à partir du modèle à deux composantes de poussière de Schlegel, Finkbeiner et Davis (SFD99). Leur modèle est basé sur une combinaison des données de DIRBE et IRAS. L'image est disponible sur le site LAMBDA de la NASA.

pendant, il excite d'autres processus par lesquels la poussière peut rayonner. Tout d'abord, les modes de rotation des dipôles peuvent aussi être excités. Mais l'émission résultante est proportionnelle à la puissance quatrième de la vitesse angulaire, de sorte que seuls les très petits grains peuvent tourner suffisamment vite pour avoir une émission non-négligeable. Or une population de grains formés de quelques centaines d'atomes seulement a été observée dans le milieu interstellaire [14]. Ainsi, Draine et Lazarian [12] ont montré que l'émission de cette poussière en rotation correspondrait à la composante corrélée à la poussière -dite composante "anormale", observée à basses fréquences (20 à 40 GHz) dans les mesures CMB. Draine et Lazarian [11] ont également étudié l'émission créée par rayonnement dipolaire magnétique des grains. Puisque la poussière est riche en fer, les grains pourraient conte-

nir suffisamment de matériau ferromagnétique pour que leur émission contribue aux basses fréquences CMB.

Par ailleurs, les grains de poussière ne sont pas forcément sphériques, ils peuvent avoir des formes plus ou moins oblongues, ellipsoïdales. Ainsi, si de tels grains s'alignent suivant le champ magnétique galactique, puisqu'ils rayonnent préférentiellement suivant leur plus grand axe, ils engendreront une émission polarisée. Suivant leur taille, leur propriété magnétique, le fait qu'ils tournent ou non, ils peuvent s'aligner dans le champ magnétique via divers processus physiques[30]. Ainsi, l'émission polarisée de la poussière dépend fortement de la température, de la composition, de la taille et de l'environnement des grains, rendant spécialement difficile le développement d'un modèle d'émission. Pourtant un tel modèle serait souhaitable, puisqu'aux hautes fréquences d'observation du CMB, la poussière pourrait constituer l'avant-plan polarisé dominant. Par exemple, l'émission polarisée de la poussière (voir la figure IV.16) a été détectée pour la première fois, dans les données CMB fournies par l'expérience Archeops [4].

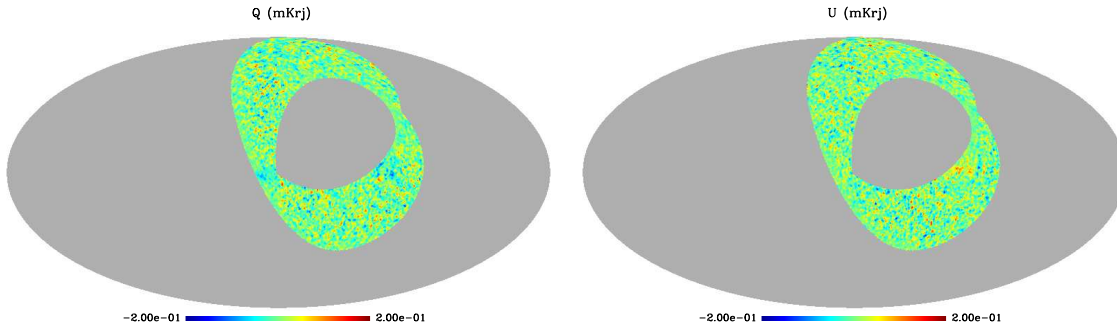


FIG. IV.16: Cartes de polarisation linéaire (Q à gauche et U à droite) à 353 GHz fournies par Archeops d'après les travaux de N. Ponthieu et C. Rosset pour la collaboration Archeops [4]. A cette fréquence, l'émission polarisée de la poussière galactique domine.

Les avant-plans galactiques, fortement non-gaussiens, peuvent mimer les perturbations dues à l'effet de lentille et ainsi, en biaiser les estimations. Sans être trop optimistes, on peut supposer, à l'instar de la plupart des auteurs traitant de l'effet de lentille, que les contaminants de la température du CMB pourront être efficacement soustraits des cartes d'observation. En effet, ces avant-plans sont relativement bien connus et bien détectés par diverses techniques robustes de séparation de composantes qui ont déjà démontré leur efficacité sur les données CMB [43]. Cependant, reste à étudier l'effet des résidus non-gaussiens qui peuvent subsister dans les cartes de CMB à l'issu d'un processus de soustraction des avant-plans.

Quant aux émissions galactiques polarisées, puisqu'elles contaminent les observables du CMB les plus sensibles à l'effet de lentille -les cartes de polarisation E et B, elles ont des potentialités de nuisance plus fortes encore pour l'estimation de l'effet de lentille. En effet, on ne dispose que de peu de mesures de ces avant-plans, concernant des zones restreintes du ciel, souvent dans le plan galactique et pas forcément prises aux fréquences d'observation du CMB. Ainsi, une bonne prise en compte de ces avant-plans nécessiterait de développer des modèles pour interpoler les mesures existantes à la fois en fréquence et en latitude sur le ciel. Par ailleurs, si on voulait évaluer l'erreur qu'ils introduisent dans les estimateurs

quadratiques, on devrait modéliser ou estimer leurs propriétés statistiques, en particulier la fonction de corrélation à quatre points.

Que ce soit dans les cartes de polarisation ou de température, même après séparation des composantes, la zone du plan galactique, où l'émission des avant-plans domine les anisotropies du CMB, est difficilement exploitable. La méthode généralement adoptée consiste à masquer la zone concernée (environ 35 % du ciel), pour ne procéder à l'analyse CMB que sur la partie du ciel restante.

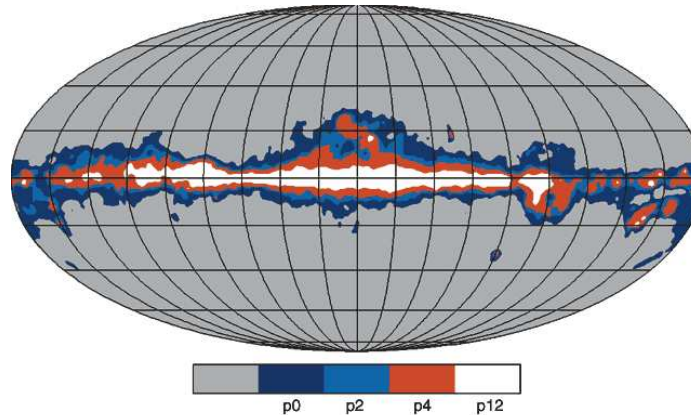


FIG. IV.17: Masques galactiques utilisés par l'équipe WMAP – disponible sur le site LAMBDA ; L'échelle de couleur correspond à une sévérité décroissante du critère de coupure des pixels contaminés par la lumière diffuse de la galaxie. Le masque le plus large, noté p0, coupe environ 20 % du ciel.

Les émissions extragalactiques

Si les observations du CMB sont partiellement masquées par la lumière de la Voie Lactée, elles sont également contaminées par l'émission des autres galaxies ou amas de galaxies rencontrés sur la ligne de visée. Ici, nous étendons notre revue des avant-plans aux deux principaux processus d'émission extra-galactique : l'effet SZ et les sources extragalactiques.

L'effet SZ. A la traversée de l'Univers, de la surface de dernière diffusion jusqu'à nous, le rayonnement CMB interagit faiblement avec le gaz chaud des amas de galaxies rencontrés. En effet, les observations des amas dans le domaine des X ont révélé la présence d'une grande quantité de gaz ionisé ($\sim 15\%$ de la masse totale) en leur sein, entre les galaxies, à une température de l'ordre du keV. Ainsi, les photons CMB traversant un amas subissent un effet Compton inverse sur les électrons du gaz, qui leur cèdent une partie de leur énergie. Ce processus est responsable de diverses perturbations dans l'émission CMB que l'on regroupe sous la dénomination d'effet Sunyaev-Zel'dovich (SZ dans la suite), du nom des premiers auteurs à les avoir décrites [38]. On distingue les effets SZ thermique, cinétique et polarisé, d'intensité et de signature spectrale différentes.

L'effet SZ thermique est le plus important quant à l'amplitude de l'émission qu'il engendre puisqu'elle est comparable à celle des anisotropies primaires du CMB. Cet effet résulte

de l'agitation thermique des électrons du gaz intra-amas, ceux-ci pouvant atteindre des températures supérieures à la dizaine de keV⁷. L'émission ainsi créée dépend de la fréquence d'observation et des propriétés physiques des amas traversés. Celles-ci sont englobées dans la quantité sans-unité appelé paramètre de Compton, qui quantifie le transfert d'énergie entre photons CMB et électrons du gaz :

$$y = \int \frac{k_B T_e}{m_e c^2} n_e \sigma_T dl,$$

où σ_T correspond à la section efficace d'interaction de Thomson et l'intégrale s'effectue sur la ligne de visée. Cet effet introduit une distortion caractéristique dans le spectre de corps noir du CMB : une partie des photons du domaine Rayleigh-Jeans du spectre du CMB bénéficie du transfert d'énergie de la part des électrons et vient peupler le domaine Wien du spectre. Il en résulte une distortion du spectre négative aux basses fréquences CMB, nulle à 217 GHz et positive aux plus hautes fréquences.

L'effet SZ cinétique est dû au mouvement d'ensemble des électrons appartenant aux amas animés d'une vitesse particulière dans le référentiel du CMB. La vitesse radiale, le long de la ligne de visée, d'un amas engendre une anisotropie supplémentaire de la température du CMB par effet Doppler. Si cet effet est de faible amplitude -un ordre de grandeur en dessous de l'amplitude de l'effet thermique, il n'en constitue pas moins une source de confusion non-négligeable dans les observations CMB. En effet, cet effet ne possède pas de signature spectrale qui le distingue du CMB, de sorte que les anisotropies créées par une population d'amas se confondent aux anisotropies primaires. Pire encore, puisque les amas peuvent être le siège d'un effet SZ cinétique mais aussi d'un effet de lentille, ces deux effets sont corrélés. Ainsi, les non-gaussianités créées par effet SZ cinétique sont indiscernables de celles engendrées par effet de lentille, ce qui fait de cet effet SZ un facteur de biais sérieux de l'estimation de l'effet de lentille. Amblard et al. [2] ont trouvé qu'en présence d'effet SZ cinétique, l'estimateur quadratique surestimait d'un facteur deux le spectre de lentille. La solution qu'ils envisagent consiste à détecter les plus gros amas grâce aux données de l'effet SZ thermique, puis à couper les pixels contaminés par ces amas dans les cartes CMB.

Enfin, la présence de modes quadrupolaires d'anisotropies au niveau des amas engendre un effet SZ polarisé. Il s'agit soit des quadrupôles intrinsèques existants dans le CMB depuis la dernière diffusion, soit des quadrupôles induits par le mouvement de l'amas dans le référentiel du CMB. Par exemple, les amas animés d'une vitesse possédant une composante transverse par rapport à la ligne de visée seront le lieu d'une émission polarisée linéairement de direction de polarisation perpendiculaire à la composante transverse. Ces effets polarisés sont cependant d'amplitude très faible -deux ordres de grandeur en dessous de l'effet SZ cinétique.

Plusieurs auteurs ont développé des modèles semi-analytiques efficaces permettant de simuler de façon rapide et réaliste des cartes de l'effet SZ [10], [26]. Ces modèles se sont nourris de la confrontation d'une part aux données issues des observatoires de rayonnement X (tels Chandra ou XMM-Newton) utiles pour contraindre les propriétés physiques des amas

⁷Pour des températures électroniques dépassant la dizaine de keV, on doit tenir compte de corrections relativistes dans la description de l'effet SZ thermique. Cependant, ces corrections induisent des modifications du spectre du SZ qui restent largement indécélables pour les expériences SZ à venir. Ainsi, les quelques propriétés de l'effet thermique de nous mentionnons concernent l'effet non-relativiste.

-profils de densité, température des électrons, etc. et d'autre part, aux simulations N-corps hydrodynamiques.

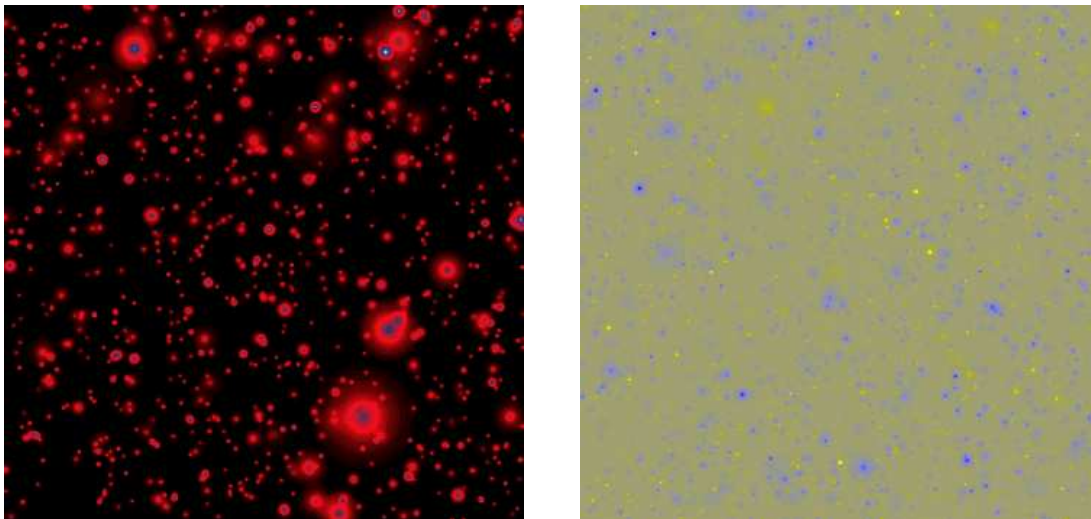


FIG. IV.18: Simulations semi-analytiques issues de la thèse de J. B. Melin [32]. A gauche, carte de l'effet SZ thermique (8,5 degrés par 10 degrés sur le ciel), caractérisée par le paramètre de Compton : $y \sim 10^{-5}$ (zones rouges) ; au cœur des amas, le paramètre y peut atteindre quelques 10^{-4} . A droite, carte de l'effet SZ cinétique (6 degrés par 6 degrés) : les zones bleutées correspondent à des « points chauds » $\Delta T/T_{cmb} \sim 5.10^{-5}$ tandis que les zones jaunes sont des « points froids » de même amplitude ($\Delta T/T_{cmb} \sim -5.10^{-5}$)

LES SOURCES EXTRAGALACTIQUES. En sus du gaz chaud, diverses sources extragalactiques rayonnent dans le domaine de fréquences d'observation du CMB. A l'instar de la Voie Lactée, au sein des autres galaxies, ont lieu émission synchrotron et émission thermique de la poussière. D'autres objets astrophysiques figurent aussi dans les cartes de CMB, tels les quasars ou blazars. Par exemple, plus de 200 sources ponctuelles⁸ ont été détectées dans les données de WMAP – voir la figure IV.19.

On classe habituellement ces sources en deux populations distinctes : les émetteurs infrarouge et les émetteurs radio.

Les sources extragalactiques infra-rouges sont des galaxies à forts taux de formation d'étoiles, situées à haut *redshifts* et contenant beaucoup de poussière. Cette poussière absorbe la lumière visible et ultraviolette des jeunes étoiles puis la re-diffuse à plus grandes longueurs d'onde. On observe cette émission, refroidie par l'expansion de l'Univers, dans le domaine sub-millimétrique. Ainsi, de telles sources ont été récemment observées dans le cadre de divers expériences sub-millimétriques. En particulier, le *Sub-millimeter Common User Bolometer Array* (SCUBA ; [23]) a fourni une série de sondages profonds à 850 μm (350 GHz), avec un seuil de détection en flux de l'ordre de 8 mJy⁹ (4σ). A partir d'un ajustement de ces données, Borys et al. [6] donnent une relation phénoménologique décrivant le

⁸L'expression de source ponctuelle se réfère à une expérience donnée : une source est considérée comme ponctuelle si son diamètre angulaire n'excède pas la taille du lobe de l'instrument.

⁹Le Jansky (du nom de Karl Jansky, premier radio-astronome) est l'unité de flux communément utilisée par les astronomes. $1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$

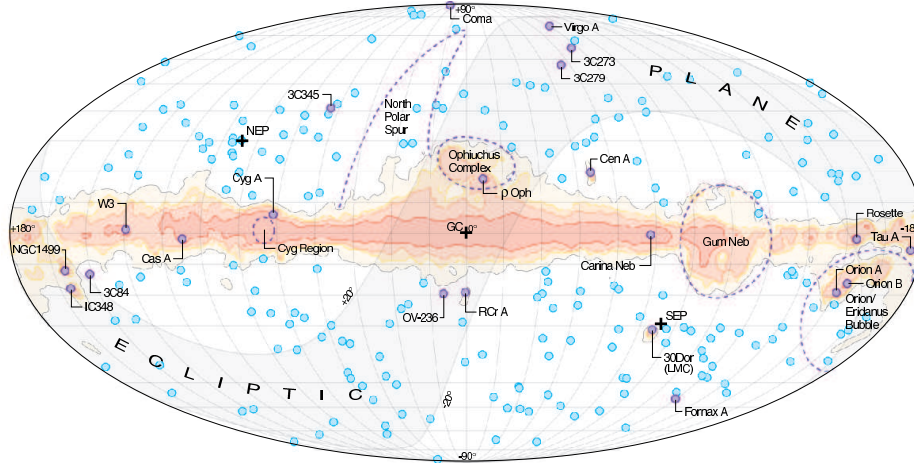


FIG. IV.19: Sur cette image – disponible sur le site LAMBDA – les sources ponctuelles détectées par WMAP sont repérées par un disque bleu ; les plus brillantes d'entre elles, sont référencées par leur nom. En brun apparaît le plan galactique.

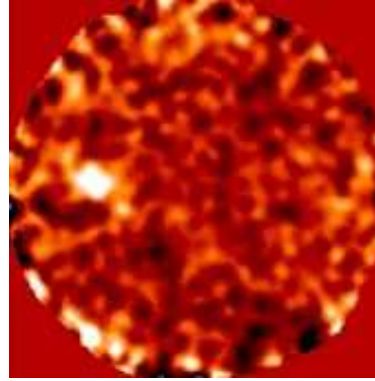


FIG. IV.20: Région du ciel de 2.7 arcminutes de diamètre observée à 850 μm par SCUBA au James Clerk Maxwell Telescope. Les zones les plus brillantes correspondent à l'émission de galaxies à flambée d'étoiles, situées à des *redshifts* entre 1,5 et 3. Cette image est disponible sur le site de l'Institut d'Astronomie d'Hawaii ([http ://www.ifa.hawaii.edu/users/cowie/scuba/scuba_int.html](http://www.ifa.hawaii.edu/users/cowie/scuba/scuba_int.html)).

comptage des sources IR observées à 350 GHz :

$$\frac{dN(> S)}{dS} = \frac{N_0}{S_0} \left[\left(\frac{S}{S_0} \right) + \left(\frac{S}{S_0} \right)^{-3.3} \right]^{-1}$$

où $N_0 = 1.5 \times 10^4 \text{ deg}^{-2}$, $S_0 = 1.8 \text{ mJy}$. Cette relation indique le nombre de sources par unité de surface de ciel observée, dont le flux S dépasse un certain seuil, pour chaque valeur de ce seuil. A partir de ce modèle et en supposant une distribution poissonnienne sur le ciel, on peut alors simuler une carte de sources IR à la fréquence d'observation de 350 GHz. L'interpolation aux plus basses fréquences nécessite une étude des propriétés spectrales des sources. Dunne et al. ont sélectionné des galaxies proches, observées à la fois par le satellite IRAS et par SCUBA pour en déduire un modèle d'émission des sources IR à bas *redshifts*

[13]. Ensuite, Knox et al. [28] ont propagé ce modèle jusqu'à des *redshifts* de l'ordre de 5. Pour une distribution uniforme de sources dans l'espace des *redshifts*, ils trouvent une loi d'émission $S \propto \nu^\alpha$, où l'indice spectral $\alpha = 2.6$. En se basant sur les mêmes modèles de comptage de sources et d'émission spectrale, White et al. soulignent qu'une observation à 150 GHz contiendrait plus de 100 sources IR de flux supérieur au mJy par degrés carrés [47].

Les résultats précédents ont été obtenus en supposant une distribution poissonnienne de sources sur le ciel ainsi qu'une distribution uniforme sur la ligne de visée. Si on relâche ces hypothèses, plusieurs phénomènes (effet de regroupement, effet de lentille, etc.) peuvent entraîner une augmentation du signal issu des sources venant contaminer les observations CMB. Pour étudier de tels phénomènes, il est possible d'exploiter des modèles physiques qui combinent une simulation de la formation des structures, grâce à laquelle on obtient la distribution sur le ciel des sources, et une simulation de leur propriétés spectro-photométriques. En se basant sur un tel modèle, Perrotta et al. [35] étudient la contamination par les sources ponctuelles IR dans les cartes CMB observées aux fréquences de l'instrument HFI de PLANCK. Ainsi, ils trouvent que l'effet de regroupement des sources au sein des grandes structures (le *clustering*) entraîne une augmentation du spectre de puissance des sources IR par rapport au cas poissonnien. Ils prédisent encore une augmentation du comptage des sources causée par l'amplification par effet de lentille de l'émission des sources à hauts *redshifts*. Ainsi, 40 % des sources les plus brillantes présentes dans les données submillimétriques auraient été amplifiées par effet de lentille des amas. Pour nous cette population de sources pourrait s'avérer gênante puisqu'elle engendre un signal corrélé avec l'effet de lentille du CMB.

Divers objets astrophysiques sont à l'origine des sources ponctuelles radio observées dans les cartes de CMB : ce sont des radio-galaxies mais aussi des objets compacts tels les quasars, noyaux actifs de galaxies, objets de type BL Lacertae¹⁰, etc. Les sources ponctuelles détectées dans les cartes de WMAP (fig. IV.19) s'avèrent être des sources radio. Trushkin [44] a collecté toutes les observations disponibles des sources vues par WMAP pour en étudier les spectres, sur une gamme de fréquence allant de 10 MHz à 245 GHz. Même si les spectres résultants ne peuvent pas toujours être décrits par une simple loi de puissance ($S_\nu \propto \nu^\alpha$), ils s'avèrent relativement plats : Trushkin calcule un indice spectral moyen $\alpha = -0.1$ à 20 GHz. Les données des sondages profonds dans le domaine radio mettent en évidence deux populations de sources : celles à spectres plats ($\alpha \sim 0$) et celles à spectres plus raides ($\alpha < -0.5$). Ces dernières pourraient être des radio-galaxies contenant suffisamment de poussière pour absorber et re-diffuser à plus basse fréquence, l'émission synchrotron des électrons. Par exemple, lorsqu'on combine les données du NRAO VLA Sky Survey à 1.4 GHz (NVSS ; [8]) avec celles prises au Green Bank à 4.85 GHz (GB6 ; [18]), il s'avère que la majorité des sources communes aux deux sondages ont un spectre raide. Cependant, aux fréquences CMB, ce sont les sources à spectre plat, telles celles vues par WMAP, qui dominent. Pour modéliser la distribution en flux de ces sources, Knox et al. [28] se sont basés sur les comptages de sources fournis par WMAP, DASI, VSA et CBI (regroupés dans [3]). Ils trouvent :

$$\frac{dN(> S)}{dS} = \frac{N_0}{S_0} \left(\frac{S}{S_0} \right)^{-2.0}, \quad (\text{IV.36})$$

où $N_0 = 30 \text{ deg}^{-2}$ et $S_0 = 1 \text{ mJy}$. Grâce à ce modèle de comptage, on peut évaluer la contamination due aux sources radio non-résolues dans les cartes de CMB. Ainsi, pour une

¹⁰Ce sont des types de noyaux actifs de galaxies dont les spectres d'émission ont un aspect plutôt lisse (Broad Lines), dépourvus de raies d'absorption.

distribution poissonnienne, les sources radio qui n'ont pu être soustraites introduisent un terme de bruit blanc dans le spectre de puissance de la température du CMB. Comme pour les sources IR, on peut se demander si l'effet de regroupement de sources dans les grandes structures n'induit pas une contribution supplémentaire au spectre. Mais puisque la distribution en *redshift* des sources radio est assez homogène, cette contribution est diluée par effet de superposition le long de la ligne de visée.

Par ailleurs, puisque l'émission des sources radio se fait par rayonnement synchrotron des électrons, elle pourrait être partiellement polarisée. Les mesures de polarisation fournies par divers sondages radio, indiquent un degré de polarisation – c'est-à-dire, le rapport de la densité de flux polarisé $P = \sqrt{Q^2 + U^2}$ sur la densité de flux totale, compris entre un et dix pourcent. Cependant, la plupart des sources incluses dans ces sondages ont été observées à des fréquences de l'ordre du GHz, alors que les mesures de CMB concernent des fréquences $\gtrsim 30$ GHz. Par exemple, Tucci et al. [45] ont étudié la distribution du degré de polarisation d'un sous-échantillon de sources appartenant au NVSS à 1.4 GHz. Ils trouvent un degré de polarisation moyen de l'ordre de 2 % ainsi qu'une forte proportion de sources faiblement polarisées (un cinquième des sources étudiées sont polarisées à moins de 0.4 %). Aux fréquence CMB, on peut s'attendre à une augmentation du degré de polarisation pour deux raisons. Tout d'abord, les effets de dépolarisation et de rotation Faraday sont moins efficaces à haute fréquence. Deuxièmement, plus on observe à haute fréquence et plus on sonde les régions proches du cœur des sources radio ; Spécialement pour les objets compacts, les zones centrales constituent de bons émetteurs polarisés, puisqu'elles sont le lieu d'un champ magnétique fortement cohérent. Cependant, il s'avère que seules les sources les plus faiblement polarisées à basse fréquence ($< 1\%$) voient leur degré de polarisation augmenter significativement avec la fréquence. Au final, pour des fréquences $\nu \gtrsim 15$ GHz, le degré de polarisation des sources radio n'excède pas 10 % et reste essentiellement indépendant de la fréquence [45].

Ainsi, même si l'émission polarisée des sources radio ne constitue pas le facteur le plus limitant de la mesure de la polarisation du CMB, elle s'avère l'avant-plan polarisé dominant aux plus petites échelles angulaires. Or, puisque c'est à ces échelles que les spectres du CMB sont les plus sensibles à l'effet de lentille, les sources radio polarisées sont potentiellement délétères pour l'estimation de cet effet. Par ailleurs, moyennant quelques hypothèses réalistes sur son comportement spectro-photométrique, c'est l'avant-plan le plus facile à modéliser ainsi que celui dont les propriétés statistiques sont les plus accessibles analytiquement. C'est pourquoi ce sont ces sources ponctuelles radio que nous avons choisies d'inclure dans notre simulation afin de tester la robustesse de l'estimateur quadratique de lentille.

IV.3.2 Simulation d'un avant-plan : les sources radio polarisées

Nous exploitons l'étude sur les propriétés de polarisation à haute fréquence des sources radio, réalisées par Tucci et al. [45], pour simuler des cartes de polarisation de cet avant-plan. La création de ces cartes nécessite trois étapes. Tout d'abord, on se donne un catalogue de sources contenant les informations de repérage dans le ciel et de flux pour chacune d'entre elles. Puis, on leur affecte un degré de polarisation à basse fréquence, en suivant la loi de distribution ajustée sur les sources de NVSS à 1.4 GHz. Enfin, on obtient l'amplitude de polarisation des sources à la fréquence souhaitée en leur attribuant un coefficient d'accrois-

sement de polarisation. Les propriétés statistiques de ce coefficient sont inférées des données polarisées disponibles à $\nu > 1.4$ GHz. On note que les deux premières étapes peuvent se faire de manière indépendante uniquement si la polarisation des sources n'est pas corrélée à la valeur de leur flux. Tucci et al. ont vérifié cette propriété pour les sources à spectre plat de NVSS. Ainsi, on se restreint à cette population, d'autant plus que son émission tend à dominer sur celle des sources à spectre raide à mesure que la fréquence augmente. A l'issue de ce processus, il suffit de tirer aléatoirement les phases de polarisation pour accéder aux cartes des paramètres de Stokes des sources :

$$\begin{aligned} Q(\nu) &= p_\nu S_\nu \cos 2\alpha \\ U(\nu) &= p_\nu S_\nu \sin 2\alpha \end{aligned} \quad (\text{IV.37})$$

avec p_ν , le degré de polarisation des sources, S_ν , leur flux et α leur phase.

Simulation d'un catalogue de sources

Pour simuler la distribution en flux des sources, deux méthodes s'offrent à nous : soit exploiter les codes d'évolution des sources tels celui développé par Toffolatti et al. [42], soit utiliser une loi empirique ajustée sur les données disponibles, telle celle donnée par Knox et al. (eq. IV.36). Le principe général des codes d'évolution est de partir des propriétés d'émission intrinsèques des sources, de les distribuer au sein des grandes structures puis de calculer l'évolution de leur émission jusqu'à $z = 0$. Ils fournissent ainsi des comptages de sources tels qu'on pourrait en observer. En effet, ces codes ont démontré leur efficacité en reproduisant les comptages fournis par diverses expériences. Cependant, nous leur préférons le modèle empirique issu d'une combinaison des données les plus récentes. Nous réadaptions les codes développés par J.B. Melin [32] : ceux-ci réalisent un tirage aléatoire poissonien de la distribution en flux des sources, à partir de la loi de comptage de Knox et al. (eq. IV.36). Ensuite, la position sur le ciel de chaque source est tirée aléatoirement en supposant une distribution uniforme. On dispose alors d'un catalogue de sources à partir duquel on peut construire une carte du flux intégré de toutes les sources. Dès lors, un simple facteur de conversion permet d'obtenir la carte en température thermodynamique des sources radio. Ce facteur¹¹ se calcule en partant de la relation approchée entre température et densité de flux des anisotropies du CMB : $S_{cmb}(\nu) \sim (\partial B_{cmb}(\nu)/\partial T_{cmb}) \delta T$, où $B_{cmb}(\nu)$ est le spectre du corps noir à T_{cmb} . Par analogie, on déduit la relation entre la densité de flux d'un avant-plan et les fluctuations de température qu'il introduit dans les carte CMB :

$$\delta T_{ap}(\nu) = \left(\frac{\partial B_{cmb}(\nu)}{\partial T_{cmb}} \right)^{-1} S_{ap}(\nu)$$

Ce facteur, qu'on note $g(\nu)$ à l'instar de Bennett et al., s'écrit :

$$g(\nu) \equiv \left(\frac{\partial B_{cmb}(\nu)}{\partial T_{cmb}} \right)^{-1} = \left(\frac{c^2}{2k_B \nu^2} \right) \left(\frac{(e^x - 1)^2}{x^2 e^x} \right) \quad (\text{IV.38})$$

où la variable x vaut $h\nu/k_B T_{cmb}$. Dès lors, on peut simuler la contamination par l'émission des sources radio dans les cartes des anisotropies de température. Les sources dont le flux excédait 1 mJy ont été préalablement soustraites des cartes apparaissant sur la figure

¹¹Le calcul détaillé de ce facteur se trouve dans l'article de Tegmark et Efstathiou [40]

IV.21. Enfin, puisque nous avons un modèle de comptage de sources, nous pouvons estimer leur contribution au spectre de puissance des anisotropies du CMB. Ainsi, une population de sources résiduelles distribuées de façon poissonnienne introduit un terme de bruit blanc effectif¹² au spectre du CMB, donné par :

$$C^{T_{ps}} = g(\nu)^2 \int_0^{S_c} S^2 \frac{dN(> S)}{dS} dS \quad (\text{IV.39})$$

où S_c est le seuil de détection des sources en deçà duquel il n'est plus possible de les soustraire des cartes.

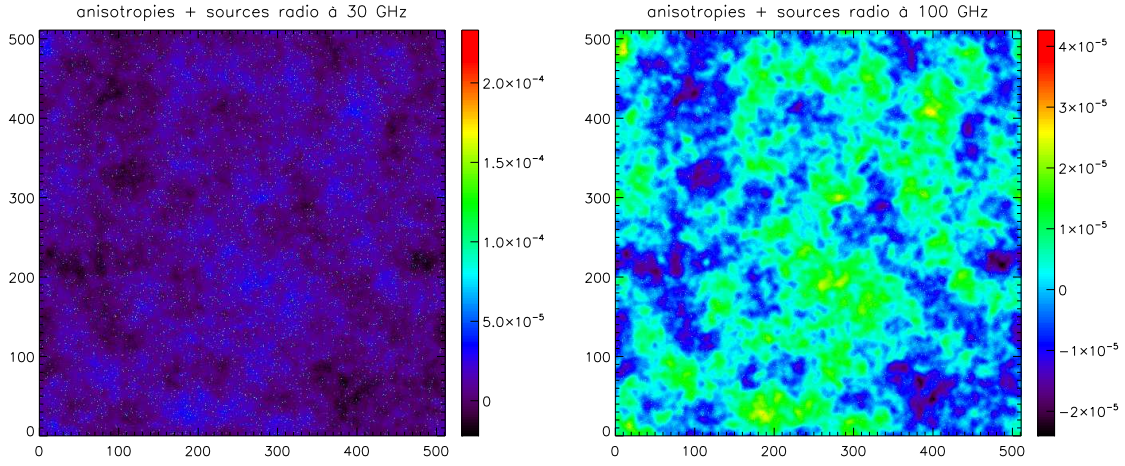


FIG. IV.21: Simulation des anisotropies de température du CMB avec en avant-plan une réalisation de sources ponctuelles radio de flux en-deçà de 1 mJy. Chaque carte de 10 degrés carrés sur le ciel contient près de 3 millions de sources. A 30 GHz (carte de gauche), l'émission des sources est plus visible qu'à 100 GHz (carte de droite)

Tirage aléatoire du degré de polarisation

Dès lors que l'on possède un catalogue de sources, on leur attribue un degré de polarisation sur le modèle de celui mesuré à 1.4 GHz. En exploitant les mesures des paramètres de Stokes du NVSS, Tucci et al. ont déterminé une loi empirique reproduisant la distribution du degré de polarisation observé :

$$\mathcal{P}(\Pi_{1.4}) = \frac{a}{2.7 + 0.025(\Pi_{1.4})^{3.7}} + b f(\Pi_{1.4}) \quad (\text{IV.40})$$

où le degré de polarisation $\Pi_{1.4}$ est défini comme $100\sqrt{Q^2 + U^2}/S$. Le premier terme de la densité de probabilité reproduit la distribution de $\Pi_{1.4}$ des sources dont $\Pi_{1.4} \geq 1\%$, tandis que le deuxième décrit la forte population de sources faiblement polarisées, en supposant

¹²On trouvera également dans la référence [40], une indication pour le calcul de ce terme.

leur degré de polarisation distribué de manière uniforme entre 0 et 0.1 % :

$$f(\Pi_{1.4}) = \begin{cases} \frac{1}{0.1} & \text{si } \Pi_{1.4} \leq 0.1 \\ 0 & \text{si } \Pi_{1.4} > 0.1 \end{cases}$$

Ensuite, les coefficients a et b sont ajustés pour reproduire la distribution de sources telles que $0.1 < \Pi_{1.4} < 1\%$: $a = 0.51$ et $b = 0.24$.

On utilise cette prescription pour tirer aléatoirement le degré de polarisation de chaque source. Cela se fait par la méthode classique qui consiste à tirer, suivant une distribution uniforme, autant de valeurs que nécessaire de la densité de probabilité puis à récupérer les valeurs de $\Pi_{1.4}$ correspondantes.

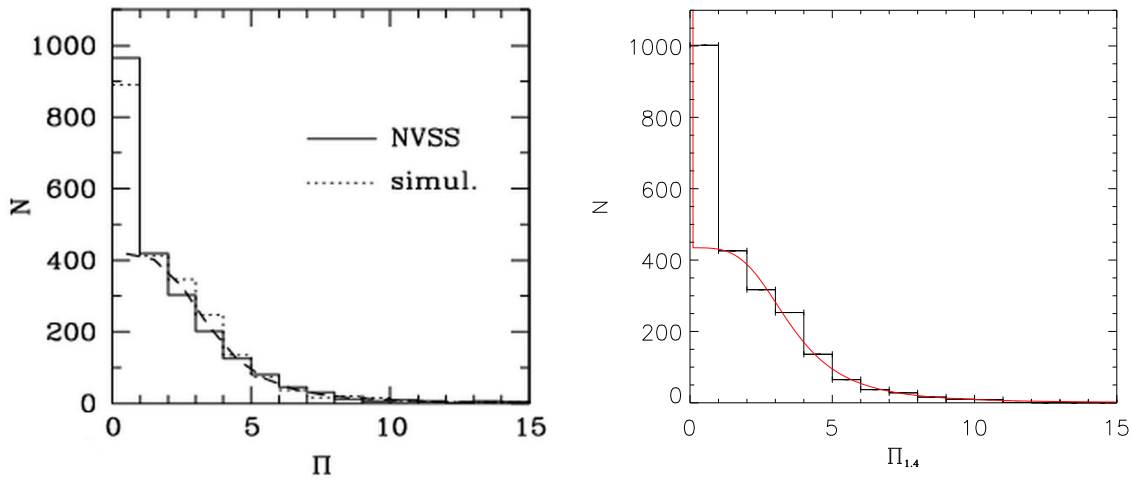


FIG. IV.22: Distribution du degré de polarisation des sources radio à 1.4 GHz. A gauche, histogramme (trait plein) d'un sous-échantillon de 2300 sources du NVSS sur lequel a été ajusté le premier terme de la loi de probabilité (trait interrompu) donnée eq. IV.40. En trait pointillé, Tucci et al. [45] font figurer l'histogramme résultant de leur simulation des degrés de polarisation. A droite, nous montrons une réalisation de la distribution des $\Pi_{1.4}$ pour le même nombre de sources, simulés en reprenant la même loi de probabilité (courbe en rouge). A l'instar de Tucci et al., nous parvenons bien à reproduire la distribution du NVSS.

On aborde alors la dernière étape de notre simulation de sources polarisées, qui consiste à déterminer un facteur d'accroissement spectral permettant d'inférer les degrés de polarisation à hautes fréquences à partir de $\Pi_{1.4}$. Tout d'abord, en exploitant les données de calibration du VLA/VLBA – contenant une soixantaine de sources observées simultanément dans 5 canaux de fréquence entre 5 et 43 GHz, Tucci et al. ont vérifié la corrélation entre les polarisations des sources à basse et haute fréquence. Ainsi, on peut exprimer le degré de polarisation d'une source à la fréquence $\nu > 1.4$ GHz en fonction de $\Pi_{1.4}$ suivant :

$$\Pi(\nu) = \Pi_{1.4} \epsilon(\Pi_{1.4}, \nu),$$

où le facteur ϵ est l'accroissement de la polarisation entre 1.4 GHz et la fréquence ν . Ensuite, en combinant les données du NVSS avec celles de trois sondages à plus haute fréquence – celui de Pearson et Readhead (1988) à 4.8 GHz, celui de Okudaira et al. (1993) observé au Nobeyama Radio Observatory (NRO) à 10 GHz et celui de Nartallo et al. (1998) à 273 GHz, Tucci et al. déduisent les propriétés statistiques du facteur d'accroissement. Ainsi, ils modélisent sa distribution de probabilité par une gaussienne dont ils donnent la moyenne et la variance :

$$\begin{aligned} \langle \epsilon \rangle &= A(\nu) \exp(-3.2(\Pi_{1.4})^{0.35}) + 0.8 \\ \sigma_\epsilon &= B(\nu) \exp(-5(\Pi_{1.4})^{0.3}) + 0.5 \end{aligned} \quad (\text{IV.41})$$

où $A(\nu) = 72 \ln(0.75\nu^{0.3} + 0.5)$ et $B(\nu)$ vaut 100 à 4.8 GHz et 210 pour $\nu \geq 10$ GHz. Nous suivons cette loi de distribution pour attribuer une valeur du facteur d'accroissement de polarisation à la fréquence ν à chacune des sources de notre catalogue. Il nous suffit alors d'effectuer un tirage aléatoire uniforme entre 0 et 2π des phases de chaque sources polarisées pour réunir toutes les informations nécessaires à la réalisation de cartes de sources radio polarisées.

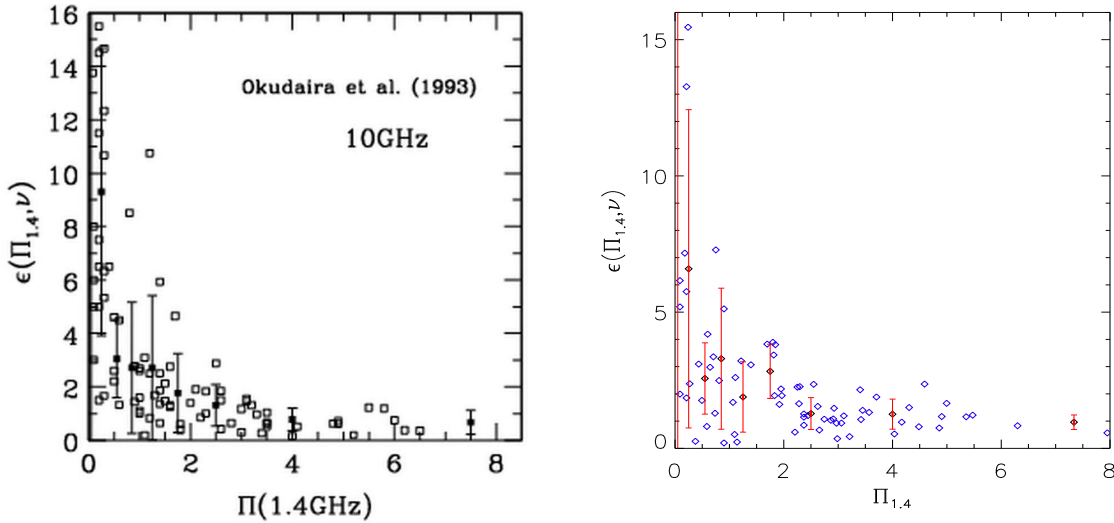


FIG. IV.23: L'accroissement de la polarisation entre 1.4 GHz et 10 GHz tracé en fonction de $\Pi_{1.4}$. A gauche, le graphe est réalisé par Tucci et al. [45], à partir des données du sondage de Okudaira et al. – A droite, même graphe mais basé sur une réalisation simulée en suivant la prescription de Tucci et al. . Sur les deux graphes, les points assortis de leur barres d'erreur donnent la valeur moyenne du facteur ϵ et sa dispersion.

Estimation du spectre de puissance des sources

En reprenant le formalisme développé pour les observables du CMB, nous évaluons les spectres polarisés des sources ponctuelles radio. Dans le cadre de l'approximation plane, on

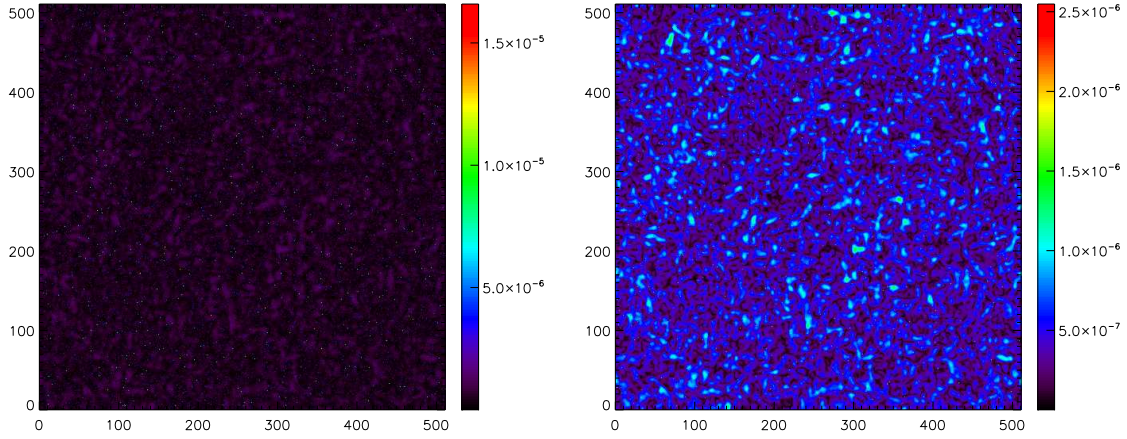


FIG. IV.24: Simulation de la polarisation linéaire $P = (Q^2 + U^2)^{1/2}$ du CMB et des sources radio. Chaque carte de 10 degrés carrés sur le ciel contient près de 3 millions de sources de flux en-deçà de 1 mJy. De même que pour la température, la contribution de l'émission des sources à la polarisation est nettement plus forte à 30 GHz (carte de gauche) qu'à 100 GHz (carte de droite)

calcule les coefficients de Fourier $Q(\vec{k})$ et $U(\vec{k})$ des paramètres de Stokes $Q(\vec{n})$ et $U(\vec{n})$ et on donne leur relation avec les coefficients des modes E et B de polarisation :

$$\begin{pmatrix} Q(\vec{k}) \\ U(\vec{k}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\varphi_{\vec{k}}) & -\sin(2\varphi_{\vec{k}}) \\ \sin(2\varphi_{\vec{k}}) & \cos(2\varphi_{\vec{k}}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E(\vec{k}) \\ B(\vec{k}) \end{pmatrix}$$

où l'angle $\varphi_{\vec{k}}$ est celui formé par les vecteurs \vec{k} et \vec{n} . De cette transformation, on déduit une relation entre les spectres de puissance de chacune des observables : $C_k^Q + C_k^U = C_k^E + C_k^B$. Par ailleurs, Mesa et al. [33] ont vérifié que les sources polarisées contribuaient autant en moyenne au spectre de puissance du mode E qu'à celui du mode B et à C_k^Q autant qu'à C_k^U , comme Sejkla l'avait soupçonné en 1997. Ainsi, on peut écrire, à l'instar de Tucci et al., $C_k^Q \simeq C_k^U \simeq C_k^E \simeq C_k^B$. Ensuite, toujours en suivant Tucci et al., on exprime le spectre polarisé des sources en fonction de leur spectre en température $C^{T_{ps}} \equiv g(\nu)^2 < |S_\nu(\vec{k})|^2 >$, donné (IV.39). Pour cela, on peut par exemple utiliser la relation $Q(\vec{k}) = p_\nu S_\nu(\vec{k}) \cos(2\alpha)$ (IV.37). On obtient :

$$C_k^Q \equiv g(\nu)^2 < |Q(\vec{k})|^2 > = g(\nu)^2 < p_\nu^2 |S_\nu|^2 \cos^2(2\varphi) > = \frac{1}{2} < p_\nu^2 > C^{T_{ps}}$$

Dans le cadre du modèle utilisé, la moyenne quadratique du degré de polarisation à la fréquence ν , $< p_\nu^2 >$ se calcule analytiquement suivant :

$$< p_\nu^2 > = 10^{-4} \int_0^{100} \mathcal{P}(\Pi_\nu) \Pi_\nu^2 d\Pi_\nu \quad (\text{IV.42})$$

En utilisant la relation $\Pi_\nu = \Pi_{1.4} \epsilon(\Pi_{1.4}, \nu)$ et leur ajustement de la valeur moyenne de $\epsilon(\Pi_{1.4}, \nu)$ (eq. IV.41), Tucci et al. expriment la distribution de probabilité du degré de

polarisation à la fréquence ν , $\mathcal{P}(\Pi_\nu)$, en fonction de celle à 1.4 GHz, $\mathcal{P}(\Pi_{1.4})$, précédemment déterminée (eq. IV.40) :

$$\mathcal{P}(\Pi_\nu) = \frac{\mathcal{P}(\Pi_{1.4})}{|\epsilon(\Pi_{1.4}, \nu) - 1.12 [\epsilon(\Pi_{1.4}, \nu) - 0.8] (\Pi_{1.4})^{0.35}|}$$

Par exemple, ils trouvent $\langle p_\nu^2 \rangle^{1/2} = 0.041$ à 30 GHz et $\langle p_\nu^2 \rangle^{1/2} = 0.046$ à 100 GHz. On choisit de simuler une série de cartes des paramètres de Stokes des sources dans ces deux canaux de fréquence. Ainsi, on peut comparer les spectres polarisés estimés sur les cartes avec ceux calculés selon la méthode de Tucci et al.

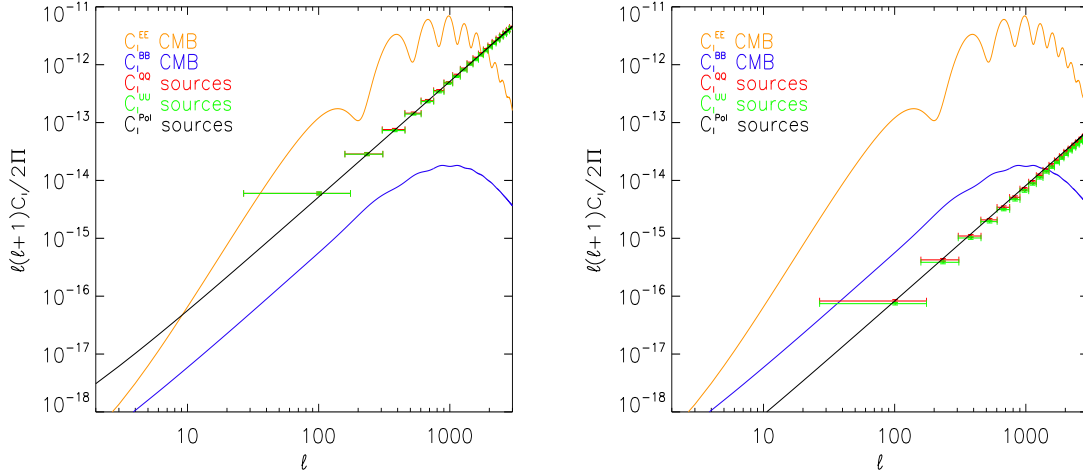


FIG. IV.25: Estimation de la contribution résiduelle des sources radio aux spectres de puissance polarisés. Les valeurs du seuil de détection S_c , en deçà duquel les sources ne peuvent plus être soustraites des cartes, sont celles estimées par Vielva et al. pour le satellite **PLANCK** : $S_c = 200$ mJy à 30 et 100 GHz. Sur les deux graphes, les points (verts et rouges) donnent la moyenne des spectres de Q et U, estimés par intervalles de multipôles (les barres horizontales), sur 10 réalisations de cartes incluant ~ 12 millions de sources ponctuelles. Les barres verticales indiquent la dispersion des spectres. L'évaluation de ces spectres par la méthode de Tucci et al. est représentée par la droite noire. Nous traçons également, les spectres du CMB des modes E (orangé) et B créée par effet de lentille (bleu) calculés par CAMB. A gauche, les cartes de sources sont simulées à 30 GHz ; A droite, 100 GHz.

Ainsi, dans la figure IV.25, on montre, pour l'expérience **PLANCK**, la contamination résiduelle des sources radio polarisées aux spectres de puissance du CMB. Pour cela, on a supposé, en se basant sur les performances de la méthode de détection de sources développée par Vielva et al. [46], que les sources dont le flux excède 200 mJy sont soustraites des cartes fournies par **PLANCK** à 30 et 100 GHz. Par exemple, on trouve que le niveau de contamination des sources à 30 GHz ($C_l^{ps} \sim 3.10^{-6} \mu\text{K/K}$) reste bien en deçà du niveau de bruit blanc instrumental ($N_l^{noise} \sim 7.2.10^{-4} \mu\text{K/K}$). C'est d'autant plus vrai à plus haute fréquence que l'émission des sources polarisées dans les cartes CMB s'affaiblit. Ainsi, on peut déjà en conclure que la présence de sources radio non-soustraites dans les cartes de **PLANCK**, ne constituera pas une limite pour l'extraction des spectres de puissance. De plus, on ne s'attend pas non plus à ce qu'elles contribuent de manière significative aux fonctions de corrélation à

quatre points du CMB : elles ne devraient donc pas nuire à l'estimation de l'effet de lentille. En revanche, pour une expérience plus sensible – avec les caractéristiques instrumentales de l'expérience de référence précédemment considérée par exemple, l'émission polarisée des sources radio pourrait accroître l'erreur et le biais de l'estimateur quadratique de lentille. C'est là l'objet de l'étude développée dans ce qui suit.

IV.3.3 Effet d'un avant-plan sur l'estimation de l'effet de lentille

L'objectif de cette partie consiste à étudier les dégradations de l'estimation de l'effet de lentille, induites par la présence de sources radio au sein des cartes lentillées. Pour cela, nous réévaluons les performances de l'estimateur quadratique EB de T. Okamoto et W. Hu, de la même manière que précédemment (§ IV.2.3) mais en incorporant le modèle des sources radio de M. Tucci et al., dans notre chaîne de simulation de cartes.

Dès lors, suite à l'ajout de cette composante, les spectres de puissance *observés* du CMB, intervenant à la fois dans l'expression de l'estimateur de l'angle de déflexion (équ. IV.28) et dans le calcul de son spectre de bruit (équ. IV.29), sont modifiés suivant :

$$\hat{C}_l^{PP} = C_l^{PP} + N_l^P + C_{l(ps)}^P \quad (\text{IV.43})$$

où $P = \{E, B\}$. Ainsi, au spectre de puissance lentillé du CMB se rajoute non seulement une composante de bruit instrumental, mais également le spectre de puissance résiduel des sources radio. Ce dernier représente leur contribution au spectre de puissance, à l'issu du processus de soustraction de sources. On rappelle que son expression s'écrit :

$$C_{l(ps)}^E = C_{l(ps)}^B = \frac{1}{2} g(\nu)^2 \langle p_\nu^2 \rangle \int_0^{S_c} S^2 \frac{dN(> S)}{dS} dS$$

où $\langle p_\nu^2 \rangle$ est le degré de polarisation moyen des sources, introduit par Tucci et al. (équ IV.42) et S_c est le seuil en flux en-dessous duquel les sources ne peuvent plus être soustraites des cartes. Afin d'évaluer ce seuil, dans le cadre de l'expérience « idéale » que l'on considère, on reprend les hypothèses adoptées par M. Tegmark et al. [41] pour la construction de leur modèle d'avant-plan. Ils supposent que la soustraction de sources est réalisée « en interne » sur les cartes de CMB et sans utilisation de catalogues de sources extérieurs, issus d'autres observations. D'après une méthode d'extraction développée dans une étude antérieure [39], ils évaluent l'erreur minimale sur la détection des sources au sein des cartes de température du CMB par :

$$\sigma_{ps}(\nu) = \left[\sum_l \left(\frac{2l+1}{4\pi} \right) \frac{1}{(C_l^{TT} + N_l^{TT})} \right]^{-1/2}$$

où N_l^{TT} , pour nous le bruit instrumental, prend également en compte d'autres éventuelles composantes astrophysiques. Ensuite, ils fixent le seuil de soustraction des sources à une détection à 5σ . Dès lors, on peut évaluer ce seuil en mJy, par $S_c = 5g(\nu)^{-2}\sigma_{ps}(\nu)$. En suivant cette prescription, on trouve que les sources dont le flux excède 5 mJy, pourront être extraites des cartes du CMB fournies par notre expérience de référence.

Il ne nous reste plus qu'à générer 100 réalisations de la polarisation linéaire des sources radio – en nous basant sur le modèle de M. Tucci et al., tel qu'on l'a mis en œuvre dans la partie précédente – pour les ajouter aux 100 simulations contraintes des cartes des modes E

et B lentillés créées au §IV.2.3. Ensuite, nous procédons à l'estimation de l'angle de déflexion sur chacun des couple de cartes des modes E et B – contenant l'effet de lentille, le bruit instrumental (effet d'un lobe gaussien + bruit blanc) et les sources ponctuelles – et ce, grâce à l'estimateur quadratique \hat{d}^{EB} implémenté au §IV.2.3, au sein duquel on a au préalable, introduit la petite modification de l'éq. (IV.43).

On trouve que l'on parvient toujours, même en présence de sources résiduelles, à reconstruire les multipôles de l'angle de déflexion, mais avec une sensibilité dégradée et un biais plus important. Ainsi, à la figure IV.26, on montre la moyenne sur les 100 réalisations considérées, du spectre de puissance de l'angle de déflexion reconstruit, entaché de l'erreur à 1σ .

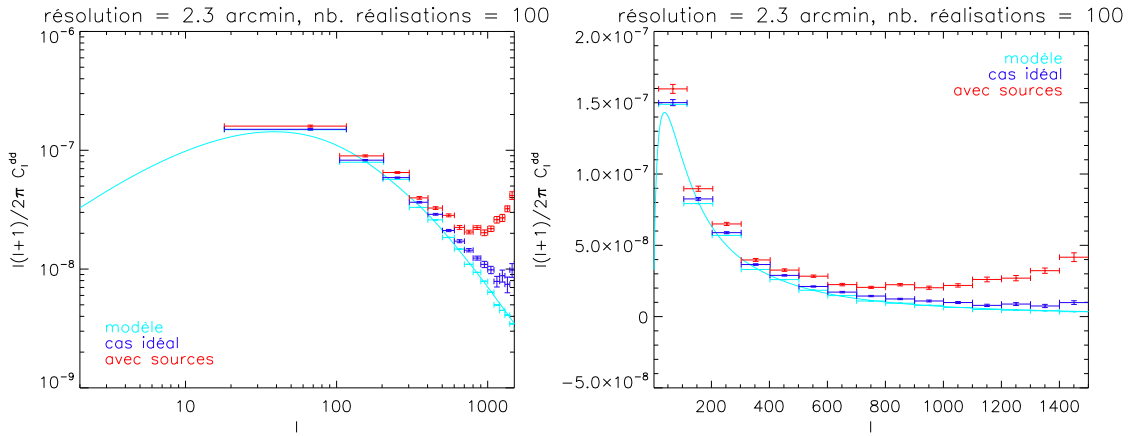


FIG. IV.26: Evaluation de la reconstruction de l'angle de déflexion en présence de sources résiduelles. Comme précédemment, les estimations ont été réalisées sur des cartes planes de $20^\circ \times 20^\circ$ sur le ciel, avec une résolution de 2.3 minutes d'arc. Les deux graphes contiennent les mêmes informations, à ceci près que celui de gauche est en échelles log-log, tandis que pour celui de droite, les échelles sont linéaires. La courbe turquoise figure le spectre de puissance de l'angle de déflexion calculé avec CAMB, servant de modèle pour les simulations de lentilles. Les points turquoises représentent le spectre de l'angle de déflexion, estimé par intervalles de multipôles, sur la réalisation du potentiel projeté, à la base des simulations des cartes de CMB lentillées. Ce sont donc ces points qu'on obtiendrait dans le cas d'une estimation idéale. Les points rouges sont les valeurs moyennes sur 100 réalisations, du spectre de l'angle de déflexion, estimé à partir des cartes contenant les sources résiduelles. Les barres d'erreurs verticales sont l'erreur à 1σ sur le spectre de l'angle de déflexion estimé. Pour comparer, on a également fait figurer les points (en violet) résultant d'une estimation sans source.

La présence de sources induit une augmentation de l'ordre de 80 % de l'erreur à 1σ sur les spectres de puissance de l'angle de déflexion estimé (voir figure IV.28). Aussi, la reconstruction des multipôles du potentiel de lentille est moins aisée, puisque d'une extraction entre $l \gtrsim 50$ et $l \lesssim 1400$ dans le cas idéal, on passe à une extraction limitée aux $l \lesssim 800$ (voir par exemple la figure IV.27). Toutefois, il est à noter que ces résultats ne sont pas représentatifs des performances sur l'extraction du spectre de puissance de l'angle de déflexion accessibles avec une expérience couvrant tout le ciel – avec beaucoup plus de mesures indépendantes des corrélations EB disponibles, on abaisserait l'erreur à 1σ . Ce premier résultat n'est pas surprenant puisque les sources résiduelles viennent s'ajouter au sein des cartes, comme une

composantes de bruit supplémentaire. Ainsi, la variance de l'estimateur augmente au profit du spectre de bruit de confusion N_l^{EBEB} .

Le résultat le plus intrigant concerne l'augmentation du biais de l'estimateur. En effet, en présence de sources, l'écart entre les valeurs du spectre de l'angle de déviation estimées et celles du modèle, fait plus que tripler, par rapport au même écart pour une estimation sans source, sur l'intervalle de multipôles où la reconstruction est possible (cf fig. IV.27). Cependant, ce résultat correspond à une augmentation du biais de l'estimation en présence de sources d'un facteur < 2 , lorsqu'on définit le biais comme l'écart des points estimés aux points du modèle, compté en unité de dispersion de l'estimation. Ainsi, le facteur de dégradation du biais dû aux sources, représenté à la figure IV.28, s'écrit :

$$b_{ps} = \left[\frac{\hat{C}_{l(ps)}^{dd} - C_l^{dd}}{\sigma(\hat{C}_{l(ps)}^{dd})} \right] / \left[\frac{\hat{C}_l^{dd} - C_l^{dd}}{\sigma(\hat{C}_l^{dd})} \right]$$

Cette dégradation du biais peut avoir au moins deux origines. En effet, le spectre de puissance de l'angle de déflexion est obtenu par soustraction du bruit de confusion à la variance de l'estimateur, soit :

$$\hat{C}_l = \langle \hat{d}^{EB}(\vec{l}) \hat{d}^{EB*}(\vec{l}) \rangle - N_{EB}(L)$$

Dès lors, toute sous-évaluation du terme de bruit $N_{EB}(L)$, conduit à sur-estimer le spectre de l'angle de déflexion. Tout d'abord, une contribution des sources résiduelles sous-estimée au sein des spectres de puissance du CMB observés, conduira à son tour, à une sous-estimation du bruit de l'estimateur. Mais, plus vraisemblablement, l'introduction des sources ponctuelles dans les cartes augmente le terme de correction non-gaussienne $N_{EB}^{ng}(L)$, mis en évidence au §IV.2.3 et négligé dans le calcul du bruit de confusion.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développé une méthode pour quantifier les effets délétères des avant-plans sur l'estimation de l'effet de lentilles gravitationnelles du CMB. Ce travail est à envisager comme une première étape en vue de la création d'un estimateur de lentille intégrant un processus de séparation de composantes. En effet, avant d'imaginer un tel estimateur – qui s'avèrera d'autant plus indispensable que l'on disposera de données polarisées de meilleure qualité – il nous faut identifier les avant-plans les plus néfastes au processus d'extraction des lentilles et comprendre la façon dont ils dégradent les performances des estimateurs. Pour cela, nous proposons une méthode simple et robuste, qui a nécessité le développement de plusieurs outils.

Tout d'abord, nous avons adopté l'estimateur quadratique de T. Okamoto et W. Hu, plutôt que l'estimateur itératif de Hirata et U. Seljak. Bien que plus performant, ce dernier est d'une mise en œuvre beaucoup plus complexe, pour une amélioration de l'estimation qui ne devient significative qu'à condition de considérer des expériences extrêmement ambitieuses, qui surpassent en sensibilité l'expérience « idéale » que nous avons adoptée. Ainsi, nous avons implémenté l'estimateur quadratique, dans le cadre de l'approximation plane – qui s'impose ici puisque les perturbations dues aux lentilles deviennent plus importantes à mesure que l'on se place aux plus petites échelles angulaires des fluctuations – et ce, en considérant les corrélations entre mode E et mode B de polarisation. En effet, parmi les cinq estimateurs quadratiques permis par la méthode de Okamoto et Hu, le cas \hat{d}^{EB} s'avère le plus performant.

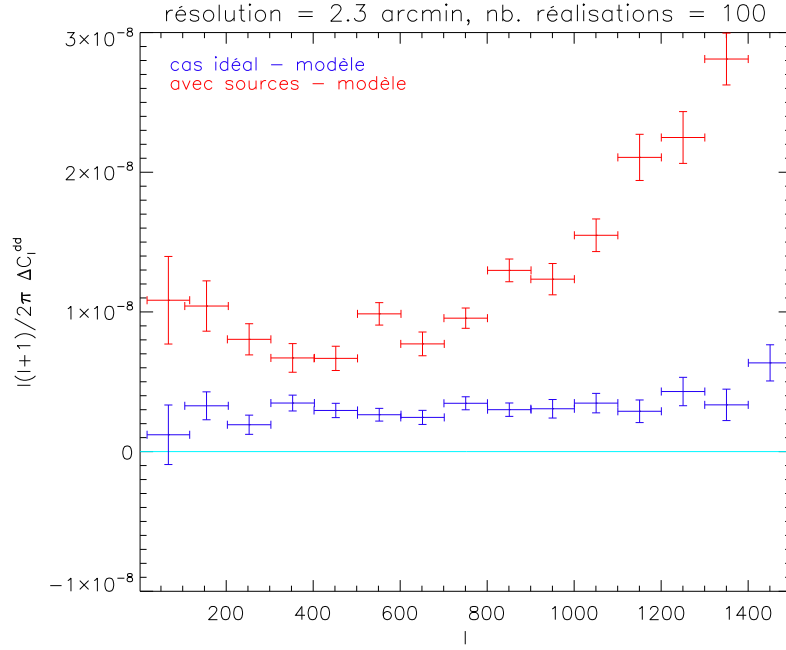


FIG. IV.27: Ce graphe a pour but la mise en évidence du biais de l'estimation dans le cas idéal et en présence de sources. Il contient les mêmes informations que la figure IV.26, à la différence près que l'on a soustrait le spectre de l'angle de déflexion exact – celui effectivement présent dans chaque simulation – aux spectres estimés sur les cartes des modes E et B lentillées. Comme à la figure IV.26, les points rouges figurent l'estimation en présence de sources, tandis que les bleus sont obtenus dans le cas idéal sans avant-plan. Entre les estimations avec et sans source, on remarque une augmentation à la fois de l'erreur à 1σ et du biais.

Ensuite, il nous a fallu développer une chaîne de simulations de cartes non-gaussiennes de polarisation du CMB. Plus encore, puisque notre but consiste à étudier les performances de notre estimateur en présence d'avant-plan, il faut d'abord lui assurer un bon fonctionnement dans le cas idéal. Pour cela, on a introduit dans les cartes lentillées les corrélations sur lesquelles est basée l'estimation et ce, au moyen des simulations contraintes. On note que cette méthode de simulation s'avèrera utile lorsqu'on disposera d'informations sur les fonctions de corrélation à quatre points de certains avant-plans, puisqu'alors on sera à même de simuler de tels avant-plans tout en introduisant de façon simple certaines corrélations non-gaussiennes.

On aborde ainsi, le dernier outil développé, celui des simulations des avant-plans. C'est là la partie la moins avancée de notre travail et ce pour deux raisons. Tout d'abord, après un rapide tour d'horizon – présenté au §IV.3.1 – des observations existantes concernant les avant-plans, il apparaît que des informations précises, à hautes latitudes galactiques et aux fréquences pertinentes pour le CMB, manquent encore, surtout en ce qui concerne les avant-plans polarisés. Cependant cette situation devrait rapidement prendre fin avec l'arrivée des résultats d'expériences conçues pour fournir des mesures haute précision de la polarisation du CMB (telles WMAP, QUaD, CLOVER, etc.). Ensuite, il s'agissait plus dans le cadre de cette étude, de démontrer notre méthode que de développer un modèle complet des avant-

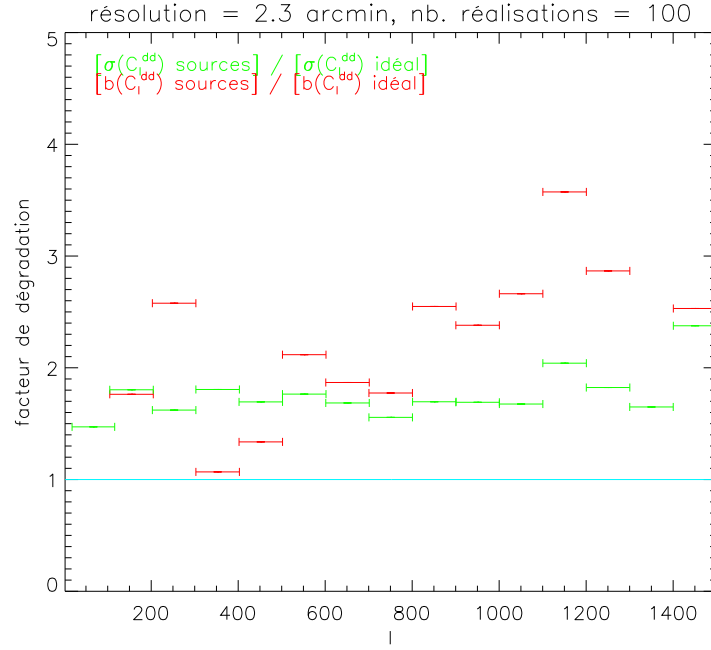


FIG. IV.28: Les facteurs de dégradation de l'estimateur \hat{d}^{EB} entre le cas sans avant-plans et celui en présence de sources résiduelles, calculés à partir des informations contenues à la figure IV.27. En vert, le facteur d'augmentation de l'erreur à 1σ et en rouge celui d'augmentation du biais de l'estimateur.

plans polarisés. Ainsi, avons-nous choisi de simuler les sources ponctuelles radio en nous basant sur le récent modèle de M. Tucci et al. [45]. Ce choix n'a pas été adopté au hasard puisque tout en s'avérant d'une modélisation relativement simple, son étude est cruciale – on s'attend en effet à ce que les sources constituent l'avant-plan dominant au sein des données polarisées, après soustraction de la lumière diffuse de la galaxie.

Ainsi, nous avons validé notre méthode par l'étude des effets des sources ponctuelles sur l'estimation des lentilles. On trouve que leur présence au sein des cartes du CMB – même après une procédure efficace d'extraction de sources – augmente l'erreur à 1σ sur les multipôles de l'angle de déflexion reconstruits d'environ 50% par rapport à une estimation réalisée dans un cas sans source. Aussi, la reconstruction de l'angle de déflexion est encore possible jusqu'à des multipôles $\lesssim 800$ avec l'estimateur quadratique tel que le décrivent Okamoto et Hu, mais elle s'avère biaisée – le niveau de puissance étant surestimé de l'ordre de 20 %. Un tel résultat constitue une motivation pour ajouter le terme de correction non-gaussienne – tel qu'il est mis en évidence par Kesden et al. [27] – dans le calcul de la variance de l'estimateur.

Notre étude s'inscrit dans la même logique que celle réalisée en 2004, par A. Amblard et al. [2], qui s'attachait à quantifier les conséquences sur l'estimation des lentilles, de l'effet Sunyaev-Zeldovitch cinétique – avant-plan dont la soustraction est particulièrement problématique puisque son spectre ne se distingue pas de celui du CMB. Ce sont, à ma connaissance, les seuls travaux portant sur l'estimation de l'effet de lentille en présence d'avant-plan, publiés à ce jour. Ainsi, malgré un avis unanime de la communauté CMB de l'intérêt de

se doter d'un estimateur des lentilles robuste aux avant-plans, les études consacrées à ce problème restent embryonnaires. Paradoxalement, un effort technologique considérable tend à la mesure des modes B primordiaux – alors qu'une telle mesure est beaucoup conditionnée par notre capacité à séparer cette composante, générée par les ondes gravitationnelles primordiales, de la composante secondaire, induite par effet de lentille sur le mode E. Ainsi, nous proposons avec la méthode décrite ici, une manière simple de s'atteler à ce problème crucial.

Bibliographie

- [1] M. Amarie, C. Hirata, and U. Seljak, *Detectability of tensor modes in the presence of foregrounds*, astro-ph/0508293.
- [2] A. Amblard, C. Vale, and M. White, *Weak lensing of the CMB by large-scale structure*, New Astronomy, **9** (2004), pp. 687–704.
- [3] C. L. Bennett, R. S. Hill, G. Hinshaw, M. R. Nolta, N. Odegard, L. Page, D. N. Spergel, J. L. Weiland, E. L. Wright, and [Wmap collaboration], *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Foreground Emission*, ApJS, **148** (2003), pp. 97–117.
- [4] A. Benoît and [Archeops collaboration], *First detection of polarization of the submillimetre diffuse galactic dust emission by Archeops*, A&A, **424** (2004), pp. 571–582.
- [5] F. Bernardeau, *Weak lensing detection in CMB maps.*, A&A, **324** (1997), pp. 15–26.
- [6] C. Borys, S. Chapman, M. Halpern, and D. Scott, *The Hubble Deep Field North SCUBA Supermap - I. Submillimetre maps, sources and number counts*, MNRAS, **344** (2003), pp. 385–398.
- [7] A. Challinor and A. Lewis, *Lensed CMB power spectra from all-sky correlation functions*, Phys. Rev. D, **71** (2005), p. 103010.
- [8] J. J. Condon, W. D. Cotton, E. W. Greisen, Q. F. Yin, R. A. Perley, G. B. Taylor, and J. J. Broderick, *The NRAO VLA Sky Survey*, AJ, **115** (1998), pp. 1693–1716.
- [9] A. de Oliveira-Costa, M. Tegmark, C. O’dell, B. Keating, P. Timbie, G. Efstathiou, and G. Smoot, *The large-scale polarization of the microwave foreground*, New Astronomy Review, **47** (2003), pp. 1117–1121.
- [10] J. Delabrouille, J.-B. Melin, and J. G. Bartlett, *Simulations of Sunyaev-Zel’dovich Maps and Their Applications*, in ASP Conf. Ser. 257 : AMiBA 2001 : High-Z Clusters, Missing Baryons, and CMB Polarization, 2002, p. 81.
- [11] B. T. Draine and A. Lazarian, *Magnetic Dipole Microwave Emission from Dust Grains*, ApJ, **512** (1999), pp. 740–754.
- [12] ———, *Microwave Emission from Galactic Dust Grains*, in ASP Conf. Ser. 181 : Microwave Foregrounds, 1999, p. 133.
- [13] L. Dunne, S. Eales, M. Edmunds, R. Ivison, P. Alexander, and D. L. Clements, *The SCUBA Local Universe Galaxy Survey - I. First measurements of the submillimetre luminosity and dust mass functions*, MNRAS, **315** (2000), pp. 115–139.
- [14] A. Ferrara, *Radio emission from spinning grains*, Bulletin of the American Astronomical Society, **26** (1994), p. 903.
- [15] D. P. Finkbeiner, *A Full-Sky $H\alpha$ Template for Microwave Foreground Prediction*, ApJS, **146** (2003), pp. 407–415.
- [16] D. P. Finkbeiner, M. Davis, and D. J. Schlegel, *Extrapolation of Galactic Dust Emission at 100 Microns to Cosmic Microwave Background Radiation Frequencies Using FIRAS*, ApJ, **524** (1999), pp. 867–886.
- [17] G. Giardino, A. J. Banday, K. M. Górski, K. Bennett, J. L. Jonas, and J. Tauber, *Towards a model of full-sky Galactic synchrotron intensity and linear polarisation : A re-analysis of the Parkes data*, A&A, **387** (2002), pp. 82–97.

- [18] P. C. Gregory, W. K. Scott, K. Douglas, and J. J. Condon, *The GB6 Catalog of Radio Sources*, ApJS, **103** (1996), p. 427.
- [19] C. G. T. Haslam, H. Stoffel, C. J. Salter, and W. E. Wilson, *A 408 MHz all-sky continuum survey. II - The atlas of contour maps*, A&AS, **47** (1982), p. 1.
- [20] C. M. Hirata and U. Seljak, *Reconstruction of lensing from the cosmic microwave background polarization*, Phys. Rev. D, **68** (2003), p. 083002.
- [21] Y. Hoffman and E. Ribak, *Constrained realizations of Gaussian fields - A simple algorithm*, ApJ, **380** (1991), pp. L5–L8.
- [22] ———, *Primordial Gaussian perturbation fields - Constrained realizations*, ApJ, **384** (1992), pp. 448–452.
- [23] W. S. Holland, E. I. Robson, W. K. Gear, C. R. Cunningham, J. F. Lightfoot, T. Jenness, R. J. Ivison, J. A. Stevens, and 5 co-authors, *SCUBA : a common-user submillimetre camera operating on the James Clerk Maxwell Telescope*, MNRAS, **303** (1999), pp. 659–672.
- [24] W. Hu, *Angular trispectrum of the cosmic microwave background*, Phys. Rev. D, **64** (2001), p. 083005.
- [25] W. Hu and T. Okamoto, *Mass Reconstruction with Cosmic Microwave Background Polarization*, ApJ, **574** (2002), pp. 566–574.
- [26] A. Jenkins, C. S. Frenk, S. D. M. White, J. M. Colberg, S. Cole, A. E. Evrard, H. M. P. Couchman, and N. Yoshida, *The mass function of dark matter haloes*, MNRAS, **321** (2001), pp. 372–384.
- [27] M. Kesden, A. Cooray, and M. Kamionkowski, *Lensing reconstruction with CMB temperature and polarization*, Phys. Rev. D, **67** (2003), p. 123507.
- [28] L. Knox, G. P. Holder, and S. E. Church, *Effects of Submillimeter and Radio Point Sources on the Recovery of Sunyaev-Zel'dovich Galaxy Cluster Parameters*, ApJ, **612** (2004), pp. 96–107.
- [29] L. Knox and Y.-S. Song, *Limit on the Detectability of the Energy Scale of Inflation*, Physical Review Letters, **89** (2002), p. 011303.
- [30] A. Lazarian and D. Finkbeiner, *Microwave emission from aligned dust*, New Astronomy Review, **47** (2003), pp. 1107–1116.
- [31] U. Lisenfeld and H. J. Völk, *On the radio spectral index of galaxies*, A&A, **354** (2000), pp. 423–430.
- [32] J. B. Melin, *Amas de galaxies et effet Sunyaev-Zel'dovich : observations et étude des effets de sélection des sondages.*, PhD thesis, Denis Diderot - Paris VII., Physique Corpusculaire et Cosmologie - Collège de France (IN2P3/CNRS), jun 2004.
- [33] D. Mesa, C. Baccigalupi, G. De Zotti, L. Gregorini, K.-H. Mack, M. Vigotti, and U. Klein, *Polarization properties of extragalactic radio sources and their contribution to microwave polarization fluctuations*, A&A, **396** (2002), pp. 463–471.
- [34] T. Okamoto and W. Hu, *Cosmic microwave background lensing reconstruction on the full sky*, Phys. Rev. D, **67** (2003), p. 083002.
- [35] F. Perrotta, M. Magliocchetti, C. Baccigalupi, M. Bartelmann, G. De Zotti, G. L. Granato, L. Silva, and L. Danese, *Predictions for statistical properties of forming spheroidal galaxies*, MNRAS, **338** (2003), pp. 623–636.
- [36] C. Rosset, *Contribution à la mesure de la polarisation du fond diffus cosmologique dans le cadre des programmes ARCHEOPS et PLANCK.*, PhD thesis, Univ. Paris 7, 2003.
- [37] U. Seljak and C. M. Hirata, *Gravitational lensing as a contaminant of the gravity wave signal in the CMB*, Phys. Rev. D, **69** (2004), p. 043005.
- [38] R. A. Sunyaev and Y. B. Zeldovich, *The Spectrum of Primordial Radiation, its Distortions and their Significance*, Comments on Astrophysics and Space Physics, **2** (1970), p. 66.
- [39] M. Tegmark and A. de Oliveira-Costa, *Removing Point Sources from Cosmic Microwave Background Maps*, ApJ, **500** (1998), p. L83.

- [40] M. Tegmark and G. Efstathiou, *A method for subtracting foregrounds from multifrequency CMB sky maps*, MNRAS, **281** (1996), pp. 1297–1314.
- [41] M. Tegmark, D. J. Eisenstein, W. Hu, and A. de Oliveira-Costa, *Foregrounds and Forecasts for the Cosmic Microwave Background*, ApJ, **530** (2000), pp. 133–165.
- [42] L. Toffolatti, F. Argüeso Gómez, G. de Zotti, P. Mazzei, A. Franceschini, L. Danese, and C. Burigana, *Extragalactic source counts and contributions to the anisotropies of the cosmic microwave background : predictions for the Planck Surveyor mission*, MNRAS, **297** (1998), pp. 117–127.
- [43] M. Tristram, G. Patanchon, J. F. Macías-Pérez, and A. collaboration, *The CMB temperature power spectrum from an improved analysis of the Archeops data*, A&A, **436** (2005), pp. 785–797.
- [44] S. A. Trushkin, *Radio spectra of the WMAP catalog sources*, Bull. Special Astrophys. Obs., **55** (2003), pp. 90–132.
- [45] M. Tucci, E. Martínez-González, L. Toffolatti, J. González-Nuevo, and G. De Zotti, *Predictions on the high-frequency polarization properties of extragalactic radio sources and implications for polarization measurements of the cosmic microwave background*, MNRAS, **349** (2004), pp. 1267–1277.
- [46] P. Vielva, E. Martínez-González, J. E. Gallegos, L. Toffolatti, and J. L. Sanz, *Point source detection using the Spherical Mexican Hat Wavelet on simulated all-sky Planck maps*, MNRAS, **344** (2003), pp. 89–104.
- [47] M. White and S. Majumdar, *Point Sources in the Context of Future SZ Surveys*, ApJ, **602** (2004), pp. 565–570.

Conclusion

Mon travail de thèse s'inscrit dans un contexte scientifique « charnière » du domaine du fond diffus cosmologique. En effet, nous disposons, avec entre autre les résultats du satellite WMAP ou de l'expérience BOOMERanG, de données de haute précision concernant les anisotropies de température du CMB. L'information cosmologique qu'il est possible d'extraire de telles données, a déjà permis d'asseoir confortablement le modèle « Standard » de la Cosmologie, basé sur le paradigme de perturbations primordiales gaussiennes, adiabatiques et quasi-invariantes d'échelle générées à l'issue d'une phase d'inflation et croissant par instabilité gravitationnelle dans un Univers en expansion. Par ailleurs, les premières mesures du mode E de polarisation du CMB, obtenues récemment par les expériences BOOMERanG encore ou DASI entre autres, confortent un peu plus ce modèle. A échéance de quelques années, toute l'information cosmologique disponible au sein des anisotropies du CMB aura pu être extraite, tandis que nous disposerons de données de haute qualité sur le mode E de polarisation du CMB mais également de bonnes mesures du mode B, tout du moins de la contribution secondaire due à la distorsion gravitationnelle induite par les Grandes Structures. De tels progrès seront possibles tout d'abord grâce à la mission PLANCK – qui fournira une mesure du spectre de puissance de température, limitée seulement par la variance cosmique et l'extraction des avant-plans, jusqu'à des multipôles de l'ordre de 2500 mais aussi, une excellente mesure du spectre du mode E de polarisation jusqu'aux multipôles de l'ordre de 1500. Aussi, de nombreuses expériences terrestres dédiées à la mesure de la polarisation et en particulier du mode B, actuellement en préparation, promettent une rapide avancée de notre connaissance de la polarisation du CMB. Par ailleurs, elles rendent possible une éventuelle mesure du mode B primordial – généré par les ondes gravitationnelles créées pendant l'Inflation – mesure qui validerait la dernière prédiction générique non encore avérée du modèle inflationnaire. Ainsi mon travail de thèse s'inscrit-il dans une phase de préparation des méthodes d'analyse des données à venir et d'anticipation des résultats scientifiques qui nous seront accessibles. Pour cela, mon travail s'est articulé autour de deux études distinctes.

Tout d'abord, pour que la mission PLANCK tienne ses promesses dans les résultats scientifiques que ses caractéristiques technologiques permettent d'espérer, il faut encore que soit développée une chaîne de traitement de données performante, spécialement optimisée pour s'affranchir des diverses sources de bruits et d'effets systématiques qui entachent inmanquablement le signal. Pour faciliter la mise en œuvre puis le test des méthodes d'analyse des données, j'ai développé une chaîne de simulation rapide du signal temporel de PLANCK aussi bien en température qu'en polarisation. Il s'agit d'un outil basique, fournissant des simulations simples mais conçu de manière modulaire, pour permettre un ajout aisé d'éventuels raffinements. Par ailleurs, sa conception est spécialement adaptée aux standards informatiques des modules de traitement de données de PLANCK. Cet outil, mis à disposition de la communauté PLANCK, a déjà contribué à l'élaboration et au test d'une méthode de reconstruction des cartes de température et de polarisation du CMB à partir des signaux temporels fournis par le satellite.

Ensuite, je me suis plus particulièrement penchée sur l'effet de lentille gravitationnelle que les Grandes Structures créent sur le rayonnement de fond, phénomène que j'ai abordé sous deux aspects. Tout d'abord, l'estimation de cette perturbation induite au sein des cartes du CMB par les Grandes Structures nous permet de reconstruire le potentiel gravitationnel de la matière sous-jacente. Ce

signal présent dans les données CMB constitue donc une source d'informations cosmologiques supplémentaires, susceptibles d'améliorer les contraintes sur les paramètres cosmologiques, en particulier sur une masse totale des neutrinos non nulle, telle que le suggèrent les expériences d'oscillations. En effet, les neutrinos, de part la propension à s'échapper des petites structures que leur confère leur grande dispersion de vitesse, impriment une signature caractéristique au sein du spectre de puissance de la matière – laissant les grandes échelles des perturbations inchangées et supprimant les plus petites échelles. Ainsi, j'ai évalué, en collaboration avec trois physiciens, la qualité de la mesure du spectre de puissance des Grandes Structures, que pourront fournir les expériences à venir, dédiées à la mesure du CMB, à partir d'une estimation de l'effet de lentille gravitationnelle au sein de leurs données. Dans le cadre d'une analyse de Fisher, nous avons calculer la sensibilité à la masse total des neutrinos d'un panel d'expériences en opération, en construction ou en projet – telles QUaD, BICEP, CLOVER, BRAIN, SAMPAN ou PLANCK. Nous trouvons que de telles expériences bénéficient grandement de l'apport d'informations obtenu par estimation de l'effet de lentille, puisque que leur sensibilité à 1σ à la masse des neutrinos se trouvent améliorées d'un facteur quatre. Autre résultat intéressant, les expériences PLANCK et SAMPAN s'avèrent complémentaires pour extraire la masse des neutrinos, puisqu'une combinaison de leurs données permet d'améliorer leur sensibilité individuelle de 50 %. Enfin, on trouve qu'à long terme, lorsque se concrétiseront les projets les plus ambitieux dédiés au CMB actuellement envisagés, une détection $\lesssim 2\sigma$ de la masse totale des neutrinos serait assurée en utilisant l'effet de lentille gravitationnelle et ce, même dans le cas le plus défavorable permis par les données des expériences d'oscillation, pour lequel la masse total des neutrinos serait de 0.05 eV. Par ailleurs, nous avons pris soin de tester la robustesse de nos résultats à la fois contre un processus de soustraction des avant-plans imparfait dans les données CMB et contre d'éventuels dégénérescences dans l'espace des paramètres cosmologiques.

Ensuite, au-delà d'une analyse de Fisher, j'ai mis en œuvre l'un des deux principaux estimateurs de l'effet de lentille décrits dans la littérature, l'estimateur quadratique de W. Hu et T. Okamoto, permettant à la fois une reconstruction de la carte du potentiel gravitationnel de la matière et une mesure du spectre de puissance angulaire de l'angle de déflexion. L'objectif de mon travail consiste à amorcer l'étude de la façon dont les performances d'un tel estimateur peuvent être dégradées en présence d'avant-plans. En effet, les estimateurs de lentilles se basent sur les non-gaussianités introduites au sein des cartes CMB du fait de la déflexion du rayonnement de fond par les Structures. Or, en sus de gêner l'extraction des lentilles en augmentant le bruit, les avant-plans, de statistiques mal connues et pas forcément gaussiennes, peuvent en mimer les signatures et ainsi en biaiser l'estimation. Ils peuvent de cette façon, compromettre une bonne reconstruction du potentiel gravitationnel de la matière et dès lors, dégrader la sensibilité des expériences CMB aux paramètres cosmologiques tels la masse des neutrinos. Mais leur effet néfaste aurait également comme conséquences d'amoinrir notre capacité à séparer les modes B primordiaux – générés par les ondes gravitationnelles – des modes B secondaires – issus de la fuite du mode E, dont le motif sur le ciel est perturbé par l'effet de lentille, vers le mode B. Ainsi, mon étude comprend deux étapes : tout d'abord la caractérisation des performances de l'estimateur quadratique dans un cas idéal – sans autre source de bruit qu'un bruit blanc gaussien d'origine instrumentale et de l'effet d'un lobe gaussien – puis leur réévaluation lorsque l'estimateur est confronté à un avant-plan donné. Pour le premier volet, j'ai développé une chaîne de simulation contrainte de cartes des observables du CMB affectées par l'effet de lentille gravitationnelle, assurant un parfait contrôle des corrélations dues aux lentilles introduites aux sein des cartes. Cette simulation m'a permis de mettre en évidence un biais constitutif de l'estimateur quadratique, trouvant son origine dans le terme connecté du calcul de la variance de l'estimateur, négligé par W. Hu et T. Okamoto. Je trouve que ce biais se traduit par un excès de puissance de l'ordre de 10 % en parfait accord avec les calculs de M. Kesden et al. ou l'estimation Monte-Carlo de A. Amblard et al. Ensuite, j'ai introduit dans la chaîne de simulation, l'émission en température et en polarisation des sources radio extra-galactiques, en me basant sur le modèle semi-analytique développé par Tucci et al. Mon étude montre que les sources, en sus de d'augmenter l'erreur à 1σ sur la reconstruction de la carte du potentiel gravitationnel d'environ 50 %, introduisent un biais supplémentaire au sein de l'estimateur : Le spectre de l'angle de déflexion est alors surestimé d'environ 20 %.

Ces travaux sont motivés par les projets extrêmement ambitieux d'expériences CMB à venir, combinant des qualités de haute-sensibilité et de haute-résolution, qui promettent une mesure fine des observables de température mais aussi de polarisation du CMB. Nous montrons que de telles expériences seront sensibles à l'effet de lentille gravitationnelle du CMB et par là même, permettront de sonder l'Univers de la surface de dernière diffusion jusqu'à aujourd'hui. Cependant, de telles performances pourraient être compromises par les biais que les avant-plans sont susceptibles d'introduire dans l'estimation de cet effet de lentille. Ainsi, des études systématiques visant à confronter les estimateurs de lentille à la présence d'avant-plans, telles celle que j'ai menée avec les sources radio, s'avèrent nécessaires pour quantifier les effets délétères de chacun des avant-plans, puis développer une estimation des lentilles multi-fréquence, visant à s'en affranchir.

Calculs annexes et publications

A. Calculs annexes

A.1 Le spectre de puissance du potentiel de lentille du CMB

Dans cette annexe, on montre que le spectre de puissance de l'effet de lentille du CMB se calcule sous la forme générique suivante :

$$C_l^{\phi\phi} = A \int k^2 dk P_\Psi(k) [\Delta_l^\phi(k)]^2 \quad (\text{A.1})$$

où $P_\Psi(k)$ est le spectre de puissance du potentiel gravitationnel, défini tel que :

$$\langle \Psi(\vec{k}) \Psi^*(\vec{k}') \rangle = (2\pi)^3 P_\Psi(k) \delta(\vec{k} - \vec{k}')$$

Par ailleurs, on a introduit la fonction $\Delta_l^\phi(k)$ qui s'interprète comme la fonction de transfert des photons. Elle s'écrit comme l'intégrale le long de la ligne-de-visée du produit d'une fonction « source » $S(k, \tau)$, qui dépend du phénomène physique considéré pour calculer le spectre de l'effet de lentille, et d'une fonction de Bessel sphérique :

$$\Delta_l^\phi(k) = \int d\tau S(k, \tau) j_l(k\tau)$$

On explicitera ici, l'expression de la fonction « source » de l'effet de lentille du CMB. Tout d'abord, on définit les variables de temps et d'espace que l'on utilise : c'est-à-dire qu'on explicite le choix de jauge. On se place dans la jauge conforme, dans laquelle l'intervalle entre deux événements voisins s'écrit :

$$ds^2 = a(\tau)^2 (d\eta^2 - (d\chi^2 + \chi^2 d\vec{\theta}))$$

On note que l'on a posé $c = 1$ et que l'on s'est placé dans un Univers sans courbure. Ce choix de jauge se justifie par le fait que l'on étudie la propagation des photons pour lesquels on a, en exprimant l'équation des géodésiques nulles :

$$d\eta = -d\chi$$

pour des photons se propageant vers nous – l'observateur (« nous ») est repéré par la coordonnée radiale $\chi = 0$. Aussi, si on appelle η_0 le temps auquel le photon considéré nous parvient, on a :

$$\eta - \eta_0 = -\chi \text{ soit } \eta = \eta_0 - \chi$$

On écrit encore l'expression de la métrique perturbée pour faire apparaître les potentiels scalaires Φ et Ψ :

$$ds^2 = a(\tau)^2 \left((1 + 2\Psi) d\eta^2 - (1 - 2\Phi) (d\chi^2 + \chi^2 d\vec{\theta}) \right)$$

Toutes les notations sont alors bien posées pour comprendre l'expression du potentiel de lentille du CMB donnée par Challinor et Lewis [1] :

$$\phi(\hat{n}) = -2 \int_0^{\chi^*} d\chi \Psi(\chi \hat{n}, \eta_0 - \chi) \frac{\chi^* - \chi}{\chi \chi^*} \quad (\text{A.2})$$

L'effet de lentille du CMB est faible de sorte que l'on puisse se placer dans l'approximation de Born : c'est-à-dire que l'on intègre les perturbations induites par l'effet de lentille sur le chemin de propagation *non-perturbé* du photon. Autre hypothèse : l'épaisseur de la surface de dernière diffusion est négligée de sorte que les photons ont été émis à $\chi = \chi^*$.

On passe ensuite dans l'espace de Fourier, en écrivant :

$$\Psi(\vec{r}, \eta) = \int \frac{d^3 \vec{k}}{(\sqrt{2\pi})^3} \Psi(\vec{k}, \eta) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

Le spectre de puissance du potentiel gravitationnel est :

$$\langle \Psi(\vec{k}, \eta) \Psi(\vec{k}', \eta') \rangle = \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_\Psi(k, \eta, \eta') \delta(\vec{k} - \vec{k}')$$

Ensuite, on écrit le spectre de puissance angulaire du potentiel projeté en fonction du spectre du potentiel 3D pour avoir :

$$C_l^{\phi\phi} = 16\pi \int \frac{dk}{k} \int_0^{\chi^*} d\chi \int_0^{\chi^*} d\chi' \mathcal{P}_\Psi(k, \eta_0 - \chi, \eta_0 - \chi') j_l(k\chi) j_l(k\chi') \left(\frac{\chi^* - \chi}{\chi \chi^*} \right) \left(\frac{\chi^* - \chi'}{\chi' \chi^*} \right) \quad (\text{A.3})$$

où les $j_l(k\chi)$ sont les fonctions de Bessel sphériques. Cette expression constitue le point de départ du calcul du spectre de l'effet de lentille du CMB dans CAMB. Maintenant, on veut mettre cette expression sous la forme générique que l'on s'est donnée.

Pour cela, on doit d'abord faire l'approximation que le spectre de puissance tridimensionnel $\mathcal{P}_\psi(k, \eta, \eta')$ peut se scinder en une partie ne dépendant que du mode considéré, notée $P_\Psi(k)$, et une partie temporelle. Par ailleurs, les structures impliquées dans l'effet de lentille du CMB interviennent à des *redshifts* ne dépassant pas 4 ou 5 ; Cela correspond à des périodes temporelles pour lesquelles le spectre de puissance tridimensionnel ne varie que d'un facteur global, sa forme restant la même. Finalement, on réécrit le spectre de puissance comme :

$$\mathcal{P}_\psi(k, \eta, \eta') = P_\Psi(k) F(\eta) F(\eta')$$

Ici, en reprenant la notation de W. Hu [2], on a introduit $F(\eta)$, le facteur de croissance des perturbations linéaires. En utilisant cette forme du spectre tridimensionnel dans l'expression du spectre du potentiel de lentille (eq. A.3), on obtient :

$$C_l^{\phi\phi} = 16\pi \int \frac{dk}{k} P_\Psi(k) \left[\int_0^{\chi^*} d\chi F(\eta_0 - \chi) j_l(k\chi) \left(\frac{\chi^* - \chi}{\chi \chi^*} \right) \right]^2$$

On a alors une expression très proche de l'expression générique recherchée. On pose $\eta = \tau$:

$$C_l^{\phi\phi} = (8\pi) \int k^2 dk \frac{P_\Psi(k)}{k^3} \left[\int_{\tau_0}^{\tau_0 - \tau^*} -d\tau 2F(\tau) \left(\frac{\tau - \tau^*}{(\tau_0 - \tau^*)(\tau_0 - \tau)} \right) j_l(k(\tau_0 - \tau)) \right]^2 \quad (\text{A.4})$$

Cette fois, nous avons la forme souhaitée. On peut lire sur l'équation précédente que la fonction « source » de l'effet de lentille du CMB ne dépend pas du mode k et qu'elle est définie par :

$$S_k(\tau) = -2F(\tau) \left(\frac{\tau - \tau^*}{(\tau_0 - \tau^*)(\tau_0 - \tau)} \right)$$

A.2 Les spectres de puissance dans l'approximation plane.

Nous développons les calculs aboutissant à la relation entre spectres de puissance des observables du CMB sur la sphère et ceux extraits d'une petite carte carrée. On montre que ces deux quantités sont reliées par :

$$\langle X^*(\vec{k})X'(\vec{k}') \rangle \equiv (2\pi)^2 \delta(\vec{k} - \vec{k}') C_k^{XX'}, \quad X, X' = \{T, E, B\} \quad (\text{A.5})$$

Dans la limite où la portion de ciel étudiée est suffisamment petite, on peut la considérer comme plane. Dans ce cas, les observables du CMB, $X \in \{T, E, B\}$, se développent sur la base de Fourier suivant :

$$X(\hat{n}) = \int \frac{d\vec{l}^2}{(2\pi)^2} X(\vec{l}) e^{-i\vec{l} \cdot \hat{n}}$$

Les coefficients de Fourier s'écrivent :

$$X(\vec{l}) = \int d\vec{n} X(\hat{n}) e^{i\vec{l} \cdot \hat{n}} \quad (\text{A.6})$$

D'autre part, on peut toujours développer les observables $X(\hat{n})$ sur la base des harmoniques sphériques :

$$X(\hat{n}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^X Y_l^m(\hat{n}) \quad (\text{A.7})$$

Ainsi, en injectant l'expression (A.7) dans (A.6), on obtient une première relation entre les coefficients de Fourier de l'observable X et les coefficients de sa décomposition en harmoniques sphériques :

$$X(\vec{l}) = \sum_{l'=0}^{\infty} \sum_{m'=-l'}^{l'} a_{l'm'}^X \int d\vec{n} Y_{l'}^{m'}(\hat{n}) e^{i\vec{l} \cdot \hat{n}} \quad (\text{A.8})$$

Pour aller plus avant, il nous faut maintenant relier la base des harmoniques sphériques à celle de Fourier.

Relation entre harmoniques sphériques et base de Fourier

Pour déterminer la relation existant entre les harmoniques sphériques $\{Y_l^m(\hat{n})\}$ et la base des ondes planes $\{e^{i\vec{l} \cdot \hat{n}}\}$, nous allons introduire les fonctions de Bessel $\{J_n(\alpha)\}$. En effet, l'exponentielle se développe en fonctions de Bessel suivant la relation de Jacobi-Anger :

$$e^{ix \sin \alpha} = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} J_m(x) e^{im\alpha} \quad (\text{A.9})$$

Pour nous, l'argument de l'exponentielle est :

$$i\vec{l} \cdot \hat{n} = il\theta(\cos \phi_l \cos \phi + \sin \phi_l \sin \phi) = il\theta \cos(\phi_l - \phi) = il\theta \sin\left(\frac{\pi}{2} + \phi_l - \phi\right)$$

Le développement de l'exponentielle (A.9) devient :

$$e^{i\vec{l} \cdot \hat{n}} = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} i^m J_m(l\theta) e^{im(\phi - \phi_l)} \quad (\text{A.10})$$

Quant aux harmoniques sphériques, on montre qu'elles s'expriment également en série de Bessel dans la limite des grands multipôles ($l \rightarrow \infty$). Pour cela, on part de l'expression exacte des harmoniques sphériques :

$$Y_l^m(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}} P_l^m(\cos\theta) e^{im\phi} \quad (\text{A.11})$$

La fonction $P_l^m(\cos\theta)$ est une fonction de Legendre. Si on considère la limite aux petits angles de cette fonction de Legendre, on retrouve une fonction de Bessel. (Les détails du calcul se trouvent dans les précis de mathématiques de Harry Hoshstadt, par exemple)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \frac{x}{n}) = (-1)^m J_m(x) \quad (\text{A.12})$$

Cela se réécrit, avec $n \equiv l$ et $x \equiv l\theta$:

$$\frac{l!}{(l+m)!} P_l^m(\cos\theta) \xrightarrow[\theta \rightarrow 0]{l \rightarrow \infty} (-1)^m J_m(l\theta) \quad (\text{A.13})$$

Ensuite, on donne l'expression à la limite des grands multipôles et des petits angles des harmoniques sphériques en reportant (A.13) dans (A.11). Pour cela, on utilise la limite suivante :

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{l! l^m}{(l+m)!} = 1. \quad (\text{A.14})$$

Ceci nous permet d'écrire :

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{l!}{(l+m)!} = \frac{1}{l^m}, \text{ et } \lim_{l \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{(l-m)!}{(l+m)!}} = \frac{1}{l^m}$$

Finalement, on obtient à partir de (A.11) :

$$Y_l^m(\theta, \phi) \xrightarrow[\theta \rightarrow 0]{l \rightarrow \infty} (-1)^m \sqrt{\frac{l}{2\pi}} J_m(l\theta) e^{im\phi} \quad (\text{A.15})$$

On introduit l'expression (A.15) dans le développement de l'exponentielle (A.10) pour avoir :

$$e^{i\vec{l} \cdot \hat{n}} \sim \sqrt{\frac{2\pi}{l}} \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} (-i)^m Y_l^m(\theta, \phi) e^{-im\phi_l} \quad (\text{A.16})$$

On a retrouvé l'expression approchée de l'exponentielle telle qu'elle apparaît dans les articles de Okamoto et Hu, à un facteur $(-1)^m$ près. En effet, les auteurs ont redéfini les harmoniques sphériques de sorte que $(-1)^m Y_l^m \rightarrow Y_l^m$.

Relation entre coefficients de Fourier des cas plan et sphérique

On utilise l'expression approchée de l'exponentielle telle qu'elle est donnée dans Okamoto et Hu [5] :

$$e^{i\vec{l} \cdot \hat{n}} = \sqrt{\frac{2\pi}{l}} \sum_{-l}^l i^m Y_l^m(\hat{n}) e^{-im\phi_l} \quad (\text{A.17})$$

Avec cette relation, l'expression (A.8) devient :

$$X(\vec{l}) = \sqrt{\frac{2\pi}{l}} \sum_{l'=0}^{\infty} \sum_{m'=-l'}^{l'} a_{l'm'}^X \sum_{m=-l}^l i^m e^{-im\phi_l} \int d\vec{n} Y_{l'}^{m'}(\hat{n}) Y_l^m(\hat{n})$$

L'intégrale sur les angles se calcule grâce à la relation d'orthogonalité des harmoniques sphériques.

$$\int d\vec{n} Y_{l'}^{m'}(\hat{n}) Y_l^{m*}(\hat{n}) = \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

Dans la relation (A.8), cela donne :

$$X(\vec{l}) = \sqrt{\frac{2\pi}{l}} \sum_{l'=0}^{\infty} \sum_{m'=-l'}^{l'} a_{l'm'}^X \sum_{m=-l}^l i^m e^{-im\phi_l} (-1)^m \delta_{ll'} \delta_{-mm'}$$

Nous avons retrouvé, de cette manière, la relation entre coefficients de Fourier et harmoniques sphériques utilisée dans les articles de Okamoto et Hu :

$$X(\vec{l}) = \sqrt{\frac{2\pi}{l}} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^X i^m e^{im\phi_l} \quad (\text{A.18})$$

Les spectres de puissance du CMB dans l'approximation plane

Grâce à la relation (A.18), nous calculons l'expression des spectres de puissance des observables du CMB dans l'approximation plane en fonction des spectres sur le ciel. Pour cela, on calcule la moyenne sur un ensemble de réalisations du CMB :

$$\langle X(\vec{l}_1) X^*(\vec{l}_2) \rangle = \frac{2\pi}{\sqrt{l_1 l_2}} \sum_{m_1=-l_1}^{l_1} \sum_{m_2=-l_2}^{l_2} \langle a_{l_1 m_1}^X a_{l_2 m_2}^{X*} \rangle i^{m_1} (-i)^{m_2} e^{i(m_1 \phi_{l_1} - m_2 \phi_{l_2})}$$

Le spectre de puissance est défini tel que :

$$\langle a_{l_1 m_1}^X a_{l_2 m_2}^{X*} \rangle = C_{l_1}^{XX} \delta_{l_1 l_2} \delta_{m_1 m_2} \quad (\text{A.19})$$

Avec cette définition, la relation précédente devient :

$$\langle X(\vec{l}_1) X^*(\vec{l}_2) \rangle = \frac{2\pi}{l_1} C_{l_1}^{XX} \delta_{l_1 l_2} \sum_{m_1=-l_1}^{l_1} e^{im_1(\phi_{l_1} - \phi_{l_2})}$$

A la limite des grands multipôles, la somme s'identifie au développement en série d'une fonction de Dirac telle que :

$$\lim_{l_1 \rightarrow \infty} \sum_{m_1=-l_1}^{l_1} e^{-im_1(\phi_{l_2} - \phi_{l_1})} = 2\pi \delta(\phi_{l_2} - \phi_{l_1}) \quad (\text{A.20})$$

Par ailleurs, en coordonnée cylindrique, la fonction de Dirac s'écrit (voir R. Bracewell 1999) :

$$\delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_2) = \frac{1}{l_1} \delta(l_1 - l_2) \delta(\phi_{l_1} - \phi_{l_2}) \quad (\text{A.21})$$

Nous identifions le symbole de Kronecker et la fonction de Dirac agissant sur le module de \vec{l} . Ainsi, nous pouvons faire apparaître la définition (A.21) dans l'expression du spectre de puissance en approximation plane :

$$\langle X(\vec{l}_1) X^*(\vec{l}_2) \rangle = (2\pi)^2 C_{l_1}^{XX} \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_2)$$

A.3 La variance de l'estimateur de l'effet de lentille : calcul détaillé

On modélise les coefficients de Fourier des modes E et B de polarisation observés de la manière suivante : ils sont composés des modes \tilde{E} et \tilde{B} de polarisation *primordiaux* du CMB, d'une perturbation de ces deux champs -notée δE et δB , due au potentiel de lentille et enfin, d'un bruit instrumental (E^N et B^N). En résumé :

$$\begin{aligned} E(\vec{l}) &= \tilde{E}(\vec{l}) + \delta E(\vec{l}) + E^N(\vec{l}) \\ B(\vec{l}) &= \delta B(\vec{l}) + B^N(\vec{l}) \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

On notera que l'on néglige le mode B primordial. Le mode E primordial ainsi que les composantes de bruit instrumental sont supposés gaussiens. Quant aux perturbation dues aux lentilles, elles s'expriment en fonction du mode E primordial et du potentiel de lentille. On rappelle que l'estimation du potentiel de lentille est basée sur les corrélations entre modes E et B lentillés :

$$\begin{aligned} \langle E(\vec{l})B(\vec{l}') \rangle_{CMB} &= \langle (\tilde{E}(\vec{l}) + \delta E(\vec{l}) + E^N(\vec{l}))(\delta B(\vec{l}') + B^N(\vec{l}')) \rangle_{CMB} \\ &= \langle \tilde{E}(\vec{l})\delta B(\vec{l}') \rangle_{CMB} + \langle \delta E(\vec{l})\delta B(\vec{l}') \rangle_{CMB} \\ &\sim \langle \tilde{E}(\vec{l})\delta B(\vec{l}') \rangle_{CMB} \\ &\sim f_{EB}(\vec{l}, \vec{l}')\Phi(\vec{l} + \vec{l}') \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Dans ce calcul, on a négligé la composante non-gaussienne des fonctions de corrélation entre deux perturbations des modes E et B. Ainsi, on aura :

$$\begin{aligned} \langle \delta E(\vec{l})\delta B(\vec{l}') \rangle &\sim 0 \\ \langle \delta E(\vec{l})\delta E(\vec{l}') \rangle &\sim (2\pi)^2\delta(\vec{l} + \vec{l}') (C_l^{EE} - \tilde{C}_l^{EE}) \\ \langle \delta B(\vec{l})\delta B(\vec{l}') \rangle &\sim (2\pi)^2\delta(\vec{l} + \vec{l}') C_l^{BB} \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

On a noté C_l^{XX} , $X \in \{E, B\}$ les spectres de puissance lentillés.

L'estimateur du potentiel de lentille de Hu et Okamoto [3] est une somme pondérée du produit des champs lentillés E et B. On en rapelle l'expression :

$$\hat{d}_{EB}(\vec{L}) = \frac{A_{EB}(L)}{L} \int \frac{d^2\vec{l}_1}{(2\pi)^2} E(\vec{l}_1)B(\vec{l}_2) \frac{f_{EB}(\vec{l}_1, \vec{l}_2)}{\hat{C}_{l_1}^{EE}\hat{C}_{l_2}^{BB}}$$

Les spectres qui apparaissent dans cette expression sont les spectres observés – c'est-à-dire comprenant les composantes primordiales et lentillées du CMB et le bruit instrumental, de sorte que $\hat{C}_l = C_l + N_l$.

Dans la suite, on explicitera la variance de l'estimateur de lentilles. Tout d'abord, on pose simplement le calcul :

$$\begin{aligned} \langle \hat{d}_{EB}^*(\vec{L}')\hat{d}_{EB}(\vec{L}) \rangle &= \frac{A_{EB}(L)A_{EB}(L')}{LL'} \\ &\int \frac{d^2\vec{l}_1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2\vec{l}'_1}{(2\pi)^2} \langle E(-\vec{l}_1)B(-\vec{l}_2)E(\vec{l}'_1)B(\vec{l}'_2) \rangle > \frac{f_{EB}(\vec{l}_1, \vec{l}_2)f_{EB}(\vec{l}'_1, \vec{l}'_2)}{\hat{C}_{l_1}^{EE}\hat{C}_{l_2}^{BB}\hat{C}_{l'_1}^{EE}\hat{C}_{l'_2}^{BB}} \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

L'expression ci-dessus nécessite le calcul d'un corrélateur à quatre champs. Pour ce faire, deux approches au moins sont possibles : dans l'une, on développe chaque champs suivant les expressions

(A.22) ; dans l'autre, on calcule séparément partie connectée et non connectée du corrélateur. Si on utilise les expressions (A.22), le corrélateur s'écrit :

$$\begin{aligned} < E(-\vec{l}_1)B(-\vec{l}_2)E(\vec{l}_1)B(\vec{l}_2) > = \\ & < (\tilde{E}(-\vec{l}_1) + \delta E(-\vec{l}_1) + E^N(-\vec{l}_1))(\delta B(-\vec{l}_2) + B^N(-\vec{l}_2)) > \\ & (\tilde{E}(\vec{l}_1) + \delta E(\vec{l}_1) + E^N(\vec{l}_1))(\delta B(\vec{l}_2) + B^N(\vec{l}_2)) > \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Parmi les 36 termes possibles, on montre que seuls six survivent :

- Parmi les 20 corrélateurs à quatre points impliquant le champs E^N , seuls deux sont non-nuls : $< E^N(-\vec{l}_1) B^N(-\vec{l}_2) E^N(\vec{l}_1) B^N(\vec{l}_2) >$ et $< E^N(-\vec{l}_1) \delta B(-\vec{l}_2) E^N(\vec{l}_1) \delta B(\vec{l}_2) >$. Les autres se développent en fonctions de corrélation à 2 points nulles.
- Parmi les 16 possibilités restantes, 12 impliquent le champs B^N . Pour les mêmes raisons que précédemment, deux ne sont pas nuls : $< \tilde{E}(-\vec{l}_1)B^N(-\vec{l}_2)\tilde{E}(\vec{l}_1)B^N(\vec{l}_2) >$ et $< \delta E(-\vec{l}_1)B^N(-\vec{l}_2)\delta E(\vec{l}_1)B^N(\vec{l}_2) >$.
- Reste 4 corrélateurs sans composante de bruit. Deux d'entre eux, qui contiennent un nombre impair de fois le champ Φ , s'annulent. Un troisième corrélateur 4 perturbations des champs E et B : toujours avec l'hypothèse de Hu et Okamoto, seule sa composante non-connectée est non négligeable. Le dernier, $< \tilde{E}(-\vec{l}_1)\delta B(-\vec{l}_2)\tilde{E}(\vec{l}_1)\delta B(\vec{l}_2) >$ est non-nul.

On calcule tout d'abord, les quatre corrélateurs impliquant le bruit instrumental. Deux d'entre eux font simplement intervenir 4 champs gaussiens. Avec le théorème de Wick, on obtient :

$$\begin{aligned} < E^N(-\vec{l}_1)B^N(-\vec{l}_2)E^N(\vec{l}_1)B^N(\vec{l}_2) > &= (2\pi)^4 \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_1) \delta(\vec{l}_2 - \vec{l}_2) N_{l_1}^{EE} N_{l_2}^{BB} \\ < \tilde{E}(-\vec{l}_1)B^N(-\vec{l}_2)\tilde{E}(\vec{l}_1)B^N(\vec{l}_2) > &= (2\pi)^4 \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_1) \delta(\vec{l}_2 - \vec{l}_2) \tilde{C}_{l_1}^{EE} N_{l_2}^{BB} \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Les deux autres impliquent des fonctions de corrélation entre deux perturbations des champs E et B. D'après les hypothèses adoptées par Hu et Okamoto dans la construction de l'estimateur (cf. relations (A.24)), on aura :

$$\begin{aligned} < E^N(-\vec{l}_1)\delta B(-\vec{l}_2)E^N(\vec{l}_1)\delta B(\vec{l}_2) > &= (2\pi)^4 \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_1) \delta(\vec{l}_2 - \vec{l}_2) N_{l_1}^{EE} C_{l_2}^{BB} \\ < \delta E(-\vec{l}_1)B^N(-\vec{l}_2)\delta E(\vec{l}_1)B^N(\vec{l}_2) > &= (2\pi)^4 \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_1) \delta(\vec{l}_2 - \vec{l}_2) (C_{l_1}^{EE} - \tilde{C}_{l_1}^{EE}) N_{l_2}^{BB} \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

De la même manière, on calcule la partie gaussienne du cinquième corrélateur :

$$< \delta E(-\vec{l}_1)\delta B(-\vec{l}_2)\delta E(\vec{l}_1)\delta B(\vec{l}_2) > = (2\pi)^4 \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_1) \delta(\vec{l}_2 - \vec{l}_2) (C_{l_1}^{EE} - \tilde{C}_{l_1}^{EE}) C_{l_2}^{BB}$$

On remarque que les cinq corrélateurs précédents se factorisent, pour donner :

$$\begin{aligned} < E^N(-\vec{l}_1)B^N(-\vec{l}_2)E^N(\vec{l}_1)B^N(\vec{l}_2) > + < \tilde{E}(-\vec{l}_1)B^N(-\vec{l}_2)\tilde{E}(\vec{l}_1)B^N(\vec{l}_2) > + \\ < E^N(-\vec{l}_1)\delta B(-\vec{l}_2)E^N(\vec{l}_1)\delta B(\vec{l}_2) > + < \delta E(-\vec{l}_1)B^N(-\vec{l}_2)\delta E(\vec{l}_1)B^N(\vec{l}_2) > + \\ < \delta E(-\vec{l}_1)\delta B(-\vec{l}_2)\delta E(\vec{l}_1)\delta B(\vec{l}_2) > &= (2\pi)^4 \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_1) \delta(\vec{l}_2 - \vec{l}_2) (\hat{C}_{l_1}^{EE} \hat{C}_{l_1}^{BB} - \tilde{C}_{l_1}^{EE} C_{l_1}^{BB}) \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Le dernier corrélateur à quatre points cache en fait le corrélateur de 6 champs gaussiens :

$$\begin{aligned} < \tilde{E}(-\vec{l}_1)\delta B(-\vec{l}_2)\tilde{E}(\vec{l}_1)\delta B(\vec{l}_2) > &= \int \frac{d^2 \vec{l}_3}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2 \vec{l}'_3}{(2\pi)^2} \\ & < \tilde{E}(-\vec{l}_1)\tilde{E}(-\vec{l}_3)\Phi(\vec{l}_3 - \vec{l}_2)\tilde{E}(\vec{l}_1)\tilde{E}(-\vec{l}'_3)\Phi(\vec{l}'_3 + \vec{l}_2) > \\ & \vec{l}_3 \cdot (\vec{l}_3 - \vec{l}_2) \sin 2\phi_{l_2 l_3} \vec{l}'_3 \cdot (\vec{l}'_3 + \vec{l}_2) \sin 2\phi_{l'_2 l'_3} \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Le corrélateur à 6 champs se calcule grâce au théorème de Wick :

$$\begin{aligned}
& \langle \tilde{E}(-\vec{l}_1) \tilde{E}(-\vec{l}_3) \Phi(\vec{l}_3 - \vec{l}_2) \tilde{E}(\vec{l}_1) \tilde{E}(-\vec{l}_3) \Phi(\vec{l}_3 + \vec{l}_2) \rangle = \\
& (2\pi)^2 \delta(\vec{l}_3 - \vec{l}_2 + \vec{l}_3 + \vec{l}_2) C_{|\vec{l}_3 - \vec{l}_2|}^{\Phi\Phi} \langle \tilde{E}(-\vec{l}_1) \tilde{E}(-\vec{l}_3) \tilde{E}(\vec{l}_1) \tilde{E}(-\vec{l}_3) \rangle = \\
& (2\pi)^2 \delta(\vec{l}_3 - \vec{l}_2 + \vec{l}_3 + \vec{l}_2) C_{|\vec{l}_3 - \vec{l}_2|}^{\Phi\Phi} \left((2\pi)^4 \delta(\vec{l}_1 + \vec{l}_3) \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_3) \tilde{C}_{l_1}^{EE} \tilde{C}_{l_1}^{EE} + \right. \\
& \quad (2\pi)^4 \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_1) \delta(\vec{l}_3 + \vec{l}_3) \tilde{C}_{l_1}^{EE} \tilde{C}_{l_3}^{EE} + \\
& \quad \left. (2\pi)^4 \delta(\vec{l}_1 + \vec{l}_3) \delta(\vec{l}_3 - \vec{l}_1) \tilde{C}_{l_1}^{EE} \tilde{C}_{l_1'}^{EE} \right) \quad (\text{A.31})
\end{aligned}$$

Pour rester cohérent avec l'hypothèse de Hu et Okamoto, on doit négliger le terme issu de la partie non-gaussienne de la fonction de corrélation $\langle \delta B(-\vec{l}_2) \delta B(\vec{l}_2) \rangle$. Pour cela, on néglige le deuxième terme de l'expression ci-dessus (A.31) pour le calcul de la composante connectée du corrélateur à 4 points $\langle \tilde{E}(-\vec{l}_1) \delta B(-\vec{l}_2) \tilde{E}(\vec{l}_1) \delta B(\vec{l}_2) \rangle_{CO}$. Ensuite, on ajoutera au corrélateur une composante non-connectée de $\langle \tilde{E}(-\vec{l}_1) \delta B(-\vec{l}_2) \tilde{E}(\vec{l}_1) \delta B(\vec{l}_2) \rangle_{UC}$ telle que :

$$\langle \tilde{E}(-\vec{l}_1) \delta B(-\vec{l}_2) \tilde{E}(\vec{l}_1) \delta B(\vec{l}_2) \rangle_{UC} = (2\pi)^4 \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_1') \delta(\vec{l}_2 - \vec{l}_2') \tilde{C}_{l_1}^{EE} C_{l_2}^{BB}$$

Finalement, on explicite la composante connectée du dernier corrélateur à quatre points en injectant le résultat de (A.31) avec l'approximation ci-dessus, dans l'équation (A.30) :

$$\begin{aligned}
& \langle \tilde{E}(-\vec{l}_1) \delta B(-\vec{l}_2) \tilde{E}(\vec{l}_1) \delta B(\vec{l}_2) \rangle_{CO} = \\
& (2\pi)^2 \delta(-\vec{l}_1 - \vec{l}_2 + \vec{l}_1 + \vec{l}_2) \left(C_{|l_1 + l_2|} \tilde{C}_{l_1}^{EE} \tilde{C}_{l_1'}^{EE} \vec{l}_1 \cdot (\vec{l}_1 + \vec{l}_2) \sin 2\phi_{l_1 l_2} \vec{l}_1' \cdot (\vec{l}_1' + \vec{l}_2') \sin 2\phi_{l_1' l_2'} \right. \\
& \quad \left. + C_{|l_1' - l_2|} \tilde{C}_{l_1}^{EE} \tilde{C}_{l_1'}^{EE} \vec{l}_1 \cdot (\vec{l}_1 - \vec{l}_2) \sin 2\phi_{l_1 l_2} \vec{l}_1' \cdot (\vec{l}_1' - \vec{l}_2') \sin 2\phi_{l_1' l_2'} \right) \quad (\text{A.32})
\end{aligned}$$

On réécrit cette expression avec les fonctions $f_{EB}(\vec{l}, \vec{l}') = \tilde{C}_l^{EE} \vec{l} \cdot (\vec{l} + \vec{l}') \sin 2\phi_{ll'}$ et on ajoute la partie non-connectée :

$$\begin{aligned}
& \langle \tilde{E}(-\vec{l}_1) \delta B(-\vec{l}_2) \tilde{E}(\vec{l}_1) \delta B(\vec{l}_2) \rangle = \\
& (2\pi)^2 \delta(-\vec{l}_1 - \vec{l}_2 + \vec{l}_1 + \vec{l}_2) \left(C_{|l_1 + l_2|}^{\Phi\Phi} f_{EB}(\vec{l}_1, \vec{l}_2) f_{EB}(\vec{l}_1', \vec{l}_2') + C_{|l_1' - l_2|}^{\Phi\Phi} f_{EB}(\vec{l}_1, -\vec{l}_2) f_{EB}(\vec{l}_1', -\vec{l}_2') \right) + \\
& (2\pi)^4 \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_1') \delta(\vec{l}_2 - \vec{l}_2') \tilde{C}_{l_1}^{EE} C_{l_2}^{BB} \quad (\text{A.33})
\end{aligned}$$

On obtient la variance de l'estimateur de lentilles en reportant les calculs des six corrélateurs non-nuls (eq.(A.29) et eq.(A.33)) dans l'expression de départ (A.25) :

$$\begin{aligned}
& \langle \hat{d}_{EB}^*(\vec{L}') \hat{d}_{EB}(\vec{L}) \rangle = \frac{A_{EB}(L) A_{EB}(L')}{LL'} \int \frac{d^2 \vec{l}_1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2 \vec{l}_1'}{(2\pi)^2} \frac{f_{EB}(\vec{l}_1, \vec{l}_2) f_{EB}(\vec{l}_1', \vec{l}_2')}{\hat{C}_{l_1}^{EE} \hat{C}_{l_2}^{BB} \hat{C}_{l_1'}^{EE} \hat{C}_{l_2'}^{BB}} \\
& (2\pi)^4 \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_1') \delta(\vec{l}_2 - \vec{l}_2') (\hat{C}_{l_1}^{EE} \hat{C}_{l_2}^{BB} - \tilde{C}_{l_1}^{EE} C_{l_2}^{BB}) \\
& + (2\pi)^2 \delta(-\vec{l}_1 - \vec{l}_2 + \vec{l}_1 + \vec{l}_2) \left(C_{|l_1 + l_2|}^{\Phi\Phi} f_{EB}(\vec{l}_1, \vec{l}_2) f_{EB}(\vec{l}_1', \vec{l}_2') + C_{|l_1' - l_2|}^{\Phi\Phi} f_{EB}(\vec{l}_1, -\vec{l}_2) f_{EB}(\vec{l}_1', -\vec{l}_2') \right) \\
& + (2\pi)^4 \delta(\vec{l}_1 - \vec{l}_1') \delta(\vec{l}_2 - \vec{l}_2') \tilde{C}_{l_1}^{EE} C_{l_2}^{BB} \quad (\text{A.34})
\end{aligned}$$

Les premier et dernier termes nous redonnent le terme de bruit de Hu et Okamoto, $A_{EB}(L)$. Le deuxième terme s'identifie à C_L^{dd} . Quant au troisième, il n'apparaît pas dans le papier de Hu et

Okamoto, mais correspond au terme de bruit du premier ordre en $C_l^{\Phi\Phi}$ calculé par Kesden, Cooray et Kamionkowski [4]. Pour nous, ce terme de bruit s'écrit :

$$(2\pi)^2 \delta(\vec{L} - \vec{L}') N_L^{(1)} = (2\pi)^2 \delta(\vec{L} - \vec{L}') \frac{A_{EB}^2(L)}{L^2} \int \frac{d^2 \vec{l}_1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2 \vec{l}'_1}{(2\pi)^2} \frac{f_{EB}(\vec{l}_1, \vec{l}_2) f_{EB}(\vec{l}'_1, \vec{l}'_2)}{\hat{C}_{l_1}^{EE} \hat{C}_{l_2}^{BB} \hat{C}_{l'_1}^{EE} \hat{C}_{l'_2}^{BB}} C_{|\vec{l}'_1 - \vec{l}_2|}^{\Phi\Phi} f_{EB}(\vec{l}_1, -\vec{l}'_2) f_{EB}(\vec{l}'_1, -\vec{l}_2) \quad (\text{A.35})$$

On note que l'on ne retrouve que certains des termes du bruit additionnel calculé par Kesden et al. Ceci s'explique par notre choix de respecter les hypothèses adoptées par Hu et Okamoto. En particulier, on a négligé la contribution des modes B primordiaux : $\tilde{B}(\vec{l}) \sim 0$, ce qui annule les termes pondérés par le filtre f_{BB} . Ensuite, le terme en $C_{|\vec{l}_1 - \vec{l}'_1|}$ réapparaît si on relâche l'hypothèse que $\langle \delta B(\vec{l}) \delta B(\vec{l}') \rangle \sim (2\pi)^2 \delta(\vec{l} + \vec{l}') C_l^{BB}$.

Bibliographie

- [1] A. Challinor and A. Lewis, *Lensed CMB power spectra from all-sky correlation functions*, Phys. Rev. D, **71** (2005), p. 103010.
- [2] W. Hu, *Weak Lensing of the CMB : A Harmonic Approach*, Phys. Rev. D, **62** (2000), p. 043007.
- [3] W. Hu and T. Okamoto, *Mass Reconstruction with Cosmic Microwave Background Polarization*, ApJ, **574** (2002), pp. 566–574.
- [4] M. Kesden, A. Cooray, and M. Kamionkowski, *Lensing reconstruction with CMB temperature and polarization*, Phys. Rev. D, **67** (2003), p. 123507.
- [5] T. Okamoto and W. Hu, *Cosmic microwave background lensing reconstruction on the full sky*, Phys. Rev. D, **67** (2003), p. 083002.

B. Probing neutrino masses with future galaxy redshift surveys

Julien Lesgourgues

Laboratoire de Physique Théorique LAPTH (CNRS-Université de Savoie), B.P. 110, F-74941 Annecy-le-Vieux Cedex, France

Sergio Pastor

Instituto de Física Corpuscular (CSIC-Universitat de València), Ed. Institutos de Investigación, Apdo. 22085, E-46071 Valencia, Spain

Laurence Perotto

Astroparticule et Cosmologie (APC), Collège de France, 11 place Marcelin Berthelot, 75231 Paris Cedex 05, France

We perform a new study of future sensitivities of galaxy redshift surveys to the free-streaming effect caused by neutrino masses, adding the information on cosmological parameters from measurements of primary anisotropies of the cosmic microwave background (CMB). Our reference cosmological scenario has nine parameters and three different neutrino masses, with a hierarchy imposed by oscillation experiments. Within the present decade, the combination of the Sloan Digital Sky Survey (SDSS) and CMB data from the PLANCK experiment will have a 2σ detection threshold on the total neutrino mass close to 0.2 eV. This estimate is robust against the inclusion of extra free parameters in the reference cosmological model. On a longer term, the next generation of experiments may reach values of order $\sum m_\nu = 0.1$ eV at 2σ , or better if a galaxy redshift survey significantly larger than SDSS is completed. We also discuss how the small changes on the free-streaming scales in the normal and inverted hierarchy schemes are translated into the expected errors from future cosmological data.

Introduction

Neutrino physics has provided the first clear indication of particle physics beyond the Standard Model, since we have experimental evidences for non-zero neutrino masses. Analyses of data from atmospheric and solar neutrino experiments have shown the allowed regions for the squared mass differences (Δm_ν^2) at two different scales. Such values will be known with better precision in the next years, in particular for the larger atmospheric Δm_ν^2 using the results of future long-baseline

oscillation experiments.

However, from oscillation experiments no information can be obtained on the absolute values of neutrino masses, since the lightest neutrino mass remains unconstrained. Tritium decay experiments tell us that each neutrino mass cannot be larger than 2.2 eV (95% CL) at present [12], to be improved to ~ 0.35 eV with KATRIN [68]. More stringent bounds exist from experiments searching for neutrinoless double beta decay, that will be improved in the near future [29], but unfortunately they depend on the details of the neutrino mixing matrix.

Cosmology offers several advantages : the cosmic neutrino background provides an abundant density of relic neutrinos with an equal momentum distribution for all flavors (up to 1% corrections), which implies that mixing angles have no effect. Although neutrinos cannot be the dominant dark matter component, they can still constitute a small, hot part of the matter density producing an erasure of perturbations at small scales through their free-streaming effect (for a review, see e.g. [23]). A comparison with data from the large scale structure (LSS) of the Universe is thus sensitive to neutrino masses, as emphasized in [47].

At present, cosmological data allow us to bound the total neutrino mass to values of $\sum m_\nu \lesssim 0.6 - 1.0$ eV [81, 39, 28, 85, 5, 41, 20], depending on the data and priors used. These ranges already compromise the 4 neutrino scenarios that could explain the additional large neutrino mass difference required by the LSND results (that also imply a fourth, sterile neutrino), but is not yet capable of reaching the necessary 0.1 eV range in order to test the hierarchical 3 neutrino schemes. But such small masses could be detected in the next future when more precise cosmological data are available, in a parallel effort to those of beta and double beta decay experiments on Earth.

In this paper we analyze the future sensitivities of cosmological data to neutrino masses, extending the pioneering work [47] and in particular the detailed analysis in [26] (see also [58]), that was more recently updated in [38]. In contrast to this last work we consider, in addition to ideal Cosmic Microwave Background (CMB) observations limited only by cosmic variance, the experimental specifications of satellite missions such as PLANCK and the mission concept CMBpol (Inflation Probe), as well as ground-based detectors such as ACT or SPTpol, that will extend the PLANCK data to smaller angular scales. We also increase the number of cosmological parameters of previous analyses, including also the helium fraction, extra relativistic degrees of freedom, spatial curvature, dark energy with constant equation of state, or a primordial spectrum with running tilt. Finally, our work is the first one in which it is assumed that neutrinos have three different masses, in order to compute accurately the free-streaming effect associated to the mass schemes allowed by oscillation experiments.

Note that throughout this work, we will assume that the LSS power spectrum is measured solely with galaxy redshift surveys. For complementary constraints based on gravitational lensing, we refer the reader to Refs. [2, 53].

This paper is organized as follows. In Sec. II we review the expected values of neutrino masses and their impact on Cosmology. We describe future CMB experiments and galaxy surveys in Sec. III and the method to forecast the errors on cosmological parameters in Sec. IV. Finally, we present our results in Sec. V, with a summary and conclusions in Sec. VI.

Neutrino masses

Nowadays we have experimental evidences for neutrino oscillations from solar and atmospheric neutrino detectors, recently also supported from data on neutrinos from artificial sources (Kamland and K2K). Detailed analyses of the experimental data lead to the following values of the mass

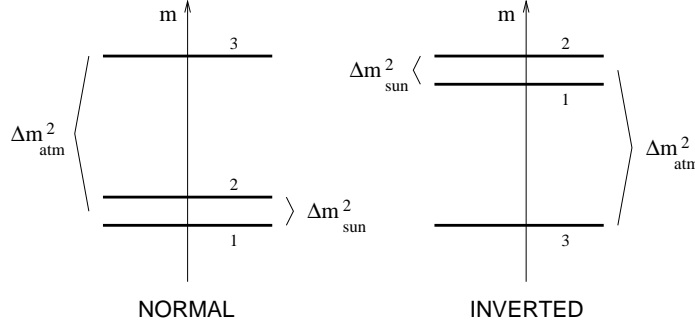


FIG. B.1: The two neutrino schemes allowed if $\Delta m_{\text{atm}}^2 \gg \Delta m_{\text{sun}}^2$: normal hierarchy (NH) and inverted hierarchy (IH).

squared differences (best fit values $\pm 3\sigma$ ranges)

$$\begin{aligned}\Delta m_{\text{atm}}^2 &= \Delta m_{32}^2 = (2.6^{+1.1}_{-1.2}) \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \\ \Delta m_{\text{sun}}^2 &= \Delta m_{21}^2 = (6.9^{+2.6}_{-1.5}) \times 10^{-5} \text{ eV}^2\end{aligned}\quad (\text{B.1})$$

taken from [64]. These ranges are only slightly different in other recent analyses, see e.g. [32, 36], while a lower Δm_{atm}^2 seems required by new Super-Kamiokande data and 3-dimensional atmospheric fluxes. The errors in the above equation will be significantly reduced with new data from Kamland in the case of Δm_{21}^2 , and with data from future long-baseline oscillation experiments such as MINOS, ICARUS and OPERA, which will give the atmospheric Δm^2 with 10% accuracy (reduced to 5% with the superbeam proposal JPARC-SK) [49]. Current data also provide the allowed ranges of the neutrino mixing angles θ_{12} and θ_{23} , and an upper bound on θ_{13} .

Indications for a third, heavier Δm_ν^2 exist from the LSND experiment [3], implying a fourth (sterile) neutrino. Such a mass is already being tested by present cosmological data, although not ruled out yet [20, 41, 39, 28], and the LSND results will be checked by the ongoing experiment MiniBoone. Here we choose not to include such a large Δm_ν^2 and consider only the values in Eq. B.1.

The three neutrino masses that lead to the values in Eq. B.1 can be accommodated in two different neutrino schemes, named normal ($m_3 > m_2 > m_1$) and inverted ($m_2 > m_1 > m_3$) hierarchy, as shown in Fig. B.1, that we will denote NH and IH. At present we have no indication of which scheme is the correct one. However, it has been suggested that some information could be extracted from future data from Supernova neutrinos, very large baseline oscillation experiments, or neutrinoless double beta decay searches if the effective m_ν is below some threshold (for reviews, see e.g. [35, 6]). In general, determining the type of mass spectrum depends on the precision with which the other mixing parameters would be measured.

Relic neutrinos were created in the Early Universe and decoupled from the rest of the plasma when the temperature dropped below ~ 1 MeV, when they were ultra-relativistic. After decoupling all neutrino flavors kept a Fermi-Dirac spectrum, only distorted at percent level during the process of electron-positron annihilations into photons [24, 66]. It is well-known that massive neutrinos could account for a significant fraction of the total energy density of the Universe today, being their contribution directly proportional to the number density. For vanishing neutrino chemical potentials, the total neutrino contribution to the critical density is given by

$$\Omega_\nu = \frac{\sum m_\nu}{93.2 \text{ eV}} h^{-2}, \quad (\text{B.2})$$

where h is the Hubble constant in units of $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ and $\sum m_\nu$ runs over all neutrino mass states. For fixed neutrino masses, Ω_ν would be enhanced if neutrinos decoupled with a significant

chemical potential (or equivalently, for large relic neutrino asymmetries), but this possibility is now ruled out [25].

Therefore cosmology is at first order sensitive to the total neutrino mass $\sum m_\nu = m_1 + m_2 + m_3$ (for the 3 neutrino schemes that we consider), but blind to the neutrino mixing angles or possible CP violating phases. This fact differentiates cosmology from terrestrial experiments such as beta decay and neutrinoless double beta decay, which are sensitive to $\sum_i |U_{ei}|^2 m_i^2$ and $|\sum_i U_{ei}^2 m_i|$, respectively, where U is the 3×3 mixing matrix that relates the weak and mass bases.

It is interesting to see how the total mass is distributed among the neutrino states for the two different schemes described above. They are plotted in Fig. B.2. For a total mass above $\sim 0.2 - 0.3$ eV the two schemes are similar and correspond to a degenerate scenario where each mass is $\sum m_\nu/3$. However, for smaller masses the number of neutrino states with relevant masses is 2 (1) in the inverted (normal) hierarchy.

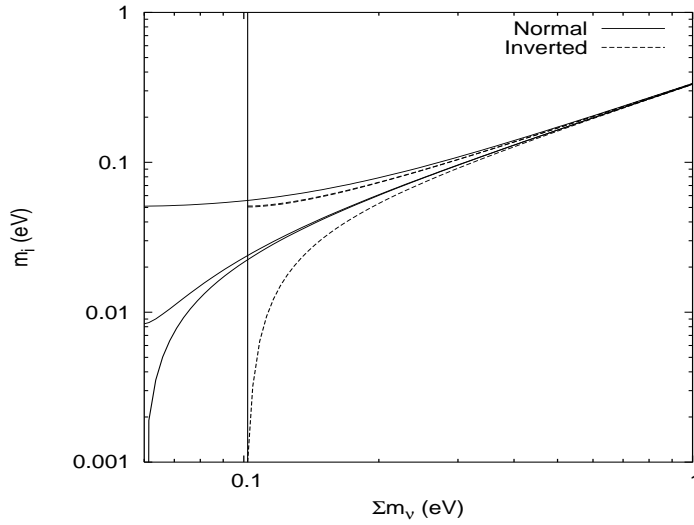


FIG. B.2: Neutrino masses as a function of the total mass in the two schemes for the best-fit values of Δm^2 in Eq. B.1. The vertical line marks the smallest value of $\sum m_\nu$ in the inverted scenario.

The effect of neutrino masses on cosmological observables has been usually considered equivalent for fixed $\sum m_\nu$ (or $\Omega_\nu h^2$). However, many papers noted in the past that this is not the case and could potentially lead to differences, i.e. the neutrino mass spectrum should be incorporated if the sensitivity to neutrino masses is good enough (see, for instance the comments in [59, 38, 2]). As an example, we note that in the mid-1990s it was shown that for CHDM models with the same total neutrino mass (of order some eVs), those with two degenerate massive neutrinos fitted better the data than those with only one (see e.g. [71]).

Fixed the total neutrino mass, a different distribution among the 3 states (m_1, m_2, m_3) causes a slight modification of the transit from a relativistic to a non-relativistic behavior. This can be seen in Fig. B.3, where the evolution of the neutrino energy density is plotted for several cases with the same total neutrino mass, equally shared by 1, 2 or 3 neutrino states, as well as the realistic NH and IH schemes (taking the best-fit values of Δm^2). Therefore, the evolution of background quantities is not completely independent of the mass splitting. However, the main difference appears at the level of perturbations. Indeed, in the case of non-degenerate massive neutrinos, various free-streaming scales are imprinted in the matter power spectrum $P(k)$. This is illustrated in Fig. B.4, where we compare $P(k)$ in the same cases as in Fig. B.3. These results were obtained with our modified version of the public code CMBFAST [78] (see section C for details).

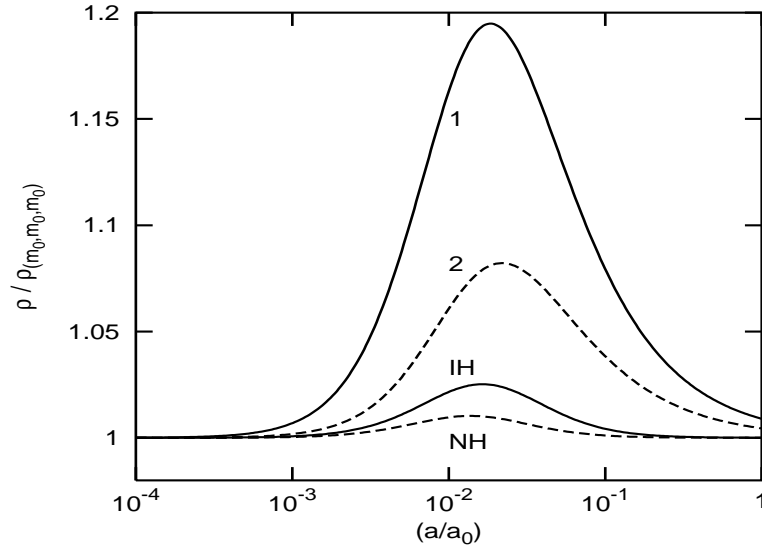


FIG. B.3: Evolution of the total neutrino energy density as a function of the scale factor of the Universe for models where the same $\sum m_\nu$ (0.12 eV) is distributed differently. Each line corresponds to the energy density of 4 different cases (only 1 or 2 massive states, Normal and Inverted Hierarchy) normalized to the case with 3 massive states with mass $m_0 = \sum m_\nu / 3$.

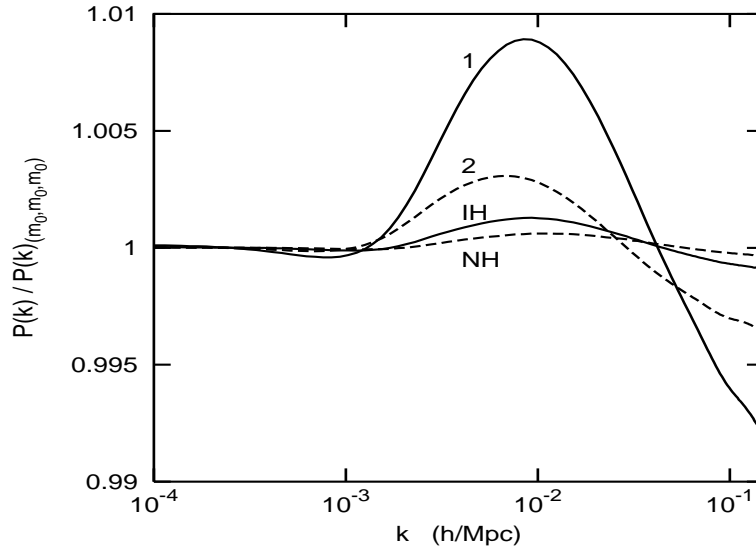


FIG. B.4: Comparison of the matter power spectrum obtained for various models where the same $\sum m_\nu$ (0.12 eV) is distributed differently. The four lines correspond to the cases with 1 or 2 massive states, Normal and Inverted Hierarchy, divided each time by that with 3 massive states of equal mass $m_0 = \sum m_\nu / 3$. Differences in the various individual masses and free-streaming scales affect the position and amplitude of the break in the power spectrum.

We have recently summarized the effects of massive neutrinos on cosmological observables in [20]. Here we simply remind that only neutrinos with masses close to the recombination temperature ($T_{\text{dec}} \sim 0.3$ eV) leave an imprint on the CMB angular spectra, while neutrinos with smaller masses

have almost the same effect as massless neutrinos. On the other hand, the dominant effect is the one induced by free-streaming on the matter power spectrum. Therefore, the usual strategy is to combine CMB and LSS measurements, where the former roughly fix most of the cosmological parameters, while the latter is more sensitive to neutrino masses.

Future CMB and LSS data

In this section we briefly describe the experimental projects, planned or in development, that will provide data on the CMB anisotropy spectrum or on the distribution of LSS.

CMB experiments

The quality of the first-year data from the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) [81], complemented by the results of other experiments at smaller angular scales such as ACBAR, CBI or VSA [34, 73, 74], has shown the importance of CMB data as a probe of cosmological parameters. The CMB experiments measure the temperature fluctuations in the sky that can be expanded in spherical harmonics,

$$\frac{\Delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{l,m} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi). \quad (\text{B.3})$$

If the underlying perturbations are Gaussian, all information is encoded in the angular power spectrum $C_l \equiv \langle |a_{lm}|^2 \rangle$. In addition the CMB experiments can be sensitive to polarization anisotropies, that are expressed in terms of the angular spectra of the E and B modes of polarization, as well as the temperature polarization cross-correlation (TE) spectrum.

After WMAP, the next satellite mission will be PLANCK¹, to be launched in 2007, whose experimental parameters are listed in Table C.1. After a couple of years, it will provide CMB data more precise than that of WMAP, in particular concerning polarization. We also consider the CMBpol or Inflation Probe mission concept, presented in the framework of NASA's Beyond Einstein Program². This experiment would have better sensitivity than the limit imposed by cosmic variance (up to $l \sim 2300$ for E-polarization, even beyond for temperature).

In parallel to the satellite missions, there will be ground-based experiments that will measure the CMB at smaller angular scales with significantly smaller sky coverage but good sensitivities, such as SPTpol³ (in construction), ACT⁴ (funded in January 2004), or QUaD [14] (in construction). As an example, we consider SPTpol with the characteristics listed in Table C.1.

The observed power spectrum can be decomposed into primary anisotropies, gravitational lensing distortions, and foreground contamination. The central frequencies of CMB detectors are usually chosen in order to minimize the foreground contribution. In addition, by combining various frequencies, future experiments will have the power to separate efficiently the CMB blackbody from the various foregrounds contributions, even on small angular scales where the latter start to be significant. It is possible to build models for the foregrounds and to predict their impact on parameter extraction [84, 72, 14]; this approach is rather model-dependent, since the level of many foreground signals has not yet been measured experimentally. Here, we will not enter into such details. When dealing with PLANCK, we will employ only three frequency channels from the high frequency instrument (HFI), making the (usual) simplifying assumption that other channels will be used for measuring the

¹<http://www.rssd.esa.int/index.php?project=PLANCK>

²<http://universe.gsfc.nasa.gov/program/inflation.html>

³<http://astro.uchicago.edu/spt/>

⁴<http://www.hep.upenn.edu/~angelica/act/act.html>

Experiment	f_{sky}	ν	θ_b	Δ_T	Δ_P
PLANCK	0.65	100	9.5'	6.8	10.9
		143	7.1'	6.0	11.4
		217	5.0'	13.1	26.7
SPTpol	0.1	217	0.9'	12	17
CMBpol	0.65	217	3.0'	1	1.4

TAB. B.1: Experimental parameters of CMB projects : here θ_b measures the width of the beam, $\Delta_{T,P}$ are the sensitivities per pixel in μK , ν is the center frequency of the channels in GHz and f_{sky} the observed fraction of the sky. For the PLANCK 100 GHz channel, the value of Δ_P takes into account the recent design with eight polarized bolometers.

various foregrounds, and for cleaning accurately the primary signal. We will do similar assumptions for SPTpol and CMBpol. We will also speculate on the results of an “ideal CMB experiment” limited only by cosmic variance. Then, we will limit ourselves to $l_{\text{max}} = 2500$ both for temperature and polarization, which assumes an efficient method for foreground subtraction – in particular of point-like sources and dust – but remains realistic (as indicated by Fig. 7 in [84]). For the two satellite experiments, we assume a sky coverage of $f_{\text{sky}} = 0.65$, which represents a conservative estimate of the data fraction that will be included in the analysis in order to avoid galactic foregrounds. For the “ideal CMB experiment”, we adopt the more optimistic value $f_{\text{sky}} = 1$, assuming that all galactic foregrounds can be subtracted (see e.g. the component separation method described in [69]).

The issue of gravitational lensing distortion is subtle and potentially very interesting. Since lensing is induced by large scale structure, mainly on linear scales, this effect can be accurately predicted for a given matter power spectrum. Therefore, if the gravitational distortion of the CMB maps could be measured directly, there would be an opportunity to extract the matter power spectrum (and the underlying cosmological parameters) independently from redshift surveys. A way of doing this is described in [46, 48, 67], and has been already applied to future neutrino mass extraction by [53]. Here, we do not incorporate this method, and assume that the matter power spectrum is measured only with redshift surveys, leaving a combined analysis for the future. Therefore, throughout the analysis, we will employ the unlensed CMB power spectra⁵. For the T, E and TE modes, lensing distortions are subdominant. In contrast, for the B mode, lensing is expected to dominate over the primary anisotropies at least on small angular scales. The angle above which lensing is subdominant crucially depends on the tensor-to-scalar ratio, an inflationary parameter which order of magnitude is still unknown. So, we follow a conservative approach and not take the B mode into account. This amounts in assuming that the gravitational wave background generated by inflation is small, so that the B mode gives no information on primary anisotropies.

Galaxy surveys

The existing data on the distribution of galaxies at large scales come from several galaxy surveys, of which the completed 2dF survey⁶ and the ongoing Sloan Digital Sky Survey⁷ (SDSS) are the largest. SDSS will complete its measurements in 2005. The matter power spectrum $P(k)$ can be reconstructed from the data, which gives an opportunity to test the free-streaming effect of massive neutrinos. However, the linear power spectrum is found modulo a biasing factor b^2 , which reflects

⁵Note that including lensing corrections is technically easy with CMBFAST. However, this would introduce some correlations among different modes and scales that would artificially lower the predicted errors on each cosmological parameters [46, 53].

⁶<http://www.mso.anu.edu.au/2dFGRS/>

⁷<http://www.sdss.org>

the discrepancy between the total matter fluctuations in the Universe, and those actually seen by the instruments. Here we assume that the bias parameter b is independent of the scale k .

An important point concerning LSS data is the non-linear clustering of the smallest scales. The usual approach is to discard any information above an effective cut-off wavenumber k_{\max} , while considering results at lower k 's as a direct estimate of the linear power spectrum. The cut-off value must be chosen with care : if k_{\max} is too small, we can lose a lot of information, especially concerning the neutrino free-streaming scale. If k_{\max} is too large, we can underestimate the error on cosmological parameters, first by neglecting any theoretical uncertainty in the quasi-linear corrections that could be applied to the spectrum, and second by ignoring the non-gaussianity induced by non-linear evolution [83].

Apart from k_{\max} , the important parameter characterizing the galaxy survey is its effective volume in k space, defined in [83]. If the number density of objects in the survey $n(\mathbf{r})$ is roughly constant over the survey volume, and if the observed power spectrum $P(k)$ is bigger than $1/n$ over the scales of interest (i.e., from the turn-over scale in $P(k)$ up to k_{\max}), the effective volume is equal to the actual volume of the survey. This is a reasonable approximation for all the examples that we will consider here. For instance, the SDSS the Bright Red Galaxy (BRG) survey has an effective volume of roughly $V_{\text{eff}} \simeq 1 \text{ (Gpc/h)}^3$ [26] (which comes from a sky coverage $f_{\text{sky}} = 0.25$ and a radial length of 1 Gpc h^{-1}).

Beyond SDSS, plans for larger surveys are under discussion. For instance, we can mention the Large Synoptic Survey Telescope⁸ (LSST), which in the future could cover the entire sky and at the same time be capable of measuring fainter objects [87]. LSST is designed mainly for weak lensing observations. In order to map the total matter distribution up to half the age of the Universe (i.e., up to a redshift $z \sim 0.8$ or a radial length $l \sim 2.3 \text{ Gpc/h}$) in a solid angle $30,000 \text{ deg}^2$ ($f_{\text{sky}} \sim 0.75$), it could measure 2×10^8 redshifts up to $z = 1.5$. Inspired roughly by these numbers, at the end of this analysis, we will speculate on the possibility to measure the power spectrum in a effective volume as large as $V_{\text{eff}} = (4\pi/3)f_{\text{sky}}l^3 \sim 40 \text{ (Gpc/h)}^3$.

The mechanism of structure formation affects larger wavelengths at later times. So, in order to measure the linear power spectrum on small scales, it would be very useful to build high redshift galaxy surveys. This is one of the main goals of the Kilo-Aperture Optical Spectrograph (KAOS) proposal⁹. KAOS could build two catalogs centered around redshifts $z = 1$ and $z = 3$, corresponding roughly to $k_{\max} \sim 0.2 \text{ h Mpc}^{-1}$ and $k_{\max} \sim 0.48 \text{ h Mpc}^{-1}$ respectively, instead of $k_{\max} \sim 0.1 \text{ h Mpc}^{-1}$ today (conservative values). In both catalogs, the number density would be such that $1/n \sim P(k_{\max})$, and the effective volume of the two samples close to $V_{\text{eff}} \sim 0.5 \text{ (Gpc/h)}^3$ and $V_{\text{eff}} \sim 0.6 \text{ (Gpc/h)}^3$ respectively¹⁰. This experiment is designed mainly for measuring the scale of baryonic oscillations, in order to constrain dark energy. However, we will see that it would be also appropriate for improving constraints on the neutrino masses.

Forecast of future bounds : Fisher matrix analysis

Since the characteristics of future CMB experiments and galaxy surveys are already known with some precision, it is possible to assume a “fiducial” model, i.e., a cosmological model that would yield the best fit to the future data, and employ the Fisher matrix method to forecast the error with which each parameter will be extracted. This method has been widely used for many cosmological parameters, some of them related to neutrinos. For instance, we can mention that forecast analyses based on the Fisher matrix have shown that with future data there will be a potential sensitivity to

⁸<http://www.lsst.org>

⁹<http://www.noao.edu/kaos>

¹⁰The characteristics of KAOS are taken from the “Purple Book” available on-line at <http://www.noao.edu/kaos>.

an effective number of neutrinos of the order $\Delta N_{\text{eff}} \sim 0.2$ [61, 15, 8], a value that is complementary to and will eventually improve the accuracy of primordial nucleosynthesis results (see e.g. [21, 22]).

Starting with a set of parameters x_i describing the fiducial model, one can compute the angular power spectra of CMB temperature and polarization anisotropies C_l^X , where $X = T, E, TE$. Simultaneously, one can derive the linear power spectrum of matter fluctuations $P(k)$, expanded in Fourier space. The error δx_i on each parameter can be calculated from the reduced (dimensionless) Fisher matrix F_{ij} , which has two terms. The first one accounts for the CMB experiment and is computed according to ref. [52]

$$F_{ij}(\text{CMB}) = \sum_{l=2}^{l_{\text{max}}} \sum_{X,Y} \frac{\partial C_l^X}{\partial \ln x_i} \text{Cov}^{-1}(C_l^X, C_l^Y) \frac{\partial C_l^Y}{\partial \ln x_j}, \quad (\text{B.4})$$

where $\text{Cov}(C_l^X, C_l^Y)$ is the covariance matrix of the estimators of the corresponding CMB spectrum. For instance, the TT element is given by

$$\text{Cov}(C_l^T, C_l^T) = \frac{2}{(2l+1)f_{\text{sky}}} \left[C_l^T + \left(\sum_{\text{ch.}} \omega_T B_l^2 \right)^{-1} \right]^2. \quad (\text{B.5})$$

Here, the first term arises from cosmic variance, while the second is a function of the experimental parameters summed over the channels : $B_l^2 = \exp(-l(l+1)\theta_b^2/8 \ln 2)$ is the beam window function (assumed to be Gaussian), θ_b is the FWHM of the beam and $\omega_T = (\theta_b \Delta_T)^{-2}$ is the inverse square of the detector noise level (Δ_T is the sensitivity per pixel, and the solid angle per pixel can be approximated by θ_b^2). For the experiments that we consider here, all these numbers can be found in Table C.1. The other terms of the covariance matrix can be found, for instance, in [26].

The second term of the reduced Fisher matrix accounts for the galaxy survey data and is calculated following Tegmark [83],

$$F_{ij}(\text{LSS}) = 2\pi \int_0^{k_{\text{max}}} \frac{\partial \ln P_{\text{obs}}(k)}{\partial \ln x_i} \frac{\partial \ln P_{\text{obs}}(k)}{\partial \ln x_j} w(k) d \ln k. \quad (\text{B.6})$$

Here $w(k) = V_{\text{eff}}/(2\pi/k)^3$ is the weight function of the galaxy survey and we have approximated the lower limit of the integral $k_{\text{min}} \simeq 0$. We defined $P_{\text{obs}}(k) \equiv b^2 P(k)$, and k_{max} is the maximal wave number on which linear predictions are reliable. This expression is only an approximation, since in addition to non-linear clustering it ignores edge effects and redshift space distortions.

Inverting the total Fisher matrix, one obtains an estimate of the $1\text{-}\sigma$ error on each parameter, assuming that all other parameters are unknown

$$\frac{\delta x_i}{x_i} = (F^{-1})_{ii}^{1/2}. \quad (\text{B.7})$$

It is also useful to compute the eigenvectors of the reduced Fisher matrix (i.e., the axes of the likelihood ellipsoid in the space of relative errors). The error on each eigenvector is given by the inverse square root of the corresponding eigenvalue. The eigenvectors with large errors indicate directions of parameter degeneracy; those with the smallest errors are the best constrained combinations of parameters.

Results

We have computed the total Fisher matrix from Eqs. B.4 and B.6, using various experimental specifications. Throughout the analysis, our fiducial model is the concordance “flat Λ CDM” scenario,

with parameters close to the current best-fit values and with additional neutrino masses. The nine free parameters with respect to which derivatives are computed are : $\Omega_m h^2$ (matter density, including baryons, cold dark matter and neutrinos), $\Omega_b h^2$ (baryon density), Ω_Λ (cosmological constant), C_{200}^T (amplitude of temperature spectrum at multipole 200), n_s (scalar tilt), τ (optical depth to reionization), y_{He} (fraction of baryonic mass in the form of Helium), $M \equiv \sum m_\nu$ (total neutrino mass) and b (unknown bias of the LSS data). The fiducial value of b is irrelevant by construction, and we will try various values of M , distributed following the NH or IH scheme. Other fiducial values read :

$$(\Omega_m h^2, \Omega_b h^2, \Omega_\Lambda, C_{200}^T, n_s, \tau, y_{He}) = (0.143, 0.023, 0.70, 0.85, 0.96, 0.11, 0.24).$$

All derivatives are computed at zero spatial curvature (by varying h appropriately). Note that we use double-sided derivatives with step 10% for M , 50 % for y_{He} , 5% for all other parameters. We checked carefully that these steps are sufficient in order to avoid possible numerical errors caused by the limited precision of the Boltzmann code – in our case, version 4.5.1 of CMBFAST [78], with option “high precision”. We also checked that with twice larger steps, the results change only by a negligible amount. These conditions were not a priori obvious for the smallest neutrino masses studied here, but we increased the precision of the neutrino sector in CMBFAST accordingly. Actually, in order to study three neutrino species with different masses, we performed significant modifications throughout CMBFAST. For each mass eigenstate, we integrate some independent background and perturbation equations, decomposed in 15 momentum values, up to multipole $l = 7$. Finally, we include the small distortions in the neutrino phase-space distributions caused by non-instantaneous decoupling from the electromagnetic plasma (with QED corrections at finite temperature) [66], but these last effects are almost negligible in practice.

PLANCK+SDSS

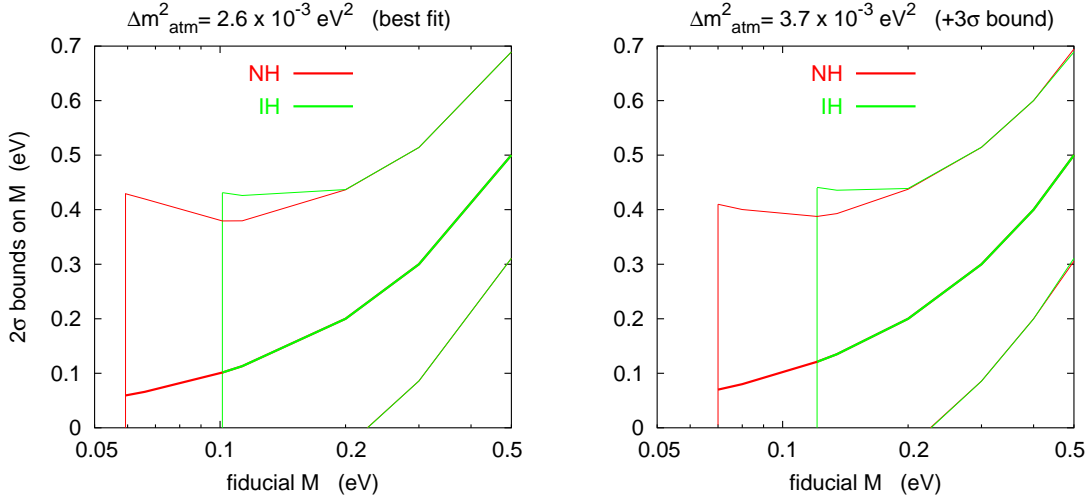


FIG. B.5: Predicted 2σ error on the total neutrino mass $M \equiv \sum m_\nu$ as a function of M in the fiducial model, using PLANCK and SDSS (limited to $k_{\max} = 0.15 h \text{ Mpc}^{-1}$). The left plot was obtained with the preferred experimental value of Δm_{atm}^2 , and the right plot with the current 3σ upper bound. In each case, we show the results assuming either NH or IH.

We first derive the precision with which the combined PLANCK and SDSS data will constrain the total neutrino mass in a near future. Experimental specifications for these experiments are given in the previous section, and we choose to limit SDSS data to the scale $k_{\max} = 0.15 h \text{ Mpc}^{-1}$ where non-linear effects are still small. Fig. B.5 shows the predicted 2σ error on M for various fiducial models, assuming different values of M , the two possible schemes for the mass splitting (either NH

	$\ln C_{200}^T$	n_s	τ	Ω_Λ	$\Omega_m h^2$	$\Omega_b h^2$	M (eV)	Y_{He}	$\ln[b^2 P(k_0)]$	X
9 param.	0.005	0.007	0.005	0.01	0.001	0.0002	0.11	0.01	0.007	–
+ $X = N_\nu^r$	0.005	0.008	0.005	0.01	0.003	0.0002	0.12	0.01	0.007	0.14
+ $X = \Omega_k$	0.005	0.008	0.005	0.01	0.002	0.0002	0.13	0.01	0.007	0.003
+ $X = w$	0.005	0.008	0.005	0.01	0.002	0.0002	0.14	0.01	0.007	0.05
+ $X = \alpha$	0.005	0.010	0.005	0.01	0.001	0.0002	0.11	0.02	0.007	0.008

TAB. B.2: Absolute errors at the $1\text{-}\sigma$ level for various cosmological models, using PLANCK+SDSS ($k_{\text{max}} = 0.15 h \text{ Mpc}^{-1}$). The first line shows our simplest flat Λ CDM model, described by 9 free parameters with fiducial values $C_{200}^T = 0.85$, $n_s = 0.96$, $\tau = 0.11$, $\Omega_\Lambda = 0.70$, $\Omega_m h^2 = 0.143$, $\Omega_b h^2 = 0.023$, $M = 0.3 \text{ eV}$ (normal hierarchy), $Y_{He} = 0.24$. The value chosen for $b^2 P(k_0 = 0.1 h \text{ Mpc}^{-1})$ is irrelevant. The next lines have one additional parameter X : an effective number of neutrinos N_ν^r parametrizing the abundance of extra relativistic relics, with fiducial value 0; a free spatial curvature parametrized by Ω_k with fiducial value 0; a free time-independent equation of state for dark energy parametrized by w with fiducial value -1 ; a free scalar tilt running parametrized by $\alpha = dn_s/d\ln k$ with fiducial value 0.

or IH), and two different values of Δm_{atm}^2 . The solar mass scale Δm_{sun}^2 is essentially irrelevant in this analysis, and is kept fixed to the current preferred value of $6.9 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$. The possible values of M are of course bounded from below: the minimal value corresponds to the limit in which the lightest neutrino mass goes to zero, in one of the two NH or IH schemes.

Let us first concentrate on the case in which Δm_{atm}^2 has its current preferred value of $2.6 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ (left plot). The minimal value of M in the NH (resp. IH) case is approximately 0.06 eV (resp. 0.10 eV). However, the 2σ detection threshold, defined by $M = 2\sigma(M)$, is around 0.21 eV. We conclude that PLANCK+SDSS will probe mainly the region where the three neutrinos are quasi-degenerate in mass, with no possibility to distinguish between the two cases. In absence of clear detection, the 2σ upper bound will be of order 0.2 eV, corresponding to individual masses (0.08, 0.06, 0.06) eV assuming NH, or (0.073, 0.073, 0.053) eV assuming IH. As expected, we find that the 2σ detection threshold is still 0.21 eV when the calculations are performed with a larger value $\Delta m_{\text{atm}}^2 = 3.7 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ (the 3σ upper bound in Eq. B.1), as shown in the right plot of Fig. B.5.

It is interesting to study whether this precision is limited mainly by a degeneracy between M and some combination of other cosmological parameters, or simply by the experimental sensitivity to the individual effect of M . In the first case, the results could be improved by including priors from other types of experiments on the cosmological parameters; in the second case, one would have to wait for a new generation of CMB and/or LSS experiments. In order to address this point, we computed the eigenvectors and eigenvalues of the reduced Fisher matrix. It turns out that for all our fiducial models, one of the unit eigenvectors points precisely in the direction of M , with coefficient very close to one in this direction (and, of course, the corresponding eigenvalue matches the error previously obtained for M). We conclude that M is not affected by a parameter degeneracy, and that independent measurements of other cosmological parameters would not help very much in constraining neutrino masses. Note that this is not yet the case for current cosmological bounds on neutrino masses, where the addition of priors on parameters such as the Hubble constant or Ω_Λ leads to more stringent bounds (see e.g. [20]).

The absence of large parameter degeneracies applies to our reference model with nine free parameters. It may not necessarily be true in the presence of extra parameters describing deviations from the concordance Λ CDM model. In order to illustrate this point and to test the robustness of our conclusions, we have calculated the error on each parameter for several extended cosmological scenarios, with extra relativistic degrees of freedom, spatial curvature, dark energy with varying

	k_{\max} (h/Mpc)	$\ln C_{200}^T$	n_s	τ	Ω_Λ	$\Omega_m h^2$	$\Omega_b h^2$	\mathbf{M} (eV)	Y_{He}	$\ln[b^2 P(k_0)]$
SDSS alone	0.10	–	0.6	–	0.8	0.5	0.1	7.0	–	0.3
	0.15	–	0.5	–	0.09	0.4	0.08	1.5	–	0.06
	0.20	–	0.1	–	0.05	0.09	0.02	0.5	–	0.01
PLANCK (T)	–	0.005	0.02	0.10	0.05	0.006	0.0006	0.42	0.03	–
PLANCK (T)	0.10	0.005	0.02	0.08	0.02	0.002	0.0004	0.24	0.02	0.015
+ SDSS	0.15	0.005	0.02	0.08	0.01	0.001	0.0003	0.15	0.02	0.008
	0.20	0.005	0.01	0.07	0.006	0.0009	0.0003	0.13	0.02	0.005
PLANCK (all)	–	0.005	0.008	0.005	0.04	0.004	0.0003	0.30	0.01	–
PLANCK (all)	0.10	0.005	0.007	0.005	0.02	0.002	0.0002	0.19	0.01	0.012
+ SDSS	0.15	0.005	0.007	0.005	0.01	0.001	0.0002	0.11	0.01	0.007
	0.20	0.004	0.007	0.005	0.006	0.0008	0.0002	0.08	0.01	0.005
CMBpol	–	0.003	0.003	0.003	0.006	0.0006	0.00008	0.07	0.004	–
CMBpol	0.10	0.003	0.003	0.003	0.006	0.0006	0.00008	0.07	0.004	0.011
+ SDSS	0.15	0.003	0.003	0.003	0.005	0.0006	0.00007	0.06	0.004	0.006
	0.20	0.003	0.003	0.003	0.004	0.0005	0.00007	0.05	0.004	0.004

TAB. B.3: Absolute errors at the $1\text{-}\sigma$ level, for various experiments and the same ΛCDM model as in table B.2 (with 9 free parameters). In particular, the fiducial value of the total neutrino mass is still $M = 0.3$ eV. When using SDSS, we show the results for three choices of k_{\max} , the maximal wavenumber on which the data are compared with linear theory predictions : $k_{\max} = 0.10 h \text{ Mpc}^{-1}$ (conservative), $0.15 h \text{ Mpc}^{-1}$ (reasonable), or $0.20 h \text{ Mpc}^{-1}$ (optimistic).

	SDSS	SDSS+KAOS	“hypothetical LSS”
PLANCK	0.21	0.16	0.11
CMBpol	0.13	0.10	0.09
“ideal CMB”	0.10	0.09	0.08

TAB. B.4: $2\text{-}\sigma$ detection threshold (in eV) for various combinations of CMB and LSS experiments (assuming the normal hierarchy scenario). The “ideal CMB” experiment is limited only by cosmic variance up to multipole $l = 2500$ and covers 100% of the sky. The “hypothetical LSS” survey has a volume $V_{\text{eff}} \simeq 40 (\text{Gpc}/h)^3$ and probes the linear spectrum up to $k_{\max} = 0.15 h \text{ Mpc}^{-1}$ (that would be the case of a large galaxy survey covering 75% of the sky up to $z = 0.8$).

density but constant equation of state, or a primordial spectrum with running tilt (see Table B.2). The neutrino mass bound is found to be quite robust in all these cases, which proves that in none of these models the effect of M can be mimicked by some other parameter combination.

It is also interesting to study the relative impact of CMB temperature, CMB polarization and LSS data on the measurement of M . We show in table B.3 the error on each parameter for SDSS alone, PLANCK alone (with or without polarization), and various combinations of CMB and LSS data, with an explicit dependence on the value of k_{max} . The complementarity of PLANCK and SDSS clearly appears. While PLANCK alone would achieve only a 1σ detection of $M = 0.3$ eV and SDSS alone would not detect it at all, the combined data would probe this value at the 3σ level. One can check from Table B.3 that PLANCK data on polarization lowers the error on M by approximately 30%. By diagonalizing the “PLANCK (no pol.)+SDSS” Fisher matrix, we checked that without polarization there would be a significant degeneracy between neutrino mass and optical depth to reionization. Indeed, while reionization lowers the CMB temperature spectrum keeping the matter power spectrum unchanged, the effect of neutrino free-streaming is opposite in first approximation (at least on small scales). So, polarization measurements are indirectly a key ingredient for neutrino mass determination.

Post-PLANCK experiments

Here we consider whether future CMB and LSS experiments will reach a better sensitivity on the neutrino mass, in particular at the level of the small values of M expected for the hierarchical normal and inverted schemes. Sensitivities significantly better than 0.1 eV would mean approaching the absolute minimum of M in the NH case or even ruling out the IH scenario.

In the previous section, we mentioned a few CMB missions that have been proposed so far in complement to PLANCK. We will study the impact of a few of them, and of an “ideal CMB experiment” that would be limited only by cosmic variance up to $l = 2500$ (both for temperature and polarization). The main difficulty for reaching this goal would be to subtract accurately small-scale foregrounds, and in particular point-like sources, but even with current technology such an ideal experiment is conceivable. On the other hand, it is difficult to specify the characteristics of an ideal LSS experiment, since it will be limited by technological improvements in instrumentation and data processing. Therefore, we will keep in the analysis a free parameter V_{eff} describing the effective volume of an ideal volume-limited survey.

We show in Fig. B.6 the predicted 2σ error in four cases corresponding to SPTpol (upper left), PLANCK (upper right), CMBpol (lower left), and our ideal CMB experiment (lower right). The value of 2σ (in eV) is shown with grey levels, as a function of k_{max} (horizontal axis) and V_{eff} (vertical axis) in units of $V_{\text{eff}}(\text{SDSS}) = 1$ (Gpc/h)³. The total mass has been fixed to $M = 0.11$ eV, distributed according to the NH scheme. We learned from the previous subsection that for higher values of M , the error could be smaller (at most by a factor 2). However, we are now interested in the range $0.05 \text{ eV} < M < 0.2 \text{ eV}$, since larger values should be detected by PLANCK+SDSS, and smaller values are excluded by oscillation experiments. In this range, one can safely interpolate the results obtained at $M = 0.11$ eV. In particular, our results for a cosmic-variance limited CMB experiment are in reasonable agreement with those of [38].

For SDSS (or for any survey with $z < 1$) we expect the relevant value of k_{max} to be around $0.15 h \text{ Mpc}^{-1}$. However, depending on the overall amplitude of the matter power spectrum (often parametrized by σ_8 , and still poorly constrained) and on future improvements in our understanding of non-linear corrections, this value might appear to be either too optimistic or too pessimistic : this is the reason why it is interesting to leave it as a free parameter.

One can see that replacing PLANCK by CMBpol would lead to a better sensitivity to the neutrino mass, with a 2σ detection threshold at 0.13 eV instead of 0.21 eV. The expected errors for CMB-

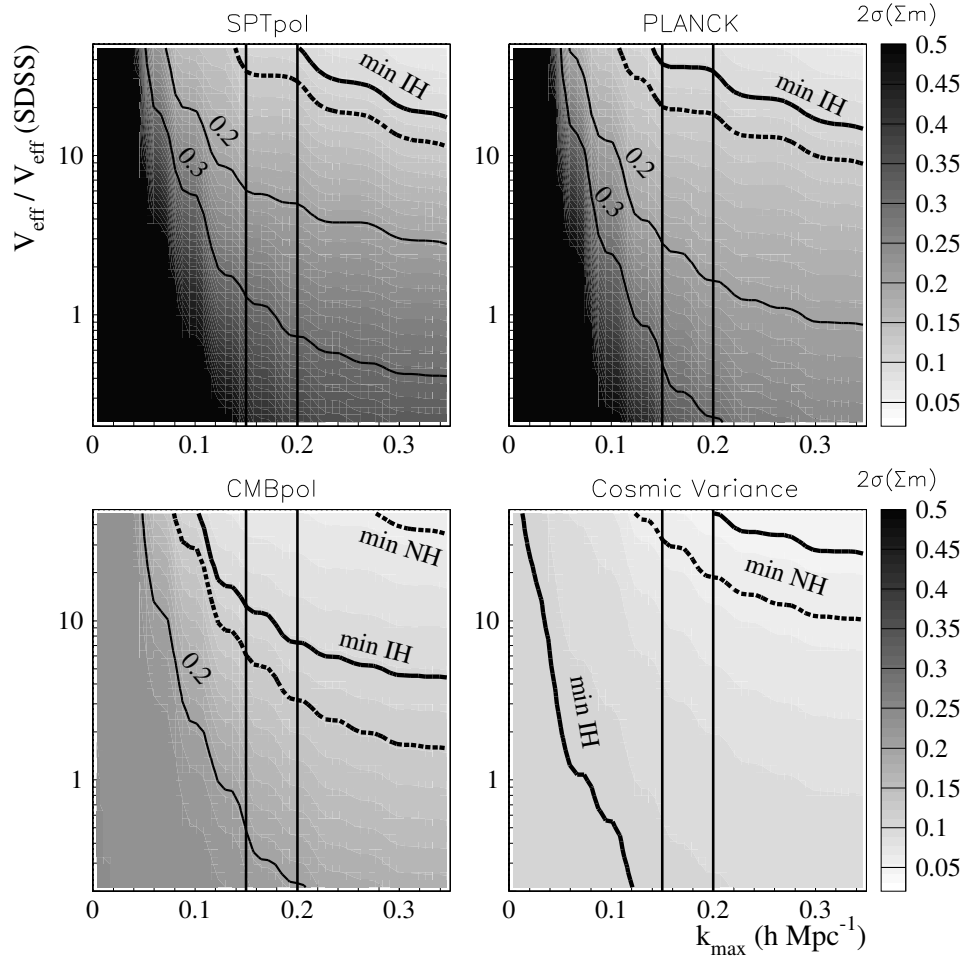


FIG. B.6: The grey regions are the 2σ expected errors on $\sum m_\nu$ (eV) for a fiducial value of 0.11 eV, as a function of the parameters of the galaxy survey, where each panel corresponds to a specific CMB experiment. The vertical lines indicate the cut-off wavenumber k_{max} for the linear matter power spectrum at the conservative (optimistic) value 0.15(0.2) $h \text{ Mpc}^{-1}$. The thin contours shown are (from bottom to top) for 0.3 and 0.2 eV, while the thick contours correspond to the minimum values of $\sum m_\nu$ in the IH (lower lines) and NH (upper lines) schemes, assuming the best-fit (solid) or the 3σ upper bound (dashed) value of Δm_{atm}^2 .

pol, with and without SDSS data, can be found in Table B.3. Adding to SDSS the two KAOS surveys (centered around $z = 1$ and $z = 3$) would also lead to some improvement. For Planck+SDSS+KAOS we get a 2σ detection threshold of $M \sim 0.16$ eV, while for CMBpol+SDSS+KAOS one could reach $M \sim 0.10$ eV. These results are summarized in Table B.4.

There is still room for improvement beyond this set of experiments. In order to make a precise statement on the conclusions that could be drawn on the long term, we keep the “ideal CMB experiment” characteristics and fix V_{eff} to 40 $(\text{Gpc}/h)^3$ (in section B, we argued that this could hopefully represent the volume of a survey comparable to the LSST project), while keeping $k_{\text{max}} = 0.15 h \text{ Mpc}^{-1}$. In Fig. B.7, we plot the corresponding results in the same way as we did for PLANCK+SDSS. Assuming the IH scenario, we see that any value of the mass could be detected at the 2σ level. Assuming NH, this is only true at the 1 or 1.5σ level, depending on the value of Δm_{atm}^2 . The 2σ detection

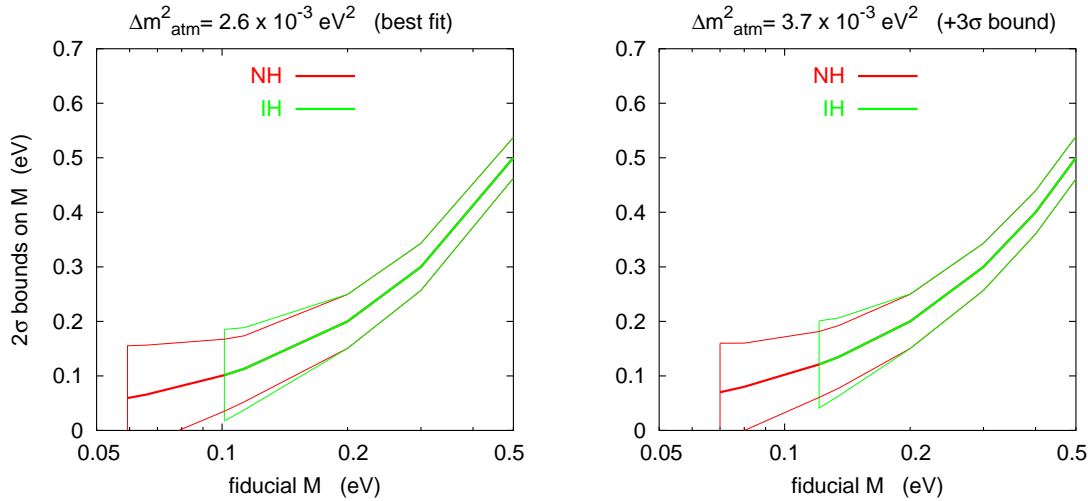


FIG. B.7: Predicted 2σ error on $\sum m_\nu$ as a function of $\sum m_\nu$ in the fiducial model, using an ideal CMB experiment (limited only by cosmic variance up to $l = 2500$, both for temperature and polarization) and a redshift survey covering 75% of the sky up to $z \simeq 0.8$ ($V_{\text{eff}} = 40 \text{ (Gpc}/h)^3$), still limited to $k_{\text{max}} = 0.15 h \text{ Mpc}^{-1}$. The left plot was obtained with the preferred experimental value of Δm_{atm}^2 , and the right plot with the current 3σ upper bound. In each case, we show the results assuming either NH or IH.

threshold is at 0.08 eV.

Our results show, for the first time, that if the available cosmological data are precise enough, the expected errors on the neutrino masses depend not only on the sum of neutrino masses, but also on what is assumed for the mass splitting between the neutrino states. As can be seen from Figs. B.5 and B.7, the sensitivity on M will be slightly better in the NH case in the mass region close to the minimum value of the IH scheme. These small differences arise from the changes in the free-streaming effect that we have described in section B, and obviously disappear for a total mass in the quasi-degenerate region (above 0.2 eV or so).

In any case, the main contribution of cosmology to the possible discrimination between the neutrino mass schemes will still be the possibility of ruling out the case in which the masses are quasi-degenerate. Even in our most optimistic forecast (Fig. B.7), if the preferred value of M turns out to be smaller than 0.1 eV, the error bar will still be too large in order to safely rule out the IH case. We also performed an extended analysis in which, instead of assuming either normal or inverted hierarchy, we introduced a tenth free parameter accounting for a continuous interpolation of the mass spectrum between the two scenarios, for fixed M . By computing the error on this parameter, we obtained a confirmation that the NH and IH scenarios cannot be discriminated directly from the data. However, any analysis of future, very precise cosmological data must take into account the texture of neutrino masses in order to translate the corresponding positive signal (or bound) into M .

Conclusions

In this paper we have analyzed the sensitivities of future CMB and LSS data to the absolute scale of neutrino masses, taking into account realistic experimental sensitivities and extending the results of previous works [47, 26, 58, 38].

We have considered the values of neutrino masses distributed according to the presently favored

three neutrino mass schemes, that follow either a normal or an inverted hierarchy. As discussed in section B, a different distribution of the same total neutrino mass leads to small changes in the cosmological evolution of neutrinos, and in particular in the free-streaming scales (qualitatively discussed, for instance, in [47, 38]). These changes disappear when the total neutrino mass enters the quasi-degenerate region.

We used the Fisher matrix method to forecast the errors on cosmological parameters that can be extracted from future CMB experiment and redshift survey data, assuming a fiducial 9-dimensional cosmological model close to the currently favored Λ CDM model. Our theoretical CMB and matter power spectra were generated with the standard Boltzmann code CMBFAST, modified in order to include three neutrino states with different masses.

In particular, for the case of PLANCK and SDSS we found good agreement with the results of [26], with a 2σ -error on the total neutrino mass of 0.2 eV that will allow us to probe only the quasi-degenerate neutrino mass region. Better sensitivity will be achieved with the combination CMBpol and SDSS, for which we found 0.12 eV, close to the minimum value of the total neutrino mass in the inverted hierarchy case. These results correspond to a conservative value of $k_{\text{max}} = 0.15 h \text{ Mpc}^{-1}$, the maximal wavenumber on which the LSS data are compared with the predictions of linear theory. We also tested how the errors change when including additional cosmological parameters to our fiducial model. In general, we found that the errors on the neutrino masses are not modified in a significant way.

Our results show that the approach where CMB experiments are only limited by cosmic variance (as in [38]) is probably too simplistic. However, if a future CMB experiment is capable of getting close to such an ideal limit, then the combination with data from galaxy redshift surveys larger than SDSS would lead to errors on the total neutrino mass comparable to the minimum values of the hierarchical scenarios. In such a case, we have shown that there exist slight differences in the expected errors between the two hierarchical neutrino schemes for the same total neutrino mass.

In conclusion, we consider that cosmological data can provide valuable information on the absolute scale of neutrino masses, that nicely complements the present and future projects of beta decay and neutrinoless double beta decay experiments. This conclusion is reinforced when one takes into account other cosmological probes of neutrino masses, complementary to the approach of the present paper. We can cite, for instance, studies of the distribution of matter in the Universe through the distortions of CMB maps caused by gravitational lensing (measured from non-gaussianities in the CMB maps) [53] and the weak gravitational lensing of background galaxies by intervening matter [43, 45, 2, 80].

It is interesting to note that any information on the absolute neutrino masses from cosmology will be interesting not only for theoretical neutrino models, but also for connected baryogenesis scenarios which occur through a leptogenesis process (see e.g. [33, 37, 16]).

Acknowledgments

We thank Ilenia Picardi for initial discussions concerning the present work, as well as Martin Hirsch and Simon Prunet for various suggestions, and Bruce Bassett for pointing us to the KAOS proposal. This research was supported by a CICYT-IN2P3 agreement. SP was supported by the Spanish grant BFM2002-00345, the ESF network Neutrino Astrophysics and a Ramón y Cajal contract of MCyT.

C. Probing neutrino masses with CMB lensing extraction

Julien Lesgourgues, Laurence Perotto

Laboratoire de Physique Théorique LAPTH (CNRS-Université de Savoie), B.P. 110, 74941 Annecy-le-Vieux Cedex, France

Sergio Pastor

Instituto de Física Corpuscular (CSIC-Universitat de València), Ed. Institutos de Investigación, Apdo. 22085, 46071 Valencia, Spain

Michel Piat

Astroparticule et Cosmologie (APC), Collège de France, 11 place Marcelin Berthelot, 75231 Paris Cedex 05, France

We evaluate the ability of future cosmic microwave background (CMB) experiments to measure the power spectrum of large scale structure using quadratic estimators of the weak lensing deflection field. We calculate the sensitivity of upcoming CMB experiments such as BICEP, QUaD, BRAIN, CLOVER and PLANCK to the non-zero total neutrino mass M_ν indicated by current neutrino oscillation data. We find that these experiments greatly benefit from lensing extraction techniques, improving their one-sigma sensitivity to M_ν by a factor of order four. The combination of data from PLANCK and the SAMPAN mini-satellite project would lead to $\sigma(M_\nu) \sim 0.1$ eV, while a value as small as $\sigma(M_\nu) \sim 0.035$ eV is within the reach of a space mission based on bolometers with a passively cooled 3-4 m aperture telescope, representative of the most ambitious projects currently under investigation. We show that our results are robust not only considering possible difficulties in subtracting astrophysical foregrounds from the primary CMB signal but also when the minimal cosmological model (Λ Mixed Dark Matter) is generalized in order to include a possible scalar tilt running, a constant equation of state parameter for the dark energy and/or extra relativistic degrees of freedom.

Introduction

Nowadays there exist compelling evidences for flavor neutrino oscillations from a variety of experimental data, that includes measurements of solar, atmospheric, reactor and accelerator neutrinos (for recent reviews, see e.g. [65] [30]). The existence of flavor change implies that the three neutrinos

mix and have non-zero masses, but oscillation experiments only fix the differences of squared neutrino masses Δm_{31}^2 and Δm_{21}^2 , which correspond to the values relevant for atmospheric ($2.4 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$) and solar ($8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$) neutrinos, respectively.

Non-zero neutrino masses imply that the Cosmic Neutrino Background (CNB), the sea of relic neutrinos that fill the Universe with a number density comparable to that of photons, influences the cosmological evolution in a more complicated way than that of a pure relativistic component. In particular, the contribution of the CNB to the present energy density of the Universe, measured in units of its critical value, is

$$\Omega_\nu = \frac{\rho_\nu}{\rho_c} = \frac{M_\nu}{93.14 h^2 \text{ eV}} \quad (\text{C.1})$$

where h is the present value of the Hubble parameter in units of $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ and $M_\nu \equiv m_1 + m_2 + m_3$ is the total neutrino mass. From the experimental values of their mass differences, at least two neutrino mass states are non-relativistic today since both $(\Delta m_{31}^2)^{1/2} \sim 0.05 \text{ eV}$ and $(\Delta m_{21}^2)^{1/2} \sim 0.009 \text{ eV}$ are larger than the present neutrino temperature $T_\nu \simeq 1.96 \text{ K} \simeq 1.7 \times 10^{-4} \text{ eV}$. Since the current upper bound on M_ν from tritium decay experiments [27] is of the order 6 eV (95% CL), we know that the neutrinos account for at least 0.5(1)% and at most 50% of the total dark matter density, where the lower limit corresponds to the minimum of M_ν for masses ordered according to a normal (inverted) hierarchy, characterized by the sign of Δm_{31}^2 . Thus, although in the first limit the cosmological effect of neutrino masses would be quite small, the minimal cosmological scenario is in fact a Λ Mixed Dark Matter (AMDM) model rather than a plain Λ Cold Dark Matter one.

Considerable efforts are devoted to the determination of the absolute neutrino mass scale, which, combined with oscillation data, would fix the value of the lightest neutrino mass. The future tritium decay experiment KATRIN [68] is expected to reach a discovery potential for $0.3 - 0.35 \text{ eV}$ individual masses, while more stringent bounds exist from experiments searching for neutrinoless double beta decay¹. These will be improved in the near future [29], but unfortunately they depend on the details of the neutrino mixing matrix. The quest for M_ν will greatly benefit from cosmological observations, which offer the advantage of being independent of the neutrino mixing parameters since all flavors were equally populated in the early Universe.

Cosmology is sensitive to the neutrino masses through essentially two effects. First, the shape of the two-point correlation function –or power spectrum– of the Cosmic Microwave Background (CMB) temperature and polarization anisotropies on the one hand, and of the Large Scale Structure (LSS) mass density on the other, are both highly sensitive to the abundance of the various cosmological backgrounds : photons, baryons, cold dark matter, etc. The CNB is very specific in the sense that it behaves like a collisionless relativistic medium at the time of acoustic oscillations before photon decoupling (at redshifts $z > 1000$), but like a non-relativistic fluid during most of structure formation (at redshifts $z < 100$, at least for one of the three neutrino mass states). Therefore, the CNB affects at least one of the three following quantities : the redshift of equality between matter and radiation ; the redshift of equality between matter and dark energy ; or the spatial curvature of the Universe. This effect can be observed in the CMB and LSS power spectra and its amplitude is at most of the order of $(2f_\nu)$ per cent [56] (f_ν is the current fraction of dark matter density in the form of neutrinos), which corresponds to only 1% in the limit $M_\nu \sim 0.05 \text{ eV}$.

Fortunately, neutrino masses produce a second effect which is typically four times larger : on small scales neutrinos do not cluster gravitationally because of their large velocities. Even today, the typical neutrino velocity of a non-relativistic eigenstate with mass m_ν is as large as $v \simeq 150 (1 \text{ eV}/m_\nu) \text{ km s}^{-1}$. This simple kinematic effect, called *neutrino free-streaming*, is extremely important for the growth of non-relativistic matter perturbations (CDM and baryons) after photon decoupling. Indeed, the perturbation growth rate is controlled by the balance between gravitational clustering and the

¹A claim of a positive signal exists [55], which would correspond to an effective neutrino mass of order $0.1 - 0.9 \text{ eV}$. If confirmed, it would have a profound impact on cosmology.

Universe expansion. On small scales, free-streaming neutrinos contribute to the total background density $\bar{\rho}$, but not to the total perturbation $\delta\rho$, which shifts the balance in favor of the Universe expansion, leading to a smaller growth rate for CDM and baryon perturbations. This effect is of order $(8f_\nu)$ per cent in the small-scale matter power spectrum [11, 47, 56].

There are various ways to measure the LSS power spectrum. For instance, the galaxy-galaxy correlation function can be obtained from galaxy redshift surveys, and the density perturbations in hot intergalactic gas clouds at redshift $z \sim 2$ can be inferred from the Lyman- α forest region in the spectrum of distant quasars. At present, a total neutrino mass of $0.4 - 2$ eV is disfavored at 95% CL [81, 39, 85, 5, 41, 20, 74, 77, 31, 62, 75, 50], depending on the used CMB, LSS and other cosmological data.

However, the most promising idea on the long term is to study the weak lensing effects induced by neighboring galaxy clusters. A lensing map can be reconstructed from a statistical analysis, based either on the ellipticity of remote galaxies or on the non-gaussianity of the CMB temperature and polarization anisotropy maps. Weak lensing offers several advantages. Unlike galaxy redshift surveys, it traces directly the total density perturbation and does not involve any light-to-mass bias. Unlike Lyman- α forests data, it probes a large range of scales, which is particularly convenient for observing the step-like suppression of density perturbations induced by neutrino masses. In addition, weak lensing is sensitive to high redshifts, for which non-linear corrections appear only at very small scales. Finally, it enables tomographic reconstruction : by selecting the redshift of the sources, it is possible to obtain independent measurements of the power spectrum at various redshifts, in order to follow the non-trivial evolution of the spectrum amplitude caused by neutrino masses and/or by a possible evolution of the dark energy density. The best lever arm and the highest redshifts are encoded in the lensing of CMB maps, where the source is the photon last scattering surface, located at $z \sim 1100$, and the observed CMB patterns are sensitive to lenses as far as $z \sim 3$ [9, 88, 79]. In addition, CMB lensing observations do not require a devoted experiment : future CMB experiments designed for precision measurements of the primary CMB anisotropies offer for free an opportunity to extract lensing information.

The first paper estimating the sensitivity of future cosmological experiments to small neutrino masses was based on the measurement of the galaxy-galaxy correlation function [47], an analysis that was updated in Refs. [26, 58, 38] and more recently in Ref. [57]. The first analysis based on CMB lensing extraction was performed in Ref. [53], showing that an extremely small one-sigma error on the total neutrino mass –of the order of $\sigma(M_\nu) \simeq 0.04$ eV– was conceivable for a full-sky experiment with a resolution of 1 arc-minute and a sensitivity per pixel of 1 μ K for temperature, 1.4 μ K for polarization (these numbers were inspired from preliminary studies for the CMBpol satellite project). Soon after, Ref. [80] studied the neutrino mass sensitivity of future tomographic reconstructions using, on the one hand, galaxy ellipticities in various redshift bins, and on the other CMB lensing, where CMB plays the role of the last redshift bin. The authors found that for sufficiently large cosmic shear surveys, it would not be impossible to reach $\sigma(M_\nu) \simeq 0.02$ eV.

In this paper we want to come back to the prospects coming from CMB lensing alone, and try to improve the pioneering analysis in [53, 80] in several directions. First, we analyze the potential of several CMB experiments expected to produce results in the coming years, based on a realistic description of instrumental sensitivities. Second, we discuss the robustness of our results by analyzing (i) the consequences of simplifying assumptions in the construction of the Fisher matrix, (ii) the dependence of the final results on the accuracy of the foreground subtraction process, and (iii) the impact of parameter degeneracies which can appear when non-minimal cosmological scenarios are introduced. Finally, we study the sensitivity of CMB experiments to the way in which the total neutrino mass is split among the three species.

Basic principles of CMB lensing extraction

Weak lensing induces a deflection field \mathbf{d} , i.e. a mapping between the direction of a given point on the last scattering surface and the direction in which we observe it. At leading order [42] this deflection field can be written as the gradient of a lensing potential, $\mathbf{d} = \nabla\phi$. The deflection and lensing potential maps can both be expanded in harmonic space

$$\phi(\hat{n}) = \sum_{lm} \phi_l^m Y_l^m(\hat{n}) , \quad (\text{C.2})$$

$$(d_\theta \pm i d_\varphi)(\hat{n}) = \pm i \sum_{lm} d_l^{m\pm 1} Y_l^m(\hat{n}) , \quad (\text{C.3})$$

where $\hat{n} = (\theta, \phi)$ is a direction in the sky. There is a simple relation between the deflection and lensing potential multipoles

$$d_l^m = -i\sqrt{l(l+1)}\phi_l^m , \quad (\text{C.4})$$

so that the power spectra $C_l^{dd} \equiv \langle d_l^m d_l^{m*} \rangle$ and $C_l^{\phi\phi} \equiv \langle \phi_l^m \phi_l^{m*} \rangle$ are related through

$$C_l^{dd} = l(l+1)C_l^{\phi\phi} . \quad (\text{C.5})$$

In standard inflationary cosmology, the unlensed anisotropies obey Gaussian statistics in excellent approximation [7], and their two-dimensional Fourier modes are fully described by the power spectra \tilde{C}_l^{ab} where a and b belong to the $\{T, E, B\}$ basis. Weak lensing correlates the lensed multipoles [76, 9] according to

$$\langle a_l^m b_{l'}^{m'} \rangle_{\text{CMB}} = (-1)^m \delta_l^{l'} \delta_m^{m'} C_l^{ab} + \sum_{LM} \mathcal{C}(a, b)_l^{mm'LM} \phi_L^M \quad (\text{C.6})$$

where the average holds over different realizations (or different Hubble patches) of a given cosmological model with fixed primordial spectrum and background evolution (i.e. fixed cosmological parameters). In this average, the lensing potential is also kept fixed by convention, which makes sense because the CMB anisotropies and LSS that we observe in our past light-cone are statistically independent, at least as long as we neglect the integrated Sachs-Wolfe effect. In the above equation, C_l^{ab} is the lensed power spectrum (which is nearly equal to the unlensed one, excepted for the B-mode power spectrum which is dominated, at least on small scales, by the conversion of E-patterns into B-patterns caused by lensing). The coefficients $\mathcal{C}(a, b)_l^{mm'LM}$ are complicated linear combinations of the unlensed power spectra \tilde{C}_l^{ab} , \tilde{C}_l^{aa} and \tilde{C}_l^{bb} , given in [67].

The quadratic estimator method of Hu & Okamoto [44, 48, 67] is a way to extract the deflection field map from the observed temperature and polarization maps. It amounts essentially in inverting Eq. (C.6). This is not the only way to proceed : Hirata & Seljak proposed an iterative estimator method [42] which was shown to be optimal, but as long as CMB experiments will make noise-dominated measurements of the B-mode, i.e. at least for the next decade, the two methods are known to be equivalent in terms of precision. Even for the most precise experimental project discussed in this work, the quadratic estimator method would remain nearly optimal (the last project listed in Table C.1 corresponds roughly to the hypothetical experiment called “C” in Ref. [42]).

By definition, the quadratic estimator $d(a, b)$ is built from a pair (a, b) of observed temperature or polarization modes, and its multipoles are given by the quadratic form

$$d(a, b)_L^M = \mathcal{N}_L^{ab} \sum_{ll'mm'} \mathcal{W}(a, b)_l^{mm'LM} a_l^m b_{l'}^{m'} , \quad (\text{C.7})$$

where the normalization factor \mathcal{N}_L^{ab} is defined in such way that $d(a, b)$ is an unbiased estimator of the deflection field

$$\langle d(a, b)_L^M \rangle_{\text{CMB}} = \sqrt{l(l+1)} \phi_L^M , \quad (\text{C.8})$$

and the weighting coefficients $\mathcal{W}(a, b)_{lLl'}^{mm'M}$ minimize the variance of $d(a, b)_L^M$ (which inevitably exceeds the power spectrum C_L^{dd} that we want to measure), i.e. minimize the coefficients $a = a'$, $b = b'$ of the covariance matrix

$$\langle d(a, b)_L^M d(a', b')_{L'}^{M'} \rangle_{\text{CMB}} = (-1)^M \delta_{LL'} \delta_{MM'} [C_L^{dd} + N_L^{aba'b'}] . \quad (\text{C.9})$$

Here the extra term $N_L^{aba'b'}$, which can be considered as noise, derives from the connected and non-connected pieces of the four-point correlation function $\langle aba'b' \rangle$. In Ref. [67], Okamoto & Hu derive a prescription for the weighting coefficients $\mathcal{W}(a, b)_{lLl'}^{mm'M}$ such that the contribution of the connected piece is minimal, while that from the non-connected piece is negligible in first approximation [19]. The weighting coefficients are rational functions of the observed power spectra C_l^{ab} , C_l^{aa} and C_l^{bb} , which include contributions from primary anisotropies, lensing and experimental noise. Therefore, if we assume a theoretical model and some instrumental characteristics, we can readily estimate the noise $N_L^{aba'b'}$ expected for a future experiment.

This method works for a given estimator $d(a, b)_L^M$ under the condition that for at least one of the three power spectra (C_l^{ab} , C_l^{aa} , C_l^{bb}), the lensing contribution is much smaller than the primary anisotropy contribution. This is not the case for the pair $ab = BB$. Therefore, one can only build five estimators, for the remaining pairs $ab \in \{TT, EE, TE, TB, EB\}$. The question of which one is the most precise heavily depends on the experimental characteristics. In addition, it is always possible to build a minimum variance estimator, i.e. an optimal combination of the five estimators weighted according to the five noise terms $N_l^{aba'b'}$ of the experiment under consideration. For the minimum variance estimator, the noise reads

$$N_l^{dd} = \left[\sum_{aba'b'} \left(N_l^{aba'b'} \right)^{-1} \right]^{-1} . \quad (\text{C.10})$$

Forecasting errors with the Fisher matrix

For a future experiment with known specifications, it is possible to assume a cosmological *fiducial model* that will fit best the future data, and then to construct the probability $L(\vec{x}; \vec{\theta})$ of the data \vec{x} given the parameters $\vec{\theta}$ of the theoretical model. The error associated with each parameter θ_i can be derived from the Fisher matrix

$$F_{ij} = - \left\langle \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right\rangle , \quad (\text{C.11})$$

computed in the vicinity of the best-fit model. Indeed, after marginalization over all other free parameters, the one-sigma error (68% confidence limit) on a parameter θ_i would be greater or equal to

$$\sigma(\theta_i) = \sqrt{(F^{-1})_{ii}} . \quad (\text{C.12})$$

In most cases, the forecasted errors depend only mildly on the exact values of fiducial model parameters; however, they can vary significantly with the number of free parameters to be marginalized out, since complicated fiducial models with many physical ingredients are more affected by parameter degeneracies.

It is usually assumed that for a CMB experiment covering a fraction f_{sky} of the full sky, the probability L of the data $\{a_l^m\}$ is gaussian, with variance \mathbf{C}_l . If the experiment observes only one mode, for instance temperature, then \mathbf{C}_l is just a number, equal to the sum of the fiducial model primordial spectrum and of the instrumental noise power spectrum. If instead several modes are observed, for instance temperature, E and B polarization, then \mathbf{C}_l is a matrix. Neglecting the lensing effect, we would get

$$\mathbf{C}_l = \begin{pmatrix} \tilde{C}_l^{TT} + N_l^{TT} & \tilde{C}_l^{TE} & 0 \\ \tilde{C}_l^{TE} & \tilde{C}_l^{EE} + N_l^{EE} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{C}_l^{BB} + N_l^{BB} \end{pmatrix} , \quad (\text{C.13})$$

where the \tilde{C}_l^{XX} 's represent the power spectra of primary anisotropies (we recall that for parity reasons $\tilde{C}_l^{TB} = \tilde{C}_l^{EB} = 0$), and the N_l^{XX} 's are the noise power spectra, which are diagonal because the noise contributing to one mode is statistically independent of that in another mode. It can be shown with some algebra that for any gaussian probability L , the Fisher matrix reads [86]

$$F_{ij} = \frac{1}{2} \sum_l (2l+1) f_{\text{sky}} \text{Trace}[\mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \theta_i} \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \theta_j}] . \quad (\text{C.14})$$

In fact, due to the lensing effect, the data is not exactly gaussian. However, the difference between the unlensed and lensed power spectra for (TT, TE, EE) is so small that Eq. (C.14) remains approximately correct, at least when the B-mode is not included in the covariance matrix of Eq. (C.13). Beyond this issue, lensing offers the possibility to include an extra piece of information : namely, the map of the lensing potential –or equivalently, of the deflection vector– as obtained from e.g. the quadratic estimators method. Ideally, after lensing extraction, one would obtain four gaussian independent variables : the *delensed* temperature and anisotropy multipoles $(\tilde{T}_l^m, \tilde{E}_l^m, \tilde{B}_l^m)$, and the lensing multipoles d_l^m . In this paper, we will take a fiducial model with no significant amplitude of primordial gravitational waves. In this case, the delensed B-mode is just noise and can be omitted from the Fisher matrix computation. Therefore the data covariance matrix reads

$$\mathbf{C}_l = \begin{pmatrix} \tilde{C}_l^{TT} + N_l^{TT} & \tilde{C}_l^{TE} & C_l^{Td} \\ \tilde{C}_l^{TE} & \tilde{C}_l^{EE} + N_l^{EE} & 0 \\ C_l^{Td} & 0 & C_l^{dd} + N_l^{dd} \end{pmatrix} , \quad (\text{C.15})$$

where C_l^{dd} is the lensing power spectrum, N_l^{dd} the noise associated to the lensing extraction method (in our case, the minimum variance quadratic estimator), and C_l^{Td} the cross-correlation between the unlensed temperature map and lensing map. This term does not vanish because of the late integrated Sachs-Wolfe effect : the temperature includes some information on the same neighboring cluster distribution as the lensing. Both C_l^{dd} and C_l^{Td} can be computed numerically for a given theoretical model using a public Boltzmann code like CAMB [60], and then N_l^{dd} can be calculated using the procedure of Ref. [67]. Note that the B-mode does not appear explicitly in Eq. (C.15), but actually information from the observed B-mode is employed in the two estimators $d(T, B)$ and $d(E, B)$.

Using Eqs. (C.14) and (C.15), it is possible to compute a Fisher matrix and to forecast the error on each cosmological parameter. Let us discuss the robustness of this method. There are obviously two caveats which could lead to underestimating the errors.

First, we assumed in Eq. (C.15) that the temperature and polarization maps could be delensed in a perfect way. Instead, the delensing process would necessarily leave some residuals, in the form of extra power and correlations in the covariance matrix. However, this is not a relevant issue, because we are using only the temperature and E -polarization modes, for which the lensing corrections are very small : therefore, considering a small residual or no residual at all makes no difference in practice. We checked this explicitly in a simple way. For a given theoretical model, Boltzmann codes like CAMB [60] are able to compute both the lensed and unlensed power spectra. If the delensing process is totally inefficient, we can say that unlensed temperature and polarization multipoles are recovered with an error of variance

$$E_l^{TT} = |C_l^{TT} - \tilde{C}_l^{TT}| , \quad E_l^{EE} = |C_l^{EE} - \tilde{C}_l^{EE}| , \quad (\text{C.16})$$

that we can treat as additional noise and sum up to the N_l^{TT} and N_l^{EE} terms in the matrix (C.15). We checked numerically that even with such a pessimistic assumption, the final result does not change significantly, which is not a surprise since $E_l^{aa} \ll \tilde{C}_l^{aa}$. We conclude that the assumption of perfect delensing performed in Eqs. (C.14) and (C.15) is not a problem in practice².

²Note that replacing \tilde{C}_l^{TT} by C_l^{TT} in (C.15) would actually be a mistake. Indeed, in this case, the Fisher

Second, we assumed a perfect cleaning of all the astrophysical foregrounds which contribute to the raw CMB observations. It is true that CMB experiments are operating in various frequency bands, precisely in order to subtract the foregrounds which frequency dependence is usually non-planckian. However, we still have a poor knowledge of many foregrounds, and some of them could reveal very difficult to remove, introducing extra non-gaussianity and spoiling the lensing extraction process [4, 18]. In particular, the question of foreground subtraction is related to the maximum l at which we should stop the sum in the Fisher matrix expression, i.e. to the smallest angular scale on which we expect to measure primary temperature and polarization anisotropies. If we assume a perfect cleaning, this value should be deduced from instrumental noise. Beyond some multipoles (l_{\max}^T, l_{\max}^E), the noise terms (N_l^{TT}, N_l^{EE}) become exponentially large. Thus, in practice, the sum in Eq. (C.14) can be stopped at any l larger than both l_{\max}^T and l_{\max}^E . However, some foregrounds are expected to be impossible to subtract on very small angular scales (e.g., radio sources, dusty galaxies, or polarized synchrotron radiation and dust emission), so for experiments with a very small instrumental noise, the covariance matrix could be dominated by foreground residuals at smaller l values than those where the instrumental noise explodes.

Since we do not have precise enough data at high galactic latitude and on relevant frequencies, it is difficult at the moment to estimate how problematic foreground contamination will be, but it is clear that one should adopt a very careful attitude when quoting forecasted errors for future experiments with an excellent angular resolution. In the next sections, for each experiment and model, we will derive two results : one optimistic forecast, assuming perfect foreground cleaning up to the scale where the instrumental noise explodes (or in the case of the most precise experiments, up to the limit $l_{\max}^T, l_{\max}^E < 2750$ beyond which it is obvious that foreground contamination will dominate); and one very conservative forecast, assuming no foreground cleaning at all. In that case, we take the foreground spectra F_l^{TT}, F_l^{EE} and F_l^{TE} of the “mid-model” of Ref. [84], computed with the public code provided by the authors³. This model is not completely up-to-date, since it is based on the best data available at the time of publication, and for simplicity, it assumes statistically isotropic and Gaussian foregrounds, with no TB or EB correlations. However this approach is expected to provide the correct orders of magnitude, which is sufficient for our purpose. We add these new terms to the covariance matrix of Eq. (C.15), as if they were extra noise power spectra for the TT, EE and TE pairs. We consistently recompute N_l^{dd} , still using the equations in Ref. [67] but with these extra noise terms included, in order to modelize the worse possible loss of precision induce by foregrounds in the lensing extraction process. We expect that the true error-bar for each cosmological parameter will be somewhere between our two optimistic and conservative forecasts.

Experimental sensitivities

We consider seven CMB experiments which are representative of the experimental efforts scheduled for the next decade. The first two, based in the South Pole, are complementary : BICEP⁴ (Background Imaging of Cosmic Extragalactic Polarization) [54] is designed for large angular scales, while QUaD⁵ (QUest at DASI, the Degree Angular Scale Interferometer) [17] for small angular scales. The second experiment, which is already collecting data, is composed of the QUEST (Q and U Extragalactic Sub-mm Telescope) instrument mounted on the structure of the DASI experiment.

matrix would include the derivatives of the lensed power spectra with respect to the cosmological parameter. So, the physical effect of each cosmological parameter on lensing distortions would be counted several times, not only in $\partial C_l^{dd}/\partial\theta_i$ but also in $\partial C_l^{ab}/\partial\theta_i$, with $a, b \in \{T, E\}$. This would introduce correlations which would not be taken into account self-consistently, and the forecasted errors would be artificially small, as noticed in [53].

³For each experiment, we compute the foreground for each frequency channel, and then compute the minimum variance combination of all components.

⁴http://www.astro.caltech.edu/~lbg/bicep_front.html

⁵<http://www.astro.cf.ac.uk/groups/instrumentation/projects/quad/>

A second set of experiments is scheduled in Antarctica at the French-italian Concordia station and in the Atacama plateau in Chile : the BRAIN⁶ (B-modes Radiation measurement from Antarctica with a bolometric INterferometer) [70] instrument for measuring large scales, and the CLOVER⁷ (Cl ObservER) [63] instrument for intermediate scales. BRAIN and CLOVER are designed for unprecedented precision measurements of the B -mode for $l < 1000$. CLOVER was approved for funding by PPARC in late 2004 and could be operational by 2008. At that time, the PLANCK⁸ satellite [82] should be collecting data : PLANCK has already been built and should be launched in 2007 by the European Space Agency (ESA). Beyond PLANCK, at least two space projects are under investigation : the mini-satellite SAMPAN (SATellite to Measure the Polarized ANisotropies) [13] for CNES (Centre National d'Etudes Spatiales), and the more ambitious Inflation Probe project for NASA (National Aeronautics and Space Administration), whose characteristics are not yet settled. The calculations of Ref. [53] were based on numbers inspired from preliminary studies for the CMBpol satellite project : a resolution of 1 arc-minute and a sensitivity per pixel of 1 μK for temperature, 1.4 μK for polarization. Here, the experiment that we will call Inflation Probe is based on one over many possibilities [10] : a bolometer array with a passively cooled 3-4 m aperture telescope, with four years of multifrequency observations and a sensitivity of 2 $\mu\text{K s}^{-1/2}$ per channel.

We list the expected instrumental performances of each experiment in Table C.1. Each instrument includes many detectors grouped in frequency bands or *channels*. In each channel, the detectors have a given spatial resolution described by the FWHM (Full-Width at Half-Maximum) θ_b of the beam. For a given channel, one can estimate the temperature and polarization sensitivities per pixel of the combined detectors, Δ_T and $\Delta_E = \Delta_B$. The channel noise power spectrum reads

$$N_{l,\nu}^{aa} = (\theta_b \Delta_a)^2 \exp[l(l+1)\theta_b^2/8 \ln 2] , \quad (\text{C.17})$$

with $a \in \{T, E, B\}$. The noise from individual channels can be combined into the global noise of the experiment

$$N_l^{aa} = \left[\sum_{\nu} (N_{l,\nu}^{aa})^{-1} \right]^{-1} . \quad (\text{C.18})$$

Given this input, the computation of the lensing noise N_l^{dd} can be performed numerically following Ref. [67]. In Fig. C.1, we show our results for the lensing noise of each experiment, based on each quadratic estimator and on the combined minimum variance estimator. In Fig. C.2 we gather information on the noise for the TT , EE and dd power spectra for each experiment. The error-bars ΔC_l^{aa} displayed in Fig. C.2 include both cosmic variance and instrumental noise, and assume a multipole binning of width $\Delta l = 7$ until $l \sim 70$, and then $\Delta l \sim l/10$

$$\Delta C_l^{aa} = \sqrt{\frac{2}{(2l+1) \Delta l f_{\text{sky}}}} (C_l^{aa} + N_l^{aa}) . \quad (\text{C.19})$$

The top graphs in Figs. C.1 & C.2 correspond to the BICEP+QUaD and BRAIN+CLOVER combinations. Computing the Fisher matrix for each pair of experiments is not a trivial task, due to the different sky coverages. We follow a method which is certainly not optimal, but has the merit of simplicity. Since in each case, one experiment is optimized for large scales and the other for smaller scales, we assume that below a given value l_c all multipoles are evaluated from BICEP or BRAIN only, while for $l > l_c$ they are taken from QUaD or CLOVER. In Eqs. (C.14, C.15), this amounts in considering f_{sky} as a function of l , and in replacing $f_{\text{sky}}(l)$, N_l^{TT} and N_l^{EE} by their BICEP/BRAIN value for $l < l_c$, or by their QUaD/CLOVER value for $l > l_c$. The lensing noise N_l^{dd} is then computed for the combined experiment, following the same prescriptions. For each pair of experiments, we optimized the value of l_c numerically by minimizing the forecasted error on the total neutrino mass M_ν . In both cases, we found that $l \sim 300$ was optimal. This method might be less favorable for

⁶http://apc-p7.org/APC_CS/Experiences/Brain/index.phtml

⁷<http://www-astro.physics.ox.ac.uk/~act/clover.html>

⁸<http://sci.esa.int/science-e/www/area/index.cfm?fareaid=17> and <http://www.planck.fr/>

Experiment	f_{sky}	ν	θ_b	Δ_T	Δ_E
BICEP [54]	0.03	100	60'	0.33	0.47
		150	42'	0.35	0.49
QUaD [14]	0.025	100	6.3'	3.5	5.0
		150	4.2'	4.6	6.6
BRAIN [70]	0.03	100	50'	0.23	0.33
		150	50'	0.27	0.38
		220	50'	0.40	0.56
CLOVER [63]	0.018	100	15'	0.19	0.30
		143	15'	0.25	0.35
		217	15'	0.55	0.76
PLANCK [1]	0.65	30	33'	4.4	6.2
		44	23'	6.5	9.2
		70	14'	9.8	13.9
		100	9.5'	6.8	10.9
		143	7.1'	6.0	11.4
		217	5.0'	13.1	26.7
		353	5.0'	40.1	81.2
		545	5.0'	401	∞
		857	5.0'	18300	∞
SAMPAN [13]	0.65	100	42'	0.13	0.18
		143	30'	0.16	0.22
		217	20'	0.26	0.37
Inflation Probe (<i>hypothetical</i>) [10]	0.65	70	6.0'	0.29	0.41
		100	4.2'	0.42	0.59
		150	2.8'	0.63	0.88
		220	1.9'	0.92	1.30

TAB. C.1: Sensitivity parameters of the CMB projects considered in this work : f_{sky} is the observed fraction of the sky, ν the center frequency of the channels in GHz, θ_b the FWHM (Full-Width at Half-Maximum) in arc-minutes, Δ_T the temperature sensitivity per pixel in μK and $\Delta_E = \Delta_B$ the polarization sensitivity. For all experiments, we assumed one year of observations, except for the Inflation Probe sensitivity based on four years.

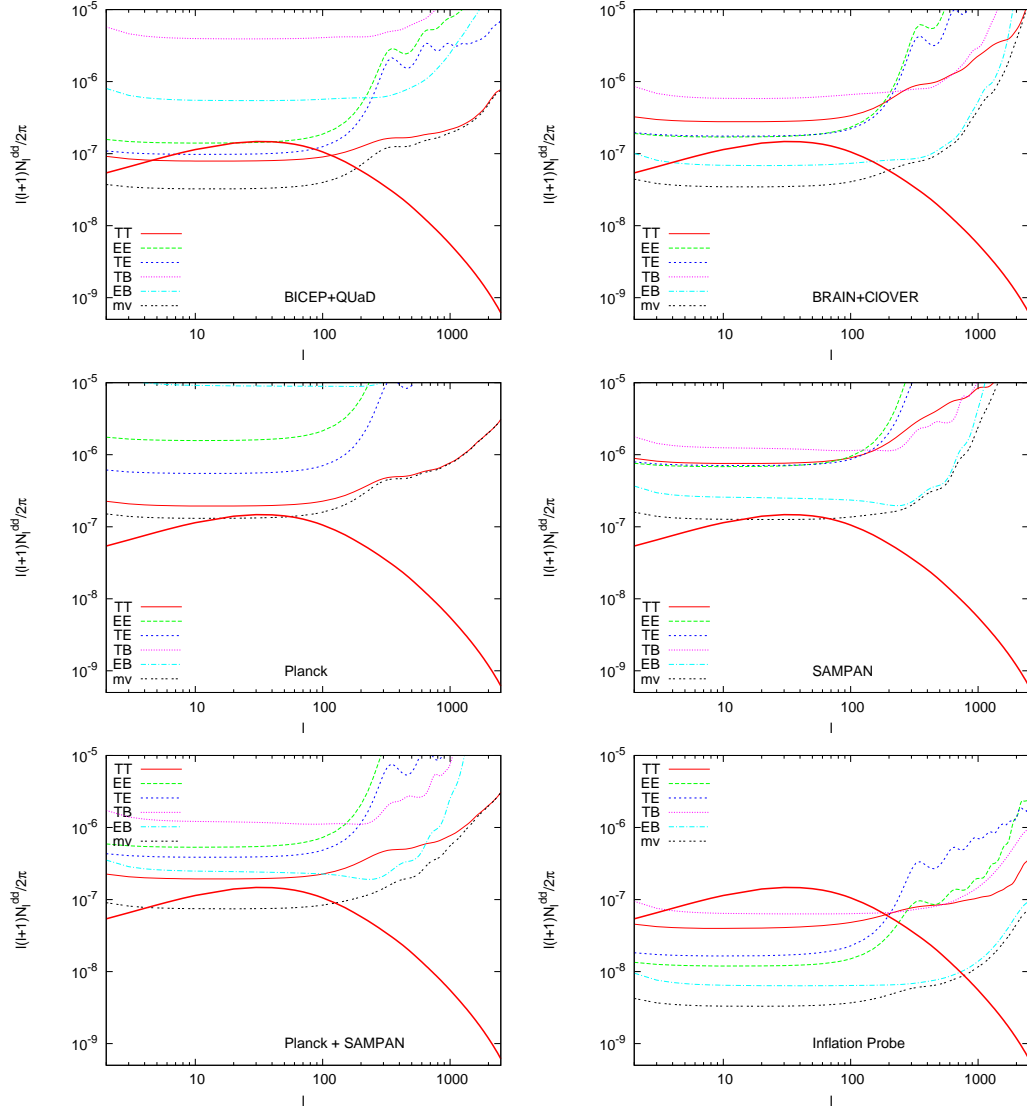


FIG. C.1: For six CMB experiments or combinations of experiments, we show the expected noise power spectrum N_l^{dd} for the quadratic estimators $d(a, b)$ built out of pairs $ab \in \{TT, EE, TE, TB, EB\}$, and for the combined minimum variance estimator (mv). The thick line shows for comparison the signal power spectrum $C_l^{dd} = \langle d_l^m d_l^{m*} \rangle$. The sum of the two curves $N_l^{dd} + C_l^{dd}$ represents the expected variance of a single multipole $d(a, b)_l^m$.

BRAIN+ClOVER than for BICEP+QUaD, because the first pair of experiments has a large overlap in l -space, for which multipoles could be derived from the two combined datasets.

We find that BICEP+QUaD is able to reconstruct the lensing multipoles d_l^m in the range $2 < l < 200$ with an impressively small noise power spectrum N_l^{dd} . QUaD has both an excellent resolution and a very good sensitivity, and should provide an extremely precise measurement of T and E modes on small angular scales. Therefore, the three quadratic estimators $d(T, T)$, $d(E, E)$ and $d(T, E)$ are particularly efficient.

The main goal of the BRAIN+ClOVER combined experiment is to improve the determination of the B -mode performed by BICEP+QUaD, especially on large and intermediate scales ($l < 1000$),

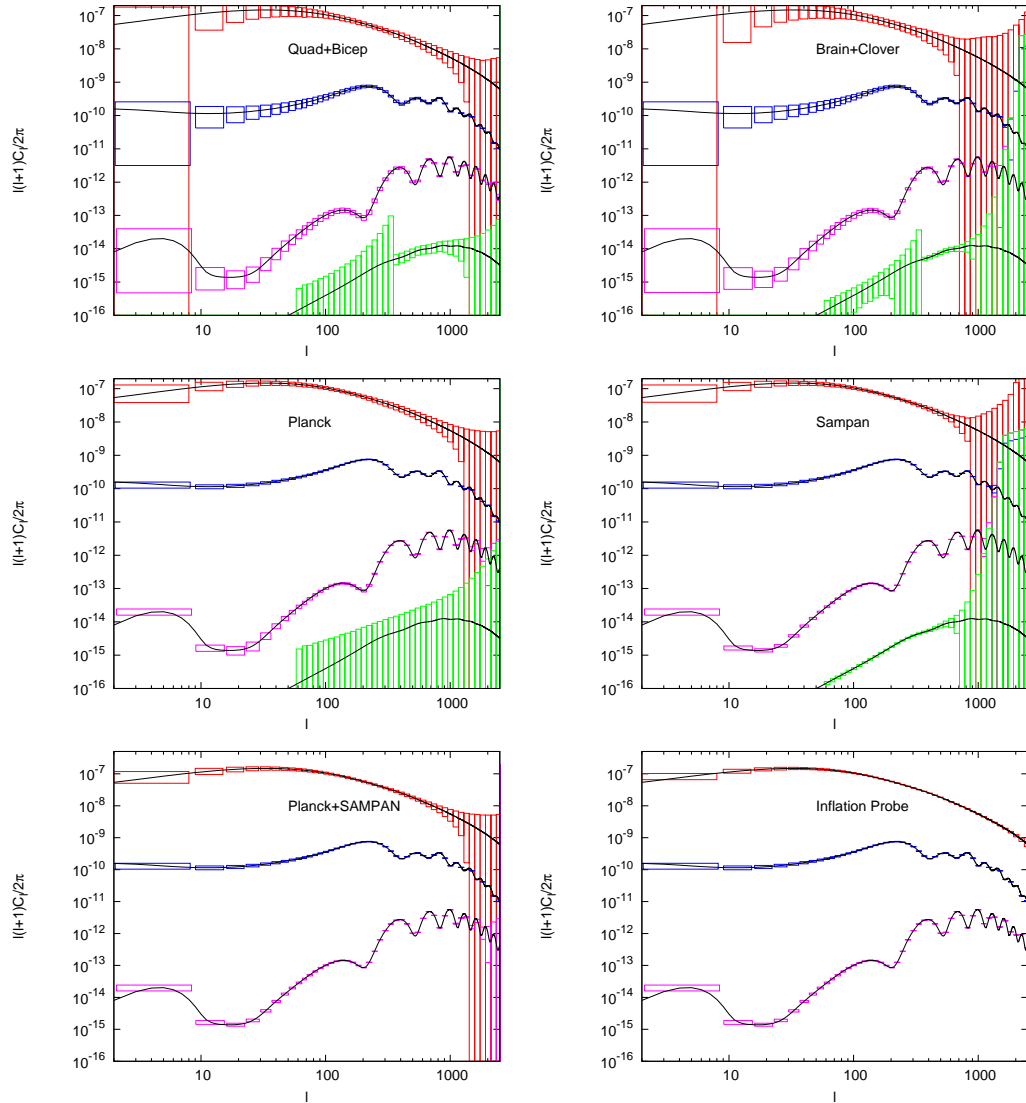


FIG. C.2: For the same six CMB experiments or combinations of experiments as in figure C.2, we show the expected binned error on the reconstructed power spectra : from top to bottom, C_l^{dl} (using the minimum variance quadratic estimator), C_l^{TT} and C_l^{EE} . The curves represent the power spectra of the fiducial model described in section C.

which are particularly important for detecting gravity waves from inflation. This should be achieved with a sensitivity which is even better than that of BICEP and QUaD, but at the expense of a poorer resolution in the case of CLOVER, leading to large errors for small-scale polarization. In total, this design is roughly equivalent to that of BICEP+QUaD in terms of lensing extraction : BRAIN+CLOVER is also able to reconstruct the lensing multipoles d_l^m in the range $2 < l < 200$. The best estimator is now $d(E, B)$, known to be particularly useful, since E and B are correlated only due to lensing. In this sense, future lensing determinations by BRAIN+CLOVER and by BICEP+QUaD can be seen as complementary, and therefore both particularly interesting.

The PLANCK satellite has a resolution comparable to QUaD, but a poorer sensitivity than the last four experiments. This explains why the lensing noise shown in Fig. C.1 looks a bit disappointing : the signal marginally exceeds the noise only around $l \simeq 40$. However, we should keep in mind

that PLANCK will observe the full sky (which leads to $f_{\text{sky}} = 0.65$, once the galactic cut has been taken into account), while BICEP+QUaD or BRAIN+CLOVER explore only small regions. Therefore, for a given l , PLANCK makes many more independent measurements of multipoles (T_l^m , E_l^m), and consequently, also of d_l^m . In Fig. C.2, one can check that PLANCK still makes a more precise determination of the lensing power spectrum than BICEP+QUaD : both experiments are able to constrain C_l^{dd} up to $l \sim 1100$, but the satellite provides smaller errors.

Since PLANCK is not very sensitive to B -modes, and BRAIN is limited by its small sky coverage, there will be room after these two projects for improving B -mode observations on large angular scales, in view of observing inflationary gravitational waves. This would be the target of the SAMPAN mini-satellite project, which would be a full-sky experiment with excellent sensitivity but poor resolution. We find that for the minimum variance estimator, the noise N_l^{dd} would be at the same level for PLANCK and SAMPAN. However, it is interesting to note that SAMPAN has a good $d(E, B)$ estimator, while PLANCK is better with $d(T, T)$. Therefore, it sounds particularly appealing to combine the two full-sky experiments, that is technically equivalent to assuming a super-experiment with twelve channels (nine from PLANCK and three from SAMPAN). The results (in the fifth graphs of Figs. C.1 & C.2) show that with such a combination one could lower the noise N_l^{dd} by a factor two for the minimum variance estimator, in order to constrain C_l^{dd} up to $l \sim 1300$.

Finally, the (hypothetical) version of the Inflation Probe satellite that we consider here has an extremely ambitious resolution and sensitivity, such that the instrumental error would be better than cosmic variance for the B -mode until $l \sim 1500$. For such a precise experiment, assumptions concerning foreground subtraction play a crucial role, since it is very likely that foreground residuals will start dominating the observed power spectrum before instrumental noise. The last graphs in Figs. C.1 & C.2, which assume perfect foreground cleaning up to $l \sim 2500$, show that lensing multipoles d_l^m could be recovered up to $l \sim 800$, while C_l^{dd} could be constrained up to at least $l \sim 2500$.

Future sensitivities to neutrino masses

Free parameters :	8 parameters of minimal Λ CDM				same + $\{\alpha, w, N_{\text{eff}}\}$			
Lensing extraction :	no	no	yes	yes	no	no	yes	yes
Foreground cleaning :	perfect	none	perfect	none	perfect	none	perfect	none
QUAD+BICEP	1.3	1.6	0.31	0.36	1.5	1.9	0.36	0.40
BRAIN+CLOVER	1.5	1.8	0.34	0.43	1.7	2.0	0.42	0.51
PLANCK	0.45	0.49	0.13	0.14	0.51	0.56	0.15	0.15
SAMPAN	0.34	0.40	0.10	0.17	0.37	0.44	0.12	0.18
PLANCK+SAMPAN	0.32	0.36	0.08	0.10	0.34	0.40	0.10	0.12
Inflation Probe	0.14	0.16	0.032	0.036	0.25	0.26	0.035	0.039

TAB. C.2: Expected $1\text{-}\sigma$ error on the total neutrino mass M_ν in eV for various CMB experiments or combinations of them. The first (last) four columns correspond to a Λ CDM model with eight (eleven) free parameters. For each of the two models, the four columns show the cases with or without lensing extraction, and with two extreme assumptions concerning the foreground treatment : perfect subtraction or no subtraction at all.

For each experiment, we compute the Fisher matrix following Eqs. (C.14, C.15), for a Λ CDM fiducial model with the parameter values as given below, and considering two possibilities for the number of free parameters that should be marginalized out.

The first possibility is the minimal alternative on the basis of current observations : we mar-

ginalize over eight free parameters, standing for the current baryon density $\omega_b = \Omega_b h^2$, the current total matter density $\omega_m = \Omega_m h^2$, the current dark energy density Ω_Λ , the total neutrino mass M_ν in eV, the primordial curvature power spectrum amplitude A_s and tilt n_s , the optical depth to reionization τ and the primordial helium fraction y_{He} , to which we assign the values $(\omega_b, \omega_m, \Omega_\Lambda, M_\nu, \ln[10^{10} A_s], n_s, \tau, y_{\text{He}}) = (0.023, 0.143, 0.70, 0.1, 3.2, 0.96, 0.11, 0.24)$. We assume no spatial curvature and tensor contribution. Note that the reduced Hubble parameter derives from $h = \sqrt{\omega_m/(1 - \Omega_\Lambda)}$.

The second possibility, describing non-minimal physical assumptions, is to marginalize over three extra parameters : the scalar tilt running α , which can be non-negligible in some inflationary models with extreme assumptions; the dark energy equation-of-state parameter w ; and finally, extra relativistic degrees of freedom which would enhance the total radiation density, parametrized by the effective number of neutrino species N_{eff} (for instance, $N_{\text{eff}} = 4$ means that the Universe contains a background of extra relativistic particles with the same density as one extra massless neutrino species). In the fiducial model, these parameters take the values $(\alpha, w, N_{\text{eff}}) = (0, -1, 3)$. Our purpose is to find out whether such extra free parameters open up degeneracy directions in parameter space, that would worsen the sensitivity to neutrino masses. It has been shown in recent analyses that these parameter degeneracies indeed appear with current CMB and LSS data (see [41, 20] for N_{eff} and [40, 51] for w).

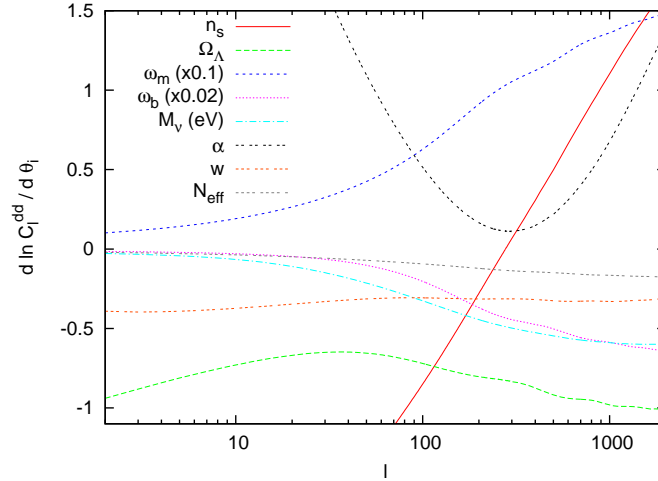


FIG. C.3: Logarithmic derivatives of the lensing power spectrum C_l^{dd} with respect to each cosmological parameter. The derivatives with respect to ω_b and ω_m have been rescaled in order to fit inside the figure.

The derivative of the lensing power spectrum C_l^{dd} with respect to each of these eleven parameters are shown in Fig. C.3, with the exception of the derivatives with respect to τ and y_{He} which are null, and with respect to A_s which is trivial. All derivatives were computed using the public Boltzmann code CAMB [60], enabling the highest accuracy options and increasing the `accuracy_boost` parameter to five. Whenever possible, we evaluated double-sided derivatives, and searched for optimal step sizes such that the results were not affected by numerical errors (from the limited precision of the code) nor by contributions from higher-order derivatives.

We quote the results for the total neutrino mass M_ν in Table C.2, assuming either eight or eleven free parameters. For each of the two cases, we compare the forecasted errors with and without lensing extraction, i.e. using either a 2×2 or a 3×3 data covariance matrix, in order to evaluate the impact of the extraction technique. Finally, in each of the four sub-cases, we quote the results obtained assuming perfect foreground cleaning or no cleaning at all, in order to be sure to bracket the true

error. Should we trust more the results based on the eight or eleven parameter model? This depends on future results from cosmological observations : in absence of strong observational motivation for extra parameters, one will probably prefer to stick to the simplest paradigm ; however, the next years might bring some surprises, like for instance the detection of a variation in the dark energy density.

Let us comment the results for each experiment. The combination QUaD+BICEP benefits a lot from lensing extraction, since the error decreases from approximately 1.5 eV to at least 0.4 eV. These results are found to be robust against foreground residuals and extra parameter degeneracies. It is interesting that with QUaD+BICEP it should soon be possible to reach in a near future –using CMB only– the same precision that we have today combining many observations of different types (galaxy-galaxy correlation function, Lyman- α forests) which are affected by various systematics. The situation is almost the same for BRAIN+CLOVER, which should also achieve $\sigma(M_\nu) \sim 0.4$ eV using lensing extraction.

PLANCK should make a decisive improvement, lowering the error to $\sigma(M_\nu) \sim 0.15$ eV, in excellent agreement with the results of Ref. [53]. Note that without lensing extraction the error would be multiplied by three (by four in the case with extra free parameters). We do not find a significant difference between the forecasted errors in the eight and eleven parameter models. SAMPAN alone is slightly more efficient than PLANCK, and the combination PLANCK+SAMPAN is the first one to reach $\sigma(M_\nu) \sim 0.1 - 0.12$ eV, even in the pessimistic case of large foreground residuals and extra free parameters. Thus these future CMB lensing data could help in breaking the parameter degeneracy between M_ν and w [40], that would still be problematic at the level of precision of Planck (without lensing extraction) combined with the galaxy-galaxy correlation function extracted from the Sloan Digital Sky Survey.

Finally, the version of the Inflation Probe satellite that we consider here is able to reach $\sigma(M_\nu) = 0.035$ eV both in the eight and eleven parameter cases. Note that when we take instead the CMBpol specifications of Ref. [53], we exactly reproduce their forecast $\sigma(M_\nu) = 0.04$ eV (derived for an intermediate case with ten parameters). It is interesting to see that even with such a precise experiment, the results are robust against foreground contamination, since in absence of any cleaning the forecast error increases only by 15%.

Future sensitivities to the neutrino mass splitting

In principle, the LSS power spectrum is not sensitive only to the total mass M_ν , but also to the way in which the mass is distributed among the three neutrino states. The reason is twofold : the amount by which the gravitational collapse of matter perturbation is slowed down by neutrinos on small scales depends on the time of the non-relativistic transition for each eigenstate, i.e. on the individual masses ; and the characteristic scales at which the free-streaming effect of each neutrino family is imprinted in the power spectrum depends on the value of the wavelengths crossing the Hubble radius at the time of each non-relativistic transition, i.e. again on the individual masses.

The neutrino masses are differently distributed among the three states in the two possible mass schemes, or hierarchies, as shown e.g. in Fig. 1 of [57]. For a total mass M_ν larger than $0.2 - 0.3$ eV all neutrino states approximately share the same mass $m_0 = M_\nu/3$, in the so-called degenerate region. Instead, for smaller M_ν the splitting between the individual masses is more visible, and for the minimum values of M_ν one finds that in the Normal Hierarchy case (NH) there is only one neutrino state with significant mass, or two degenerate states in the Inverted Hierarchy case (IH). In general, for a given M_ν one can calculate the difference between the matter power spectrum in the two cases, as has been computed numerically in Ref. [57].

We would like to study whether the lensing power spectrum derived from a very precise CMB experiment like Inflation Probe would be able to discriminate between the two models. For this

purpose, we take the eight parameter model of section C and complete it with a ninth parameter : the number of massive neutrinos N_{ν}^{massive} , which could be equal to 1, 2 or 3 (the remaining species are assumed to be exactly massless). In a NH scenario with $M_{\nu} > 0.1$ eV, the mass of the third neutrino is not completely negligible : so, we expect the difference between our simplified scenario with $N_{\nu}^{\text{massive}} = 1$ and that with $N_{\nu}^{\text{massive}} = 2$ to be more pronounced than the difference between realistic NH and IH scenarios (assuming the same total mass M_{ν} in all models). This statement is confirmed by the numerical results of Ref. [57]. So, if we could show that an experiment like Inflation Probe will be unable to differentiate between the sketchy $N_{\nu}^{\text{massive}} = 1$ and $N_{\nu}^{\text{massive}} = 2$ models, we would conclude that *a fortiori* it will not discriminate between the NH and IH scenarios.

We repeated the computations of section C with a ninth free parameter with fiducial value $N_{\nu}^{\text{massive}} = 1$, and found for Inflation Probe – including lensing extraction and assuming perfect foreground cleaning– a one-sigma error $\sigma(N_{\nu}^{\text{massive}}) = 2.8$. We conclude that the experiments and techniques discussed in the present paper are far from sufficient for discriminating between the NH and IH scenarios. In any case, as shown in Ref. [57], future results on the total neutrino mass from very precise cosmological data should be interpreted in a slightly different way for the NH and IH cases.

Conclusions

We have studied the ability of future CMB experiments to measure the power spectrum of large scale structure, using some quadratic estimators of the weak lensing deflection field. We inferred the sensitivity of these experiments to the non-zero neutrino masses indicated by neutrino oscillation data. Our aim was to extend the pioneering paper by Kaplinghat, Knox & Song [53] by further investigating several directions.

First, we based our analysis on the following list of forthcoming CMB experiments (either operational, approved or still in project) : BICEP, QUaD, BRAIN, CLOVER and PLANCK, SAMPAN and Inflation Probe, taking into account their detailed characteristics. We found that even before PLANCK, ground-based experiments should succeed in extracting the lensing map with good precision, and could then significantly improve the bounds on neutrino masses. We also found that the SAMPAN mini-satellite project would be able to reduce the Planck error $\sigma(M_{\nu})$ from approximately 0.15 eV to 0.10 eV. Finally, the hypothetical version of Inflation Probe that we considered would reach a spectacular sensitivity of $\sigma(M_{\nu}) \sim 0.035$ eV.

We also tried to discuss two questions raised by the analysis of Ref. [53] : first, is it really accurate to base the Fisher matrix computation on perfectly delensed maps on the one hand, and on the reconstructed lensing map on the other ? Second, is it realistic to estimate the noise variance of the lensing quadratic estimators without taking into account any residual foreground contamination ? Our answer to these two questions is positive : we did not provide an exact treatment of these very technical issues, but we tried to systematically bracket the results between two over-optimistic and over-pessimistic assumptions, and concluded that the error forecast method of Ref. [53] is robust.

Finally, we investigated the issue of parameter degeneracies involving the neutrino mass, by comparing the results in a simpler model than that of Ref. [53] with those in a more complicated one. Our extended cosmological model allows for a scalar tilt running, a dark energy equation of state parameter $w \neq -1$, and extra degrees of freedom parametrized by the effective number of massless neutrinos N_{eff} . These extra parameters were not chosen randomly. The tilt running was shown to be slightly degenerate with the neutrino mass in an analysis involving current CMB and LSS data [77]. The same holds for the equation of state of dark energy [40] and for the effective number of massless neutrinos [41, 20]. However, our results indicate that future CMB experiments will be able to resolve these degeneracies, since we do not find significant discrepancies between the neutrino mass errors obtained for our two cosmological models.

Fortunately, CMB lensing extraction should be regarded as only one of the most promising tools for measuring the absolute neutrino mass with cosmology. It could be combined with future data from tomographic galaxy cosmic shear surveys, which will be very sensitive to neutrino masses [80]. The cross-correlation of LSS information with CMB temperature anisotropies could also reveal very useful for the purpose of measuring M_ν [51]. In the method employed in the present paper, the correlation between temperature and lensing (the Td term) is already taken into account, but it affects the final results only marginally. More interesting should be the cross-correlation of future data from large cosmic shear surveys with that from CMB anisotropies.

In conclusion, our results show that there are good perspectives to detect non-zero neutrino masses using future CMB lensing data, since even in the less favorable case of the smallest $M_\nu \simeq 0.05$ eV in the NH mass scheme the Inflation Probe experiment alone could make a marginal detection (between the one and two sigma levels). Obviously the sensitivity is enhanced for larger values of M_ν , in particular for the mass degenerate and quasi-degenerate regions but also for the minimum of $M_\nu \simeq 0.1$ eV in the IH case. The information on M_ν from analyses of cosmological data will be complementary (and vice versa) to the efforts in terrestrial projects such as tritium beta decay and neutrinoless double beta decay experiments. Of course any positive result on the absolute neutrino mass scale will be a very important input for theoretical models of particle physics beyond the Standard Model.

Acknowledgments

We would like to thank Karim Benabed, Simon Prunet and Jonathan Rocher for extremely useful discussions. This work was supported by a MEC-IN2P3 agreement. SP was supported by the Spanish grants BFM2002-00345 and GV/05/017 of Generalitat Valenciana, as well as by a Ramón y Cajal contract of MEC.

Bibliographie

- [1] *The Scientific Programme of Planck 2004 (Blue Book)*, esa publication division ed., 2005.
- [2] K. N. Abazajian and S. Dodelson, *Neutrino mass and dark energy from weak lensing*, Phys. Rev. Lett. **91** (2003), p. 041301.
- [3] A. Aguilar and [LSND Coll.], *Evidence for neutrino oscillations from the observation of anti- ν / e appearance in a anti- ν / μ beam*, Phys. Rev. D, **64** (2001), p. 112007.
- [4] A. Amblard, C. Vale, and M. White, *Weak lensing of the CMB by large-scale structure*, New Astronomy, **9** (2004), pp. 687–704.
- [5] V. Barger, D. Marfatia, and A. Tregre, *Neutrino mass limits from SDSS, 2dFGRS and WMAP*, Physics Letters B, **595** (2004), pp. 55–59.
- [6] V. Barger, D. Marfatia, and K. Whisnant, *Progress in the physics of massive neutrinos*, Int. J. Mod. Phys. E, **12** (2003), p. 569.
- [7] N. Bartolo, E. Komatsu, S. Matarrese, and A. Riotto, *Non-Gaussianity from inflation : Theory and observations*, Phys. Rep. **402** (2004), p. 103.
- [8] S. Bashinsky and U. Seljak, *Signatures of relativistic neutrinos in CMB anisotropy and matter clustering*, Phys. Rev. D, **69** (2004), p. 083002.
- [9] F. Bernardeau, *Weak lensing detection in CMB maps.*, A&A, **324** (1997), pp. 15–26.
- [10] J. Bock, *EPIC Proposal*. private communication.
- [11] J. R. Bond, G. Efstathiou, and J. Silk, *Massive Neutrinos And The Large-Scale Structure Of The Universe*, Phys. Rev. Lett. **45** (1980), p. 1980.
- [12] J. Bonn and [Mainz Coll.], *The Mainz Neutrino Mass Experiment*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **91** (2001), p. 273.
- [13] F. R. Bouchet, A. Benoît, P. Camus, F. X. Désert, M. Piat, and N. Ponthieu, *Charting the New Frontier of the Cosmic Microwave Background Polarization*, in SF2A-2005 : Semaine de l’Astrophysique Francaise, Dec. 2005, p. 675.
- [14] M. Bowden, A. N. Taylor, K. M. Ganga, and [QUaD Collaboration], *Scientific optimization of a ground-based CMB polarization experiment*, MNRAS, **349** (2004), pp. 321–335.
- [15] R. Bowen, S. H. Hansen, A. Melchiorri, J. Silk, and R. Trotta, *The impact of an extra background of relativistic particles on the cosmological parameters derived from the cosmic microwave background*, MNRAS, **334** (2002), pp. 760–768.
- [16] W. Buchmüller, P. Di Bari, and M. Plümacher, *Leptogenesis for pedestrians*. [hep-ph/0401240].
- [17] S. Church and [QUaD Collaboration], *QUEST on DASI : a South Pole CMB polarization experiment*, New Astronomy Review, **47** (2003), pp. 1083–1089.
- [18] A. Cooray, M. Kamionkowski, and R. R. Caldwell, *Cosmic shear of the microwave background : The curl diagnostic*, Phys. Rev. D, **71** (2005), p. 123527.
- [19] A. Cooray and M. Kesden, *Weak Lensing of the CMB : Extraction of Lensing Information from the Trispectrum*, New Astron. **8** (2003), p. 231.
- [20] P. Crotty, J. Lesgourgues, and S. Pastor, *Current cosmological bounds on neutrino masses and relativistic relics*, Phys. Rev. D, **69** (2004), p. 123007.

- [21] A. Cuoco, F. Iocco, G. Mangano, G. Miele, and P. D. Pisanti, O. and Serpico, *Present status of primordial nucleosynthesis after WMAP : results from a new BBN code*. [astro-ph/0307213].
- [22] R. H. Cyburt, B. D. Fields, and K. A. Olive, *Primordial Nucleosynthesis in Light of WMAP*, Phys. Lett. B, **567** (2003), p. 227.
- [23] A. D. Dolgov, *Neutrinos in cosmology*, Phys. Rept. **370** (2002), p. 333.
- [24] A. D. Dolgov, S. H. Hansen, and D. V. Semikoz, *Non-equilibrium corrections to the spectra of massless neutrinos in the early universe*, Nucl. Phys. B, **503** (1997), p. 426.
- [25] A. D. Dolgov and [co-authors], *Cosmological bounds on neutrino degeneracy improved by flavor oscillations*, Nucl. Phys. B, **632** (2002), p. 363.
- [26] D. J. Eisenstein, W. Hu, and M. Tegmark, *Cosmic Complementarity : Joint Parameter Estimation from Cosmic Microwave Background Experiments and Redshift Surveys*, ApJ, **518** (1999), pp. 2–23.
- [27] K. Eitel, *Direct neutrino mass experiments*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **143** (2005), p. 197.
- [28] O. Elgarøy and O. Lahav, *The role of priors in deriving upper limits on neutrino masses from the 2dFGRS and WMAP*, JCAP, **0304** (2003), p. 004.
- [29] S. R. Elliott and P. Vogel, *Double beta decay*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **52** (2002). [hep-ph/0202264].
- [30] G. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, and A. Palazzo, *Global analysis of three-flavor neutrino masses and mixings*. [hep-ph/0506083].
- [31] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, A. Melchiorri, A. Palazzo, P. Serra, and J. Silk, *Observables sensitive to absolute neutrino masses : Constraints and correlations from world neutrino data*, Phys. Rev. D, **70** (2004), p. 113003.
- [32] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, and D. Montanino, *Status of atmospheric $\nu/\mu \rightarrow \nu/\tau$ oscillations and decoherence after the first K2K spectral data*, Phys. Rev. D, **67** (2003), p. 093006.
- [33] G. F. Giudice, A. Notari, M. Raidal, A. Riotto, and A. Strumia, *Towards a complete theory of thermal leptogenesis in the SM and MSSM*. [hep-ph/0310123].
- [34] J. H. Goldstein and [co-authors], *Estimates of Cosmological Parameters Using the CMB Angular Power Spectrum of ACBAR*, Astrophys. J. **599** (2003), p. 773.
- [35] M. C. González-García and Y. Nir, *Developments in neutrino physics*, Rev. Mod. Phys. **75** (2003), p. 345.
- [36] M. C. González-García and C. Peña-Garay, *Three-neutrino mixing after the first results from K2K and KamLAND*, Phys. Rev. D, **68** (2003), p. 093003.
- [37] T. Hambye, Y. Lin, A. Notari, M. Papucci, and A. Strumia, *Constraints on neutrino masses from leptogenesis models*. [hep-ph/0312203].
- [38] S. Hannestad, *Can cosmology detect hierarchical neutrino masses ?*, Phys. Rev. D, **67** (2003), p. 085017.
- [39] S. Hannestad, *Neutrino masses and the number of neutrino species from WMAP and 2dFGRS*, Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics, **5** (2003), p. 4.
- [40] S. Hannestad, *Neutrino masses and the dark energy equation of state : Relaxing the cosmological neutrino mass bound*, Phys. Rev. Lett. (2005). [astro-ph/0505551].
- [41] S. Hannestad and G. Raffelt, *Cosmological mass limits on neutrinos, axions, and other light particles*, Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics, **4** (2004), pp. 8–+.
- [42] C. M. Hirata and U. Seljak, *Reconstruction of lensing from the cosmic microwave background polarization*, Phys. Rev. D, **68** (2003), p. 083002.
- [43] W. Hu, *Power Spectrum Tomography with Weak Lensing*, Astrophys. J. **522** (1999), p. L21.
- [44] ———, *Mapping the Dark Matter through the CMB Damping Tail*, Astrophys. J. **557** (2001), p. L79.

- [45] ———, *Dark Energy and Matter Evolution from Lensing Tomography*, Phys. Rev. D, **66** (2002), p. 083515.
- [46] ———, *Dark synergy : Gravitational lensing and the CMB*, Phys. Rev. D, **65** (2002), p. 023003.
- [47] W. Hu, D. J. Eisenstein, and M. Tegmark, *Weighing neutrinos with galaxy surveys*, Phys. Rev. Lett. **80** (1998), p. 5255. [astro-ph/9712057].
- [48] W. Hu and T. Okamoto, *Mass Reconstruction with Cosmic Microwave Background Polarization*, ApJ, **574** (2002), pp. 566–574.
- [49] P. Huber, M. Lindner, M. Rolinec, T. Schwetz, and W. Winter, *Prospects of accelerator and reactor neutrino oscillation experiments for the coming ten years*. [hep-ph/0403068].
- [50] K. Ichikawa, M. Fukugita, and M. Kawasaki, *Constraining neutrino masses by CMB experiments alone*, Phys. Rev. D, **71** (2005), p. 043001.
- [51] K. Ichikawa and T. Takahashi, *On the determination of neutrino masses and dark energy evolution*. [astro-ph/0510849].
- [52] G. Jungman, M. Kamionkowski, A. Kosowsky, and D. N. Spergel, *Weighing the universe with the cosmic microwave background*, Phys. Rev. Lett. **76** (1996), p. 1007.
- [53] M. Kaplinghat, L. Knox, and Y.-S. Song, *Determining Neutrino Mass from the Cosmic Microwave Background Alone*, Physical Review Letters, **91** (2003), p. 241301.
- [54] B. G. Keating and [BICEP Collaboration], *BICEP : a large angular scale CMB polarimeter*, in Polarimetry in Astronomy, S. Fineschi, ed., vol. 4843, Proc. SPIE, Feb. 2003, pp. 284–295.
- [55] H. V. Klapdor-Kleingrothaus and [co-authors], *Search for neutrinoless double beta decay with enriched Ge-76 in Gran Sasso 1990-2003*, Phys. Lett. B, **586** (2004), p. 198. [hep-ph/0404088].
- [56] J. Lesgourgues and S. Pastor. in preparation.
- [57] J. Lesgourgues, S. Pastor, and L. Perotto, *Probing neutrino masses with future galaxy redshift surveys*, Phys. Rev. D, **70** (2004), p. 045016.
- [58] J. Lesgourgues, S. Pastor, and S. Prunet, *Cosmological measurement of neutrino mass in the presence of leptonic asymmetry*, Phys. Rev. D, **62** (2000), p. 023001.
- [59] A. Lewis and A. Challinor, *Evolution of cosmological dark matter perturbations*, Phys. Rev. D, **66** (2002), p. 023531.
- [60] A. Lewis, A. Challinor, and A. Lasenby, *Efficient Computation of CMB anisotropies in closed FRW models*, Astrophys. J. **538** (2000), p. 473.
- [61] R. E. Lopez, S. Dodelson, A. Heckler, and M. S. Turner, *Precision detection of the cosmic neutrino background*, Phys. Rev. Lett. **82** (1999), p. 3952.
- [62] C. J. MacTavish and [Boomerang Coll.], *Cosmological parameters from the 2003 flight of BOOMERANG*. [astro-ph/0507503].
- [63] B. Maffei and [CLOVER Collaboration], *CLOVER : The CMB Polarization Observer*, in EAS Publications Series, 2005, pp. 251–256.
- [64] M. Maltoni, T. Schwetz, M. A. Tórtola, and J. W. F. Valle, *Status of three-neutrino oscillations after the SNO-salt data*, Phys. Rev. D, **68** (2003), p. 113010.
- [65] M. Maltoni, T. Schwetz, M. A. Tórtola, and J. W. F. Valle, *Status of global fits to neutrino oscillations*, New J. Phys., **6** (2004), p. 122. [hep-ph/0405172].
- [66] G. Mangano, G. Miele, S. Pastor, and M. Peloso, *A precision calculation of the effective number of cosmological neutrinos*, Phys. Lett. B, **534** (2002), p. 8.
- [67] T. Okamoto and W. Hu, *Cosmic microwave background lensing reconstruction on the full sky*, Phys. Rev. D, **67** (2003), p. 083002.
- [68] A. Osipowicz and [KATRIN Coll.], *KATRIN : A next generation tritium beta decay experiment with sub-eV sensitivity for the electron neutrino mass*. [hep-ex/0109033].
- [69] G. Patanchon, H. Snoussi, J. F. Cardoso, and J. Delabrouille, *Component separation for Cosmic Microwave Background data : a blind approach based on spectral diversity*. [astro-ph/0302078].

- [70] M. Piat, C. Rosset, and BRAIN-CLOVER Collaboration, *Precise measurement of CMB polarisation from Dome-C : the BRAIN and CLOVER experiments*, in SF2A-2004 : Semaine de l'Astrophysique Francaise, Dec. 2004, p. 707.
- [71] J. R. Primack, J. Holtzman, A. Klypin, and D. O. Caldwell, *Cold + hot dark matter cosmology with m (muon-neutrino) approximates m (tau-neutrino) approximates 2.4-eV*, Phys. Rev. Lett. **74** (1995), p. 2160.
- [72] S. Prunet, S. K. Sethi, and F. R. Bouchet, *CMB Polarization Data and Galactic Foregrounds : Estimation of Cosmological Parameters*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **314** (2000), p. 358.
- [73] A. C. S. Readhead and [CBI Collaboration], *Extended Mosaic Observations with the Cosmic Background Imager*. [astro-ph/0402359].
- [74] R. Rebolo and [co-authors], *Cosmological parameter estimation using very small array data out to $l=1500$* , Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **353** (2004), p. 747.
- [75] A. G. Sánchez, *Cosmological parameters from CMB measurements and the final 2dFGRS power spectrum*. [astro-ph/0507583].
- [76] U. Seljak, *Gravitational lensing effect on cosmic microwave background anisotropies : A Power spectrum approach*, Astrophys. J. **463** (1996), p. 1.
- [77] U. Seljak, A. Makarov, P. McDonald, and [SDSS Collaboration], *Cosmological parameter analysis including SDSS Ly α forest and galaxy bias : Constraints on the primordial spectrum of fluctuations, neutrino mass, and dark energy*, Phys. Rev. D, **71** (2005), pp. 103515–+.
- [78] U. Seljak and M. Zaldarriaga, *A Line of Sight Approach to Cosmic Microwave Background Anisotropies*, Astrophys. J. **469** (1996), p. 437.
- [79] ———, *Measuring Dark Matter Power Spectrum from Cosmic Microwave Background*, Phys. Rev. Lett. **82** (1999), p. 2636.
- [80] Y. S. Song and L. Knox, *Determination of cosmological parameters from cosmic shear data*, Phys. Rev. D, **70** (2004), p. 063510.
- [81] D. N. Spergel, L. Verde, H. V. Peiris, E. Komatsu, M. R.olta, and [WMAP Collaboration], *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Determination of Cosmological Parameters*, ApJS, **148** (2003), pp. 175–194.
- [82] J. A. Tauber, *The Planck mission*, Advances in Space Research, **34** (2004), pp. 491–496.
- [83] M. Tegmark, *Measuring cosmological parameters with galaxy surveys*, Phys. Rev. Lett. **79** (1997).
- [84] M. Tegmark, D. J. Eisenstein, W. Hu, and A. de Oliveira-Costa, *Foregrounds and Forecasts for the Cosmic Microwave Background*, ApJ, **530** (2000), pp. 133–165.
- [85] M. Tegmark, M. A. Strauss, M. Blanton, and 64 co-authors, *Cosmological parameters from SDSS and WMAP*, Phys. Rev. D, **69** (2004), p. 103501.
- [86] M. Tegmark, A. N. Taylor, and A. F. Heavens, *Karhunen-Loeve Eigenvalue Problems in Cosmology : How Should We Tackle Large Data Sets ?*, ApJ, **480** (1997), pp. 22–+.
- [87] J. A. Tyson and [LSST Coll.], *Large Synoptic Survey Telescope : Overview*, vol. 4836, 2002, p. 10.
- [88] M. Zaldarriaga and U. Seljak, *Gravitational Lensing Effect on Cosmic Microwave Background Polarization*, Phys. Rev. D, **58** (1998), p. 023003.

Titre : Effet de lentilles gravitationnelles et polarisation du fond diffus cosmologique dans le cadre de l'expérience PLANCK et de projets post-planckiens.

Résumé : Mon travail s'inscrit dans un contexte de préparation aux futures expériences haute-sensibilité et haute-résolution sensibles à la polarisation du fond diffus cosmologique et à l'effet de lentilles gravitationnelles. Le premier chapitre se veut une introduction à la polarisation du rayonnement de fond et aux expériences à venir dédiées à sa mesure. Ensuite, je présente l'expérience PLANCK et décris la chaîne de simulations rapides de signaux temporels que j'ai développé pour faciliter l'élaboration et le test des algorithmes d'analyse des données PLANCK. Les deux derniers chapitres sont consacrés à l'effet de lentille gravitationnelle sur le rayonnement de fond. Tout d'abord, j'évalue la capacité des futures expériences précédemment décrites à mesurer le spectre de puissance des Grandes Structures à partir d'une estimation de l'effet de lentille. J'en déduis leur sensibilité à une masse non-nulle des neutrinos – suggérée par les expériences d'oscillation – supprimant les petites échelles angulaires au sein du spectre angulaire de la matière. Enfin, je développe une méthode pour caractériser les effets délétères des avant-plans sur l'estimation de l'effet de lentille. Je valide cette méthode, mettant en œuvre le meilleur estimateur linéaire de lentilles décrit dans la littérature, grâce à une simulation numérique de cartes du rayonnement de fond diffus affecté par les lentilles et de l'émission des sources radio extra-galactiques. Je trouve que la présence de sources amoindrit la sensibilité des expériences au potentiel gravitationnel de la Matière Noire et entraîne la surestimation de son spectre de puissance angulaire.

Mots-clés : Cosmologie - Fond diffus cosmologique - Polarisation - Effet de lentille gravitationnelle - Masse des neutrinos

Title : Gravitational Lensing Effect and Polarization of the Cosmic Microwave Background in the PLANCK experiment and post-planckian projects.

Abstract :

This thesis is motivated by upcoming high-resolution, high-sensitivity microwave background experiments, which should be sensitive to the CMB polarization and lensing. The first chapter provides a review of the CMB polarization with emphasis on future related experiments. The PLANCK experiment is described in a second chapter, where I develop a fast simulation code of PLANCK time-ordered data optimised to ease elaboration and test of data analysis methods. The two last chapters deal with gravitational lensing of the cosmic background radiation. First, I evaluate the capability of the upcoming experiments mentioned above to measure the power spectrum of Large Scale Structure by means of the extraction of weak lensing. Then I derive their sensitivity to the total neutrino mass, using the suppression of power due to free-streaming of massive neutrinos. Finally, I develop a method to estimate the foregrounds effects in the gravitational lensing extraction process. This method uses the best linear estimator available in the literature and is validated by numerical simulations that include non-gaussian CMB lensed maps and extra-galactic radio sources maps. I find that sources emission reduces the sensitivity of future experiments to the weak lensing and leads to an overestimate of the convergence power spectrum.

Keywords : Cosmology - Cosmic microwave background - Polarization - Gravitational lensing - Neutrino mass